

ХVIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

2 февраля 2026 г.

8 класс

Первый день

1. В каждом столбце таблицы 10×10 записаны сверху вниз в порядке возрастания степени двойки: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512. Как пройти из какой-либо клетки верхней строки таблицы в какую-либо клетку нижней, сдвигаясь на каждом ходу на клетку вправо или на клетку вниз, чтобы сумма чисел во всех пройденных клетках равнялась 2026? Достаточно найти один пример.
2. Числа a, b, c таковы, что $a^2 + b^2 > (a+b)^2$ и $b^2 + c^2 > (b+c)^2$. Что больше: $a^4 + c^4$ или $(a+c)^4$?
3. В треугольнике ABC точка K — середина биссектрисы BL . Известно, что $AK = AL$ и $AK \perp BC$. Найдите величину угла ABC .
4. В электронную таблицу, где две строки и n столбцов, в произвольном порядке записаны все натуральные числа от 1 до $2n$ (в каждой клетке — одно число). В полдень каждого дня компьютер случайным образом выбирает столбец, где число из верхней строки больше числа из нижней, и меняет эти два числа местами, а затем случайным образом переставляет числа в верхней строке. В момент, когда в каждом столбце верхнее число оказывается меньше нижнего, процесс заканчивается. Докажите, что такой процесс не может происходить дольше, чем n^2 дней.
5. Существует ли такое натуральное число n , что для каких-то трёх его делителей a, b, c , больших, чем 1, произведение $(a-1)(b-1)(c-1)$ делится на n^2 ?