Максимальное количество баллов за олимпиаду — 100

Задание 1. Пусть X — множество целых чисел, в котором n элементов. Определим медиану m множества X. Выпишем элементы множества X в порядке возрастания: $a_1 < a_2 < \dots < a_n$. При нечётном n обозначим $n = 2k+1$ и положим $m = a_{k+1}$ (т. е. медиана — среднее из чисел в получившемся ряду). При чётном n обозначим $n = 2k$ и положим $m = \dfrac{a_k + a_{k+1}}{2}$ (т. е. полагаем медиану — средним арифметическим двух средних чисел в получившемся ряду).

Пусть A и B — множества целых чисел, состоящие из нечётного числа элменетов, причём $A \cap B = \emptyset$. Известно, что медиана множества A равна 10, а медиана множества B равна 100. Какое наибольшее значение может иметь медиана множества $A \cup B$?

Задание 2. Три программы ИИ (искусственного интеллекта), отвечают на одни и те же 30 вопросов. *Ансамбль* из трёх программ выдаёт ответ на каждый вопрос «по правилу большинства»: если хотя бы две из трёх программ дали одинаковый ответ, выдаётся именно этот ответ. В противном случае выдаётся ответ первой программы. Известно, что каждая из трёх программ ответила верно не менее чем на 22 вопроса. Какое наименьшее число правильных ответов гарантированно будет у ансамбля из трёх программ?

Задание 3. В порту расположено m площадок, пронумерованных целыми числами $0, 1, 2, \dots, m-1$. В порт прибудет контейнеровоз с сотней контейнеров, которые пронумерованы последовательными целыми числами. Автоматический кран разгружает контейнеровоз по следующему правилу: контейнер с номером N разгружается на площадку с таким номером k, что $N-k$ делится на m (напомним, что k принимает значения от 0 до $m-1$). При каком наибольшем значении m мы гарантированно можем утверждать, что на каждой площадке после разгрузки окажется не менее 9 контейнеров?

Задание 4. Вася настраивает проверку входящих писем по трём признакам A, B и C. Обозначим:

- A — в письме есть слово БЕСПЛАТНО;
- B — в письме есть три восклицательных знака подряд;
- C — в письме есть ссылка (текстовый адрес, по которому открывается страница).

Письмо отправляется в папку НЕЖЕЛАТЕЛЬНАЯ ПОЧТА, если выполнены хотя бы два из трёх упомянутых выше признаков.

По набору писем известно, что признаки A и B выполнены одновременно для 80 писем, признаки A и C — для 50 писем, признаки B и C — для 60 писем. Все три признака A, B, C одновременно выполняются для 30 писем. Сколько писем отправится в папку НЕЖЕЛАТЕЛЬНАЯ ПОЧТА?

Задание 5. Даны точки на клетчатой плоскости, разбитые на три класса:
класс 0: $(2,-1)$, $(1,1)$, $(2,1)$, $(1,-2)$, $(2,0)$;
класс 1: $(0,1)$, $(-2,1)$, $(-1,-2)$, $(0,2)$;
класс 2: $(-1,1)$, $(0,-2)$, $(-2,0)$.

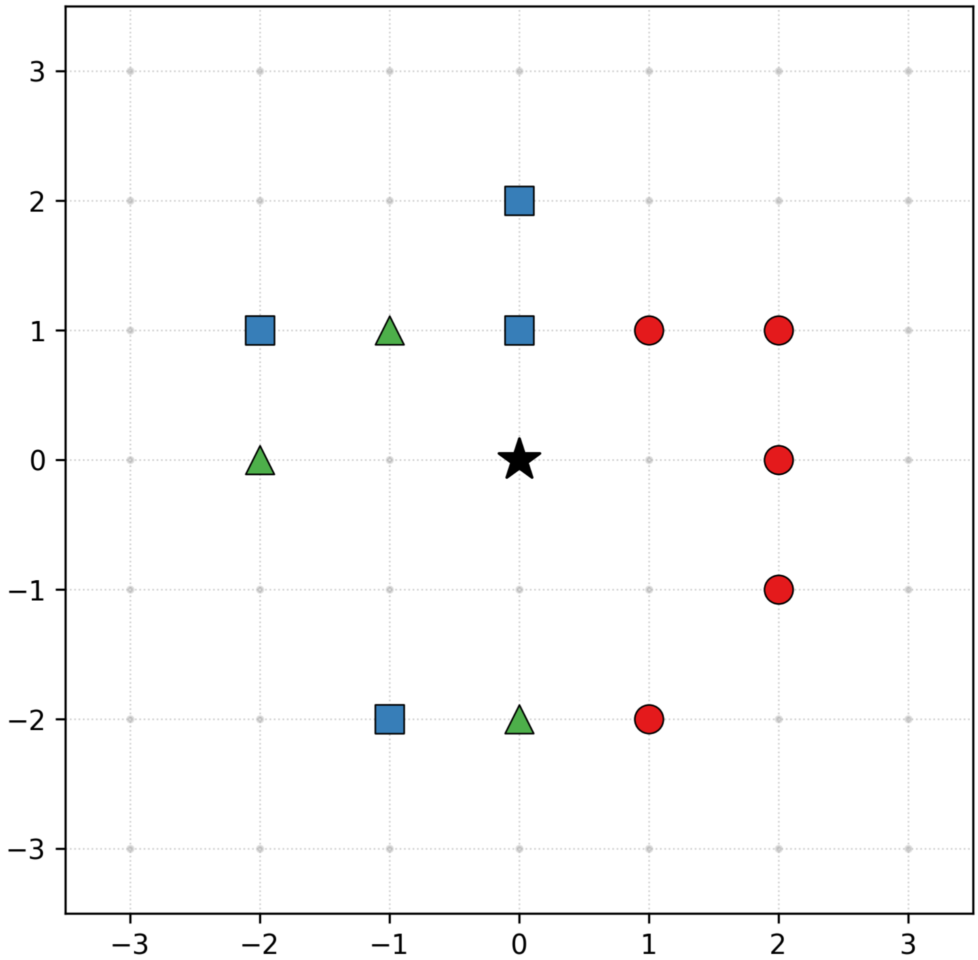

Рис. 1: Точки на плоскости

Новую точку $(0,0)$, помеченную звёздочкой, нужно отнести к одному из трёх классов *по правилу ближайшего центра*.

Назовём *центром* класса точку, у которой первая координата равна среднему арифметическому всех первых координат точек класса, а вторая координата — среднему арифметическому всех вторых координат. *Ближайшим* для точки считается класс, расстояние до центра которого наименьшее; при равенстве расстояний выбирается класс с меньшим номером.

Правило ближайшего центра требует относить точку к ближайшему для неё классу. Определите, какой класс получит точка, помеченная звёздочкой.

Задание 6. Линейный счётчик по модулю

Имя входного файла: стандартный ввод

Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничения по времени: 1 секунда

Ограничения по памяти: 256 мегабайт

В одной далёкой лаборатории учёные создали особого робота-предсказателя. Этот робот умеет строить магическую последовательность чисел. Его память устроена так: он всегда хранит два последних значения и по ним вычисляет следующее.

Работает он так:

$$F_0 = a, \quad F_1 = b, \quad F_n = \big(p \cdot F_{n-1} + q \cdot F_{n-2}\big) \bmod m \quad (n \geq 2).$$

Знак «mod$m$» означает, что после вычисления берётся остаток от деления на число m, будто числа «оборачиваются» при достижении предела.

Ваша задача — помочь роботу посчитать число F_n.

Ровно шесть строк:

- 1-я строка: целое n;
- 2-я строка: целое a;
- 3-я строка: целое b;
- 4-я строка: целое p;
- 5-я строка: целое q;
- 6-я строка: целое m.

Гарантируется, что

$$0 \leq n \leq 10^5, \quad 1 \leq m \leq 10^9 + 7, \quad 0 \leq a, b, p, q < m.$$

Одно целое число — F_n.

Задание 7.

Пожарная тревога

Имя входного файла: стандартный ввод

Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничения по времени: 1 секунда

Ограничения по памяти: 256 мегабайт

Представь, что у тебя есть карта города. На ней есть две пожарные станции: станция класса (0) с координатами (x_0, y_0) и станция класса (1) с координатами (x_1, y_1). Где-то в городе произошла авария, её место обозначено точкой (x, y).

Чтобы вызвать помощь, нужно понять, какая станция доберётся до аварии быстрее. Машины пожарных двигаются только вдоль улиц и проспектов, то есть сначала по горизонтали, потом по вертикали (или наоборот). Время проезда считается просто: складываем количество кварталов по горизонтали и по вертикали. Именно поэтому расстояние от точки ((u,v)) до точки (r, s) определяется так:

$$D((u, v), (r, s)) = |u - r| + |v - s|.$$

Нужно определить, какая станция по этому правилу ближе к месту аварии. Если обе станции окажутся на одинаковом расстоянии, помощь приедет со станции класса (0).

Формат входных данных:

Шесть целых чисел, по одному в строке:

$$x, \ y, \ x_0, \ y_0, \ x_1, \ y_1.$$

Гарантируется, что

$$|x|, |y|, |x_0|, |y_0|, |x_1|, |y_1| \leq 10^5.$$

Формат выходных данных:

Выведите одно число: 0 или 1 — номер класса с меньшим расстоянием (при равенстве — 0).