

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 84

Задание 1. На экране у робота было число 1. По команде СЛЕДУЮЩЕЕ робот увеличивает число на экране на 1, а по команде УДВОЙ робот умножает число на экране на 2. Назовём число достижимым, если оно могло оказаться на экране в результате последовательного выполнения четырёх команд. Сколько существует достижимых чисел?

Ответ: 8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 12 баллов

Максимальный балл за задание — 12

Решение.

Идём по шагам.

После 1-й команды из числа 1 в любом случае получаем 2.

После 2-й: из 2 можно получить 3 (СЛЕДУЮЩЕЕ) или 4 (УДВОЙ).

После 3-й: из 3 получаем 4 или 6, из 4 получаем 5 или 8. Итак, возможны 4, 5, 6, 8.

После 4-й:

$$\begin{aligned} 4 &\rightarrow 5 \text{ или } 8, \\ 5 &\rightarrow 6 \text{ или } 10, \\ 6 &\rightarrow 7 \text{ или } 12, \\ 8 &\rightarrow 9 \text{ или } 16. \end{aligned}$$

Значит, все возможные числа: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 16 — всего 8.

Задание 2. Формула суммы первых n натуральных чисел имеет вид

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Модель ИИ использует неверную формулу: она считает, что сумма первых n натуральных чисел равна n^2 . Назовём ошибкой модели разность между её ответом и правильным ответом, где из большего числа вычитается меньшее. Найдите наименьшее натуральное число n , для которого ошибка модели равна 210.

Ответ: 21

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 12 баллов

Максимальный балл за задание — 12

Решение.

Посчитаем ошибку:

$$\text{ошибка} = n^2 - \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Тогда

$$\frac{n(n-1)}{2} = 210 \Rightarrow n(n-1) = 420.$$

Заметим, что $420 = 20 \cdot 21$ — единственное разложение на два соседних числа, значит $n = 21$.

Другие n не подходят, так как для $n = 1$ ошибка равна 0, а при $n \geq 2$ числа $\frac{n(n-1)}{2}$ растут (получаем 1, 3, 6, 10, ...), поэтому равенство с 210 возможно только при найденном $n = 21$.

Задание 3. В турнире участвовали пять моделей ИИ, будем называть их игроками. Каждая пара игроков сыграла ровно один матч (всего было проведено 10 матчей). По правилам игроку за победу даётся 2 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. Программа, которая подсчитывала набранные очки, по ошибке за победу начисляла 3 очка, очки за ничью и за поражение она начисляла в соответствии с правилами. По составленной ею таблице сумма очков всех игроков оказалась равна 24. Сколько матчей на турнире закончились вничью?

Ответ: 6

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 12 баллов

Максимальный балл за задание — 12

Решение.

По правильным правилам любой матч (победа 2:0 или ничья 1:1) даёт в сумме 2 очка, значит всего должно быть $10 \cdot 2 = 20$ очков.

Программа завывшала на 1 очко каждый матч с победителем, поэтому общая сумма стала больше на число таких матчей:

$$24 - 20 = 4.$$

Значит, было 4 матча с победой и $10 - 4 = 6$ ничьих.

Задание 4. Модели ИИ нужно последовательно выдать пять различных задач, и две из которых — *тяжёлые*. Планировщик экспериментов задаёт порядок выдачи этих пяти задач так, чтобы тяжёлые задачи не выдавались подряд. Сколькими способами он может это сделать?

Ответ: 72

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 12 баллов

Максимальный балл за задание — 12

Решение.

Всего порядков пяти разных задач: $5! = 120$.

Посчитаем, сколько «плохих» порядков, где две тяжёлые стоят рядом. Считаем их «блоком». Тогда имеем: блок и три обычные задачи — всего 4 объекта, их можно переставить $4! = 24$ способами. Внутри блока тяжёлые могут стоять в двух порядках, значит «плохих» порядков $24 \cdot 2 = 48$.

Требуемые порядки: $120 - 48 = 72$.

Задание 5. Нейронная сеть на телефоне у программиста ставит будильник на 9 часов утра каждый третий день, начиная с 1 июня (т.е. 1-го июня, 4-го июня, 7-го июня и т.д.). Будильник на 10 часов утра она ставит каждое пятое число месяца, начиная со 2-го июня (т.е. 2-го июня, 7-го июня, 12-го июня и т.д.). В июне 30 дней. Сколько в июне будет дней, на которые будет установлен ровно один будильник?

Ответ: 12

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 12 баллов

Максимальный балл за задание — 12

Решение.

Дни «каждый третий» от 1 июня: 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28 — всего 10 дней. Дни «каждое пятое» от 2 июня: 2, 7, 12, 17, 22, 27 — всего 6 дней.

Совпадают только 7 и 22 (каждые 15 дней), их 2.

Тогда ровно один будильник стоит на

$$(10 - 2) + (6 - 2) = 8 + 4 = 12$$

днях.

Задание 6. План города представляет собой квадрат 10×10 , вертикальные и горизонтальные улицы (линии сетки) пронумерованы числами от 0 до 10 (слева направо и снизу вверх). Робот стартует на пересечении 0-горизонтальной и 0-вертикальной улиц, он должен отвезти заказ на пересечение 3-горизонтальной и 3-вертикальной улиц.

Робот выбирает кратчайший маршрут, значит он движется только вверх и вправо. Известно, что на пересечении 2-горизонтальной и 2-вертикальной улиц ведутся работы, через этот перекрёсток проехать нельзя. Сколько различных маршрутов может выбрать робот?

Ответ: 8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 12 баллов

Максимальный балл за задание — 12

Решение.

В финиш (3, 3) можно попасть только из (3, 2) (сверху) или из (2, 3) (слева).

— Все допустимые пути в (3, 2) — это пути в (3, 1) (пути через (2, 2) запрещены). — Аналогично, все допустимые пути в (2, 3) — это пути в (1, 3).

Считаем их: от (0, 0) до (3, 1) нужно сделать 3 шага вправо и 1 вверх — место для этого единственного шага вверх можно выбрать 4 способами, значит путей 4. От (0, 0) до (1, 3) симметрично тоже 4 пути.

Итого путей в (3, 3): $4 + 4 = 8$.

Задание 7. Программа-помощник отвечает на вопросы по урокам. Ведётся журнал сообщений, в который записывается следующая информация.

- 1) Кто задал вопрос (**Имя автора**).
- 2) Понятен ли смысл вопроса (**Поняла ли смысл?**).
- 3) Тема вопроса (**Тема**).
- 4) Количество слов в вопросе (**Длина вопроса**).
- 5) Время отправки (**Время**).

В результате работы программы в тестовом режиме в течение дня журнал сообщений представляет собой приведённую ниже таблицу.

Имя автора	Поняла ли смысл?	Тема	Длина вопроса	Время
Ася	Да	расписание	12	?
Боря	Нет	?	14	день
Вера	Нет	столовая	9	день
Глеб	Да	расписание	?	утро
Дина	?	кружки	13	вечер
Егор	Да	домашка	10	утро
Зоя	Нет	домашка	8	вечер
Илья	Да	расписание	11	утро

В каждом из четырёх столбцов, кроме первого, оказалось ровно по одному пропуску, отмеченному знаком вопроса. Чтобы подвести итоги работы программы, нужно заполнить пропуски, руководствуясь следующими правилами.

Во втором, третьем и пятом столбце нужно поставить тот вариант ответа, который чаще всего встречается среди уже заполненных значений этого столбца. Если несколько вариантов встречаются одинаковое количество раз мы берем первый из них в алфавитном порядке.

В столбце длина вопроса нужно поставить вместо пропуска среднее из уже заполненных чисел. То есть такое число, больше которого и меньше которого одинаковое количество чисел в данном столбце.

Заполните все пропуски согласно приведённым правилам.

Ответ: Да; расписание; 11; утро

Критерий оценивания:

За каждый верный ответ — 3 балла.

Максимальный балл за задание — 12

Решение.

Считаем по столбцам.

— «Поняла ли смысл?»: среди заполненных стоит «Да» у четырёх записей, «Нет» — у трёх, значит подставляем «Да».

— «Тема»: чаще всего встречается «расписание» (3 раза), значит подставляем «расписание».

— «Время»: «утро» встречается 3 раза, «день» — 2, «вечер» — 2; берём «утро».

— «Длина вопроса»: сложим известные длины $12 + 14 + 9 + 13 + 10 + 8 + 11 = 77$. Их семь, среднее $77 : 7 = 11$. Поэтому в пропуск ставим 11.