

# XVIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

## Региональный этап

3 февраля 2026 г.

### 8 класс

#### *Второй день*

6. Как разрезать квадрат на 12 треугольников, площади которых относятся как  $1 : 2 : 3 : \dots : 11 : 12$ ?
7. У Васи есть банки с синей, жёлтой и зелёной красками. Он хочет покрасить каждое натуральное число от 100 до 1 000 000 включительно одной из этих красок так, чтобы каждые три попарно взаимно простых числа были одного цвета. Докажите, что Васе придётся покрасить все числа одним цветом. Напомним, что три числа *попарно взаимно просты*, если у каждого двух из них наибольший общий делитель равен 1.
8. На рисунке изображён автодром; точки — это перекрёстки, отрезки — дороги. Каждый отрезок между соседними точками машина проезжает ровно за минуту. Приехав на перекрёсток, машина немедленно уезжает с него по любой дороге, кроме той, по которой она приехала. Сначала несколько машин расположены на перекрёстках, затем они одновременно начинают двигаться по указанным правилам. При каком наибольшем количестве машин может случиться, что они смогут неограниченно долго ездить, никогда не встречаясь (ни на перекрёстках, ни на дорогах)?
9. Для каких натуральных  $n$  найдутся такие целые числа  $a, b, c, d$ , большие, чем  $10^{2026}$ , что  $a^2+b^2 = c^2+d^2$  и  $a+b-c-d = n$ ?
10. Дан треугольник  $ABC$ , в котором  $\angle B = 60^\circ$ . На продолжении стороны  $AB$  за точку  $B$  отмечена точка  $D$ , а на стороне  $BC$  — точка  $E$ , причем  $AD = CE$ . На продолжении отрезка  $AE$  за точку  $E$  нашлась такая точка  $F$ , что  $AC = CF$  и  $DE = EF$ . Найдите величины углов треугольника  $DEF$  (укажите все возможные варианты).

