Задания пригласительного школьного этапа ВсОШ
по математике для 9 класса
2025-2026 учебный год
Максимальное количество баллов за задачу — 7
Максимальное количество баллов за работу — 56

Задача 1.1. В школьной библиотеке 89 детских журналов, из которых 15 — с кроссвордами. Сколько ещё журналов с кроссвордами нужно заказать, чтобы их вклад составил ровно треть от общего числа?

Вариант 1.2. В школьной библиотеке 93 детских журнала, из которых 19 — с кроссвордами. Сколько ещё журналов с кроссвордами нужно заказать, чтобы их вклад составил ровно треть от общего числа?

Вариант 1.3. В школьной библиотеке 85 детских журналов, из которых 11 — с кроссвордами. Сколько ещё журналов с кроссвордами нужно заказать, чтобы их вклад составил ровно треть от общего числа?

Вариант 1.4. В школьной библиотеке 97 детских журналов, из которых 23 — с кроссвордами. Сколько ещё журналов с кроссвордами нужно заказать, чтобы их вклад составил ровно треть от общего числа?

Задача 2.1. Отметьте 5 клеток данной таблицы 5×5 так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждой обведенной области была ровно одна отмеченная клетка и чтобы эти клетки не касались друг друга стороной или углом.

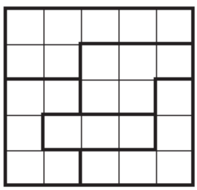

Рис. 1: К условию задачи 2.1

Вариант 2.2. Отметьте 5 клеток данной таблицы 5×5 так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждой обведенной области была ровно одна отмеченная клетка и чтобы эти клетки не касались друг друга стороной или углом.

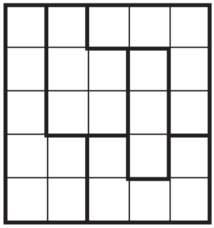

Рис. 3: К условию задачи 2.2

Вариант 2.3. Отметьте 5 клеток данной таблицы 5×5 так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждой обведенной области была ровно одна отмеченная клетка и чтобы эти клетки не касались друг друга стороной или углом.

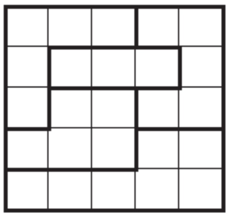

Рис. 5: К условию задачи 2.3

Вариант 2.4. Отметьте 5 клеток данной таблицы 5×5 так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждой обведенной области была ровно одна отмеченная клетка и чтобы эти клетки не касались друг друга стороной или углом.

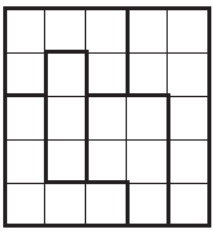

Рис. 7: К условию задачи 2.4

Задача 3.1. В первый день лета Петя прочитал одну страницу 227-страничной книги. Каждый следующий день он читал на одну страницу больше, чем в предыдущий, кроме своего дня рождения, когда ему было некогда и он ничего не прочел. 30 июня он дочитал книгу. Сколько страниц он мог прочитать 30 июня? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Вариант 3.2. В первый день лета Петя прочитал одну страницу 245-страничной книги. Каждый следующий день он читал на одну страницу больше, чем в предыдущий, кроме своего дня рождения, когда ему было некогда и он ничего не прочел. 30 июня он дочитал книгу. Сколько страниц он мог прочитать 30 июня? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Вариант 3.3. В первый день лета Петя прочитал одну страницу 267-страничной книги. Каждый следующий день он читал на одну страницу больше, чем в предыдущий, кроме своего дня рождения, когда ему было некогда и он ничего не прочел. 30 июня он дочитал книгу. Сколько страниц он мог прочитать 30 июня? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Вариант 3.4. В первый день лета Петя прочитал одну страницу 237-страничной книги. Каждый следующий день он читал на одну страницу больше, чем в предыдущий, кроме своего дня рождения, когда ему было некогда и он ничего не прочел. 30 июня он дочитал книгу. Сколько страниц он мог прочитать 30 июня? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Задача 4.1. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отметили середину M. Точки X и Y расположены на плоскости так, как на рисунке, причём треугольники AMX и BMY равносторонние. Найдите углы треугольника CXY, если $\angle ABC = 32°$. Ответ выразите в градусах. Порядок ответов не важен.

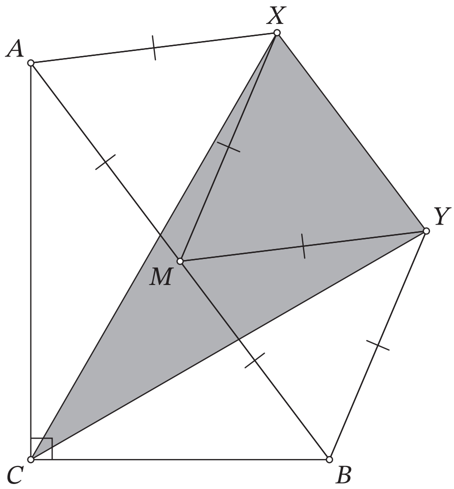

Рис. 9: К задаче 4.1

Вариант 4.2. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отметили середину M. Точки X и Y расположены на плоскости так, как на рисунке, причём треугольники AMX и BMY равносторонние. Найдите углы треугольника CXY, если $\angle ABC = 37°$. Ответ выразите в градусах. Порядок ответов не важен.

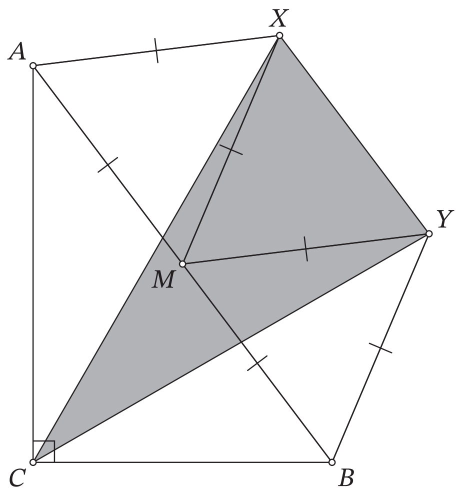

Рис. 11: К задаче 4.2

Вариант 4.3. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отметили середину M. Точки X и Y расположены на плоскости так, как на рисунке, причём треугольники AMX и BMY равносторонние. Найдите углы треугольника CXY, если $\angle ABC = 43°$. Ответ выразите в градусах. Порядок ответов не важен.

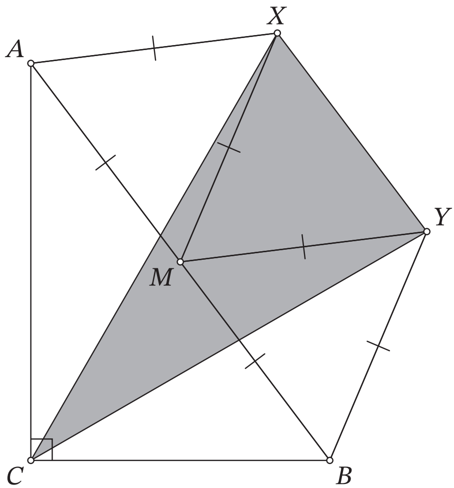

Рис. 12: К задаче 4.3

Вариант 4.4. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отметили середину M. Точки X и Y расположены на плоскости так, как на рисунке, причём треугольники AMX и BMY равносторонние. Найдите углы треугольника CXY, если $\angle ABC = 46°$. Ответ выразите в градусах. Порядок ответов не важен.

Задача 5.1. Сколько существует таких пар натуральных чисел (a, b), что НОД$(a, b) = 1$ и $\frac{12a-11b}{a+b}$ является целым числом?

Вариант 5.2. Сколько существует таких пар натуральных чисел (a, b), что НОД$(a, b) = 1$ и $\frac{5a-14b}{a+b}$ является целым числом?

Вариант 5.3. Сколько существует таких пар натуральных чисел (a, b), что НОД$(a, b) = 1$ и $\frac{6a-23b}{a+b}$ является целым числом?

Вариант 5.4. Сколько существует таких пар натуральных чисел (a, b), что НОД$(a, b) = 1$ и $\frac{9a-22b}{a+b}$ является целым числом?

Задача 6.1. В классе стоит 31 пустой стул. Стулья расставлены по кругу и пронумерованы по порядку по часовой стрелке числами от 1 до 31. Ученики входят в класс по одному и занимают места по следующим правилам:

1. Когда ученик входит в класс, он садится на стул, номер которого соответствует числу месяца, в который он родился, если только этот стул ещё не занят.

2. Если этот стул уже занят, ученик начинает движение от этого стула по часовой стрелке и садится на первый попавшийся свободный стул.

Предположим, шесть учеников вошли в класс и заняли места как показано в таблице:

Ученик	День рождения	Номер стула
Андрей	1 мая	1
Богдан	1 февраля	2
Вадим	3 сентября	3
Глеб	3 августа	4
Дмитрий	4 апреля	5
Евгений	2 июля	6

Сколько существует различных вариантов того, в каком порядке они могли заходить в класс?

Вариант 6.2. В классе стоит 31 пустой стул. Стулья расставлены по кругу и пронумерованы по порядку по часовой стрелке числами от 1 до 31. Ученики входят в класс по одному и занимают места по следующим правилам:

1. Когда ученик входит в класс, он садится на стул, номер которого соответствует числу месяца, в который он родился, если только этот стул ещё не занят.

2. Если этот стул уже занят, ученик начинает движение от этого стула по часовой стрелке и садится на первый попавшийся свободный стул.

Предположим, семь учеников вошли в класс и заняли места как показано в таблице:

Ученик	День рождения	Номер стула
Андрей	1 мая	1
Богдан	1 февраля	2
Вадим	3 сентября	3
Глеб	3 августа	4
Дмитрий	4 апреля	5
Евгений	4 января	6
Захар	2 июля	7

Сколько существует различных вариантов того, в каком порядке они могли заходить в класс?

Вариант 6.3. В классе стоит 31 пустой стул. Стулья расставлены по кругу и пронумерованы по порядку по часовой стрелке числами от 1 до 31. Ученики входят в класс по одному и занимают места по следующим правилам:

1. Когда ученик входит в класс, он садится на стул, номер которого соответствует числу месяца, в который он родился, если только этот стул ещё не занят.

2. Если этот стул уже занят, ученик начинает движение от этого стула по часовой стрелке и садится на первый попавшийся свободный стул.

Предположим, восемь учеников вошли в класс и заняли места как показано в таблице:

Ученик	День рождения	Номер стула
Андрей	1 мая	1
Богдан	1 февраля	2
Вадим	3 сентября	3
Глеб	3 августа	4
Дмитрий	4 апреля	5
Евгений	4 января	6
Захар	5 декабря	7
Игорь	2 июля	8

Сколько существует различных вариантов того, в каком порядке они могли заходить в класс?

Вариант 6.4. В классе стоит 31 пустой стул. Стулья расставлены по кругу и пронумерованы по порядку по часовой стрелке числами от 1 до 31. Ученики входят в класс по одному и занимают места по следующим правилам:

1. Когда ученик входит в класс, он садится на стул, номер которого соответствует числу месяца, в который он родился, если только этот стул ещё не занят.

2. Если этот стул уже занят, ученик начинает движение от этого стула по часовой стрелке и садится на первый попавшийся свободный стул.

Предположим, девять учеников вошли в класс и заняли места как показано в таблице:

Ученик	День рождения	Номер стула
Андрей	1 мая	1
Богдан	1 февраля	2
Вадим	3 сентября	3
Глеб	3 августа	4
Дмитрий	4 апреля	5
Евгений	4 января	6
Захар	5 декабря	7
Игорь	5 октября	8
Кирилл	2 июля	9

Сколько существует различных вариантов того, в каком порядке они могли заходить в класс?

Задача 7.1. Окружность пересекает стороны BC и AD прямоугольника $ABCD$ в точках P, Q, X и Y так, как показано на рисунке. Найдите длину отрезка DY, если известно, что $BP = 2$, $QC = 5$, $AX = 1$.

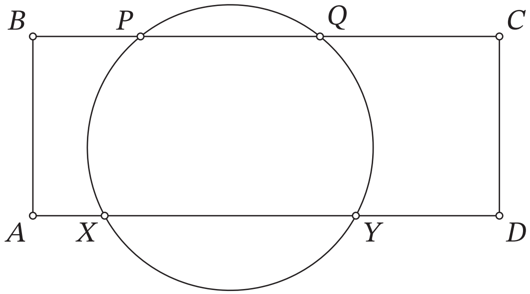

Рис. 14: К задаче 7.1

Вариант 7.2. Окружность пересекает стороны BC и AD прямоугольника $ABCD$ в точках P, Q, X и Y так, как показано на рисунке. Найдите длину отрезка DY, если известно, что $BP = 3$, $QC = 7$, $AX = 2$.

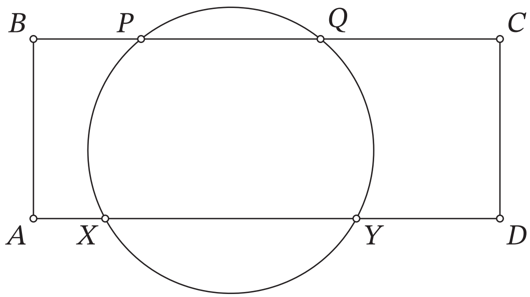

Рис. 16: К задаче 7.2

Вариант 7.3. Окружность пересекает стороны BC и AD прямоугольника $ABCD$ в точках P, Q, X и Y так, как показано на рисунке. Найдите длину отрезка DY, если известно, что $BP = 4$, $QC = 7$, $AX = 2$.

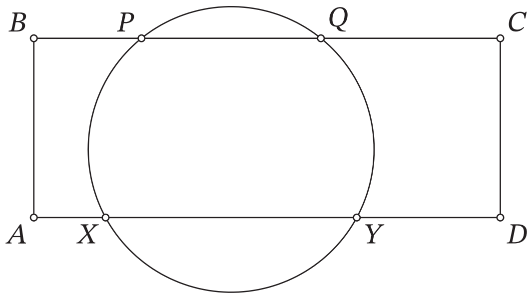

Рис. 17: К задаче 7.3

Вариант 7.4. Окружность пересекает стороны BC и AD прямоугольника $ABCD$ в точках P, Q, X и Y так, как показано на рисунке. Найдите длину отрезка DY, если известно, что $BP = 5$, $QC = 9$, $AX = 2$.

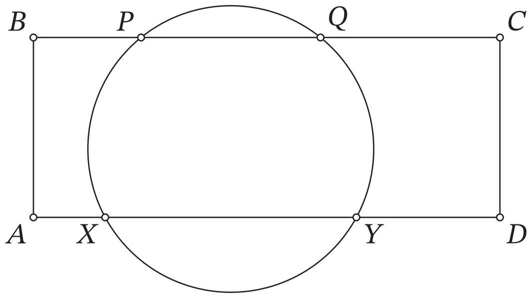

Рис. 18: К задаче 7.4

Задача 8.1. Последовательность натуральных чисел $\{a_n\}$ такова, что a_n равен первой ненулевой цифре десятичной записи числа $\frac{1}{\sqrt{n}}$. Сколько среди первых 600000 членов этой последовательности таких, которые равны 1?

Вариант 8.2. Последовательность натуральных чисел $\{a_n\}$ такова, что a_n равен первой ненулевой цифре десятичной записи числа $\frac{1}{\sqrt{n}}$. Сколько среди первых 700000 членов этой последовательности таких, которые равны 1?

Вариант 8.3. Последовательность натуральных чисел $\{a_n\}$ такова, что a_n равен первой ненулевой цифре десятичной записи числа $\frac{1}{\sqrt{n}}$. Сколько среди первых 800000 членов этой последовательности таких, которые равны 1?

Вариант 8.4. Последовательность натуральных чисел $\{a_n\}$ такова, что a_n равен первой ненулевой цифре десятичной записи числа $\frac{1}{\sqrt{n}}$. Сколько среди первых 900000 членов этой последовательности таких, которые равны 1?