

9 класс

Задача 1.1. Есть 70 литров смеси, в которой доли красной, зелёной и синей красок равняются 20 %, 35 % и 45 % соответственно. Сколько литров красной и зелёной краски нужно добавить, чтобы получилась смесь с 25 % красной, 40 % зелёной и 35 % синей красок? Синюю краску добавлять нельзя.

Задача 1.2. Есть 90 литров смеси, в которой доли красной, зелёной и синей красок равняются 25 %, 20 % и 55 % соответственно. Сколько литров красной и зелёной краски нужно добавить, чтобы получилась смесь с 30 % красной, 25 % зелёной и 45 % синей красок? Синюю краску добавлять нельзя.

Задача 1.3. Есть 90 литров смеси, в которой доли красной, зелёной и синей красок равняются 35 %, 25 % и 40 % соответственно. Сколько литров красной и зелёной краски нужно добавить, чтобы получилась смесь с 40 % красной, 30 % зелёной и 30 % синей красок? Синюю краску добавлять нельзя.

Задача 1.4. Есть 30 литров смеси, в которой доли красной, зелёной и синей красок равняются 35 %, 40 % и 25 % соответственно. Сколько литров красной и зелёной краски нужно добавить, чтобы получилась смесь с 40 % красной, 45 % зелёной и 15 % синей красок? Синюю краску добавлять нельзя.

Задача 2.1. В таблице 6×6 отметили несколько клеток. После этого слева от каждой строки написали, сколько свободных клеток от левой границы до первой отмеченной клетки в этой строке свободны. Аналогичные числа записали сверху, справа и снизу. После этого числа снизу, а также отметки в клетках стёрли.

- (а) (5 баллов) Восстановите числа, которые были записаны снизу.
- (б) (2 балла) Найдите количество отмеченных клеток.

Задача 2.2. В таблице 6×6 отметили несколько клеток. После этого слева от каждой строки написали, сколько свободных клеток от левой границы до первой отмеченной клетки в этой строке свободны. Аналогичные числа записали сверху, справа и снизу. После этого числа снизу, а также отметки в клетках стёрли.

- (а) (5 баллов) Восстановите числа, которые были записаны снизу.
- (б) (2 балла) Найдите количество отмеченных клеток.

2						2
5						0
1						1
1						1
0						5
4						1
	1	2	5	3	0	4

Рис. 1: К задаче 2.1

2						2
0						5
1						1
1						1
5						0
1						4
	4	0	3	5	2	1

Рис. 2: К задаче 2.2

Задача 2.3. В таблице 6×6 отметили несколько клеток. После этого слева от каждой строки написали, сколько свободных клеток от левой границы до первой отмеченной клетки в этой строке свободны. Аналогичные числа записали сверху, справа и снизу. После этого числа снизу, а также отметки в клетках стёрли.

- (а) (5 баллов) Восстановите числа, которые были записаны снизу.
 (б) (2 балла) Найдите количество отмеченных клеток.

0							5
4							1
2							2
4							0
1							4
3							2
	5	1	3	0	2	2	

Рис. 3: К задаче 2.3

Задача 2.4. В таблице 6×6 отметили несколько клеток. После этого слева от каждой строки написали, сколько свободных клеток от левой границы до первой отмеченной клетки в этой строке свободны. Аналогичные числа записали сверху, справа и снизу. После этого числа снизу, а также отметки в клетках стёрли.

- (а) (5 баллов) Восстановите числа, которые были записаны снизу.
(б) (2 балла) Найдите количество отмеченных клеток.

5							0
1							4
2							2
0							4
4							1
2							3
	2	2	0	3	1	5	

Рис. 4: К задаче 2.4

Задача 3.1. Два равносторонних треугольника с параллельными сторонами расположены так, как показано на рисунке. Оказалось, что расстояния между параллельными сторонами треугольников равны $\sqrt{3}$. Найдите разность периметров этих треугольников.

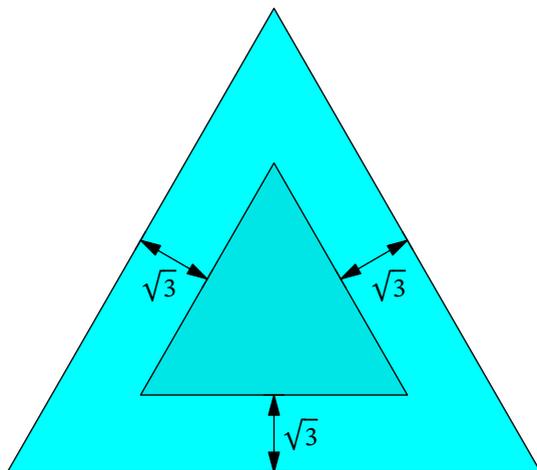


Рис. 5: К задаче 3.1

Задача 3.2. Два равносторонних треугольника с параллельными сторонами расположены так, как показано на рисунке. Оказалось, что расстояния между параллельными сторонами треугольников равны $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Найдите разность периметров этих треугольников.

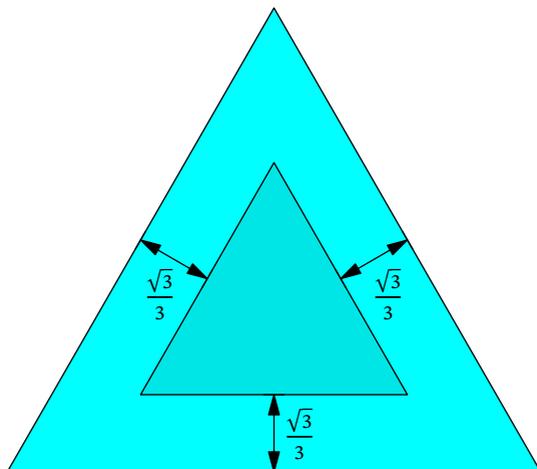


Рис. 6: К задаче 3.2

Задача 3.3. Два равносторонних треугольника с параллельными сторонами расположены так, как показано на рисунке. Оказалось, что расстояния между параллельными сторонами треугольников равны $3\sqrt{3}$. Найдите разность периметров этих треугольников.

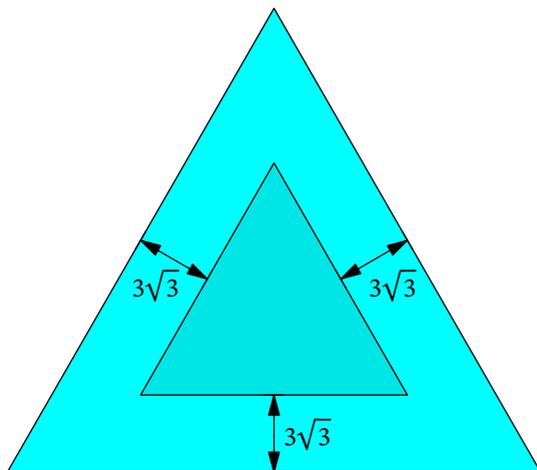


Рис. 7: К задаче 3.3

Задача 3.4. Два равносторонних треугольника с параллельными сторонами расположены так, как показано на рисунке. Оказалось, что расстояния между параллельными сторонами треугольников равны $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Найдите разность периметров этих треугольников.

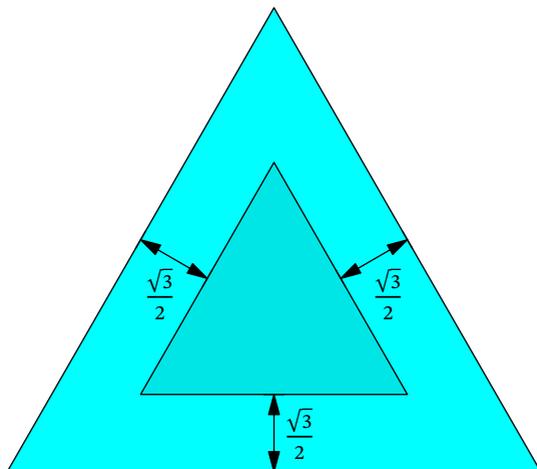


Рис. 8: К задаче 3.4

Задача 4.1. Числа 3, 7, 10, 16, 23 и 31 разбили на три группы по два числа так, что выполняются следующие условия:

- В первой группе оказались только простые числа.
- Во второй группе сумма чисел делится на 3.
- Сумма чисел в третьей группе больше половины от общей суммы.

Какие числа в какой группе?

Задача 4.2. Числа 2, 6, 11, 15, 23 и 31 разбили на три группы по два числа так, что выполняются следующие условия:

- В первой группе оказались только простые числа.
- Во второй группе сумма чисел делится на 3.
- Сумма чисел в третьей группе больше половины от общей суммы.

Какие числа в какой группе?

Задача 4.3. Числа 3, 6, 11, 16, 23 и 31 разбили на три группы по два числа так, что выполняются следующие условия:

- В первой группе оказались только простые числа.
- Во второй группе сумма чисел делится на 3.
- Сумма чисел в третьей группе больше половины от общей суммы.

Какие числа в какой группе?

Задача 4.4. Числа 3, 8, 11, 17, 22 и 31 разбили на три группы по два числа так, что выполняются следующие условия:

- В первой группе оказались только простые числа.
- Во второй группе сумма чисел делится на 3.
- Сумма чисел в третьей группе больше половины от общей суммы.

Какие числа в какой группе?

Задача 5.1. Дан треугольник ABC с прямым углом C . Окружность с центром в A , проходящая через C , пересекает гипотенузу в точке E , а окружность с центром в B , проходящая через C , пересекает гипотенузу в точке D . Найдите ED , если $AD = 16$, $BE = 50$.

Задача 5.2. Дан треугольник ABC с прямым углом C . Окружность с центром в A , проходящая через C , пересекает гипотенузу в точке E , а окружность с центром в B , проходящая через C , пересекает гипотенузу в точке D . Найдите ED , если $AD = 12$, $BE = 54$.

Задача 5.3. Дан треугольник ABC с прямым углом C . Окружность с центром в A , проходящая через C , пересекает гипотенузу в точке E , а окружность с центром в B , проходящая через C , пересекает гипотенузу в точке D . Найдите ED , если $AD = 15, BE = 30$.

Задача 5.4. Дан треугольник ABC с прямым углом C . Окружность с центром в A , проходящая через C , пересекает гипотенузу в точке E , а окружность с центром в B , проходящая через C , пересекает гипотенузу в точке D . Найдите ED , если $AD = 14, BE = 112$.

Задача 6.1.

В квадрате 5×5 расставили натуральные числа от 1 до 25, каждое по одному разу, так, что суммы чисел в каждой строке, каждом столбце и каждой из двух диагоналей совпали. Оказалось, что в центре стоит число 18. Чему может быть равна сумма чисел в отмеченных клетках?

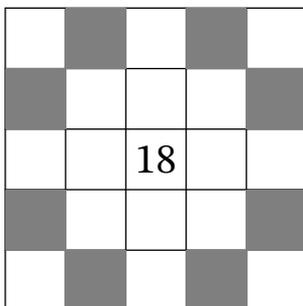


Рис. 9: К задаче 6.1

Задача 6.2.

В квадрате 5×5 расставили натуральные числа от 1 до 25, каждое по одному разу, так, что суммы чисел в каждой строке, каждом столбце и каждой из двух диагоналей совпали. Оказалось, что в центре стоит число 17. Чему может быть равна сумма чисел в отмеченных клетках?

Задача 6.3.

В квадрате 5×5 расставили натуральные числа от 1 до 25, каждое по одному разу, так, что суммы чисел в каждой строке, каждом столбце и каждой из двух диагоналей совпали. Оказалось, что в центре стоит число 8. Чему может быть равна сумма чисел в отмеченных клетках?

Задача 6.4.

В квадрате 5×5 расставили натуральные числа от 1 до 25, каждое по одному разу, так, что суммы чисел в каждой строке, каждом столбце и каждой из двух диагоналей совпали.

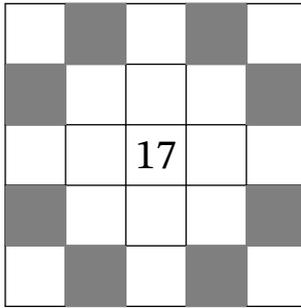


Рис. 10: К задаче 6.2

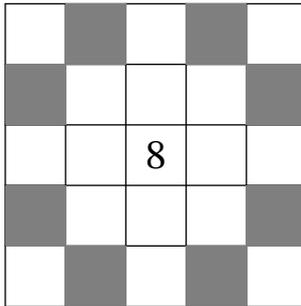


Рис. 11: К задаче 6.3

Оказалось, что в центре стоит число 9. Чему может быть равна сумма чисел в отмеченных клетках?

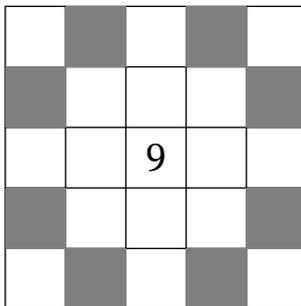


Рис. 12: К задаче 6.4

Задача 7.1. Натуральные числа a, b таковы, что число $\frac{7a+9b}{a+3b}$ — тоже натуральное. Чему может быть равно отношение $\frac{a}{b}$? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Задача 7.2. Натуральные числа a, b таковы, что число $\frac{9a+10b}{a+2b}$ — тоже натуральное. Чему может быть равно отношение $\frac{a}{b}$? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Задача 7.3. Натуральные числа a, b таковы, что число $\frac{9a+20b}{a+4b}$ — тоже натуральное. Чему может быть равно отношение $\frac{a}{b}$? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Задача 7.4. Натуральные числа a, b таковы, что число $\frac{7a+15b}{a+5b}$ — тоже натуральное. Чему может быть равно отношение $\frac{a}{b}$? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Задача 8.1. На квалификационное соревнование, по результатам которого отбираются участники на областной чемпионат, подали заявки 80 команд. Отбор происходит по следующей схеме.

У каждой команды есть некоторый счёт побед и поражений (изначально $0 - 0$). В каждом матче принимают участие две команды с одинаковым текущим счётом, и одна из них побеждает, а другая проигрывает (ничьих не бывает). Если команда набирает 3 поражения, она выбывает из отбора. Если команда набирает 3 победы, она выходит в основную часть и тоже прекращает участие в квалификационном соревновании. Турнир оканчивается, когда судьба каждой команды будет определена.

(а) (1 балл) Сколько команд попадёт на областной чемпионат?

(б) (6 баллов) Сколько будет сыграно матчей?

Задача 8.2. На квалификационное соревнование, по результатам которого отбираются участники на областной чемпионат, подали заявки 112 команд. Отбор происходит по следующей схеме.

У каждой команды есть некоторый счёт побед и поражений (изначально $0 - 0$). В каждом матче принимают участие две команды с одинаковым текущим счётом, и одна из них побеждает, а другая проигрывает (ничьих не бывает). Если команда набирает 3 поражения, она выбывает из отбора. Если команда набирает 3 победы, она выходит в основную часть и тоже прекращает участие в квалификационном соревновании. Турнир оканчивается, когда судьба каждой команды будет определена.

(а) (1 балл) Сколько команд попадёт на областной чемпионат?

(б) (6 баллов) Сколько будет сыграно матчей?

Задача 8.3. На квалификационное соревнование, по результатам которого отбираются участники на областной чемпионат, подали заявки 96 команд. Отбор происходит по следующей схеме.

У каждой команды есть некоторый счёт побед и поражений (изначально 0 – 0). В каждом матче принимают участие две команды с одинаковым текущим счётом, и одна из них побеждает, а другая проигрывает (ничьих не бывает). Если команда набирает 3 поражения, она выбывает из отбора. Если команда набирает 3 победы, она выходит в основную часть и тоже прекращает участие в квалификационном соревновании. Турнир оканчивается, когда судьба каждой команды будет определена.

(а) (1 балл) Сколько команд попадёт на областной чемпионат?

(б) (6 баллов) Сколько будет сыграно матчей?

Задача 8.4. На квалификационное соревнование, по результатам которого отбираются участники на областной чемпионат, подали заявки 128 команд. Отбор происходит по следующей схеме.

У каждой команды есть некоторый счёт побед и поражений (изначально 0 – 0). В каждом матче принимают участие две команды с одинаковым текущим счётом, и одна из них побеждает, а другая проигрывает (ничьих не бывает). Если команда набирает 3 поражения, она выбывает из отбора. Если команда набирает 3 победы, она выходит в основную часть и тоже прекращает участие в квалификационном соревновании. Турнир оканчивается, когда судьба каждой команды будет определена.

(а) (1 балл) Сколько команд попадёт на областной чемпионат?

(б) (6 баллов) Сколько будет сыграно матчей?