Региональный этап — День 1

Условия, решения и схема оценивания. 9 класс

Содержание

9.1. Между сегодня и завтра

Р. Я. Жучков

Для наблюдателя, находящегося в точке с долготой $\lambda = 54^\circ\,15'$ на территории России, Луна 27 июля 2018 года взошла в $23^\mathrm{h}\,19^\mathrm{m}$, а зашла в $23^\mathrm{h}\,25^\mathrm{m}$ по московскому времени, принятому в той местности. В эту же ночь произошло полное лунное затмение, максимальная фаза которого пришлась на $20^\mathrm{h}\,23^\mathrm{m}$ всемирного времени 27 июля. Найдите широту наблюдателя. Затмение считать центральным.

Решение. По всемирному времени максимальная фаза затмения наступила в $UT = 20^\mathrm{h}23^\mathrm{m}$ 27 июля. Поскольку наблюдатель находится на $54^\circ\,15'$ ($3^\mathrm{h}\ 37^\mathrm{m}$) восточнее нулевого меридиана, по его местному времени максимум затмения пришелся на $20^\mathrm{h}23^\mathrm{m} + 3^\mathrm{h}37^\mathrm{m} = 24^\mathrm{h}00^\mathrm{m}$, то есть на полночь между 27 и 28 июля.

Московское время привязано к меридиану 45° восточной долготы, который расположен на $54^\circ\,15' - 45^\circ = 9^\circ\,15'$ западнее меридиана наблюдателя. Следовательно, разница местного времени составляет 37^m. Тогда по местному времени наблюдателя Луна взошла в $23^\mathrm{h}\ 56^\mathrm{m}$, а зашла в $0^\mathrm{h}\ 02^\mathrm{m}$ 28 июля. Получается, что в момент максимума затмения Луна находилась почти в верхней кульминации, а Солнце — в нижней. За одну минуту высоты Солнца и Луны изменились незначительно, этим изменением можно смело пренебречь.

Замечание. Здесь мы пренебрегаем уравнением времени, которое в конце июля достигает 6.5 минут, то есть среднее солнечное время на 6.5 минут опережает истинное.

Определим склонение Солнца на дату наблюдений. Между 28 июля и днем осеннего равноденствия (23 сентября) прошло 57 дней. За это время Солнце прошло дугу $\frac{57}{365.25} \cdot 360^\circ \approx 56^\circ$ по эклиптике. Тогда приближенно склонение Солнца равно

$$\delta_\odot = 23.5^\circ \sin 56^\circ \approx 19.5^\circ.$$

Замечание. День осеннего равноденствия может приходиться как на 23, так и на 22 сентября. Сам момент равноденствия может быть как в начале, так и в конце дня. Поэтому число дней может составлять от 56 до 58, а разброс склонений от 19.3° до 19.8°. Использование сферической тригонометрии дает значение 19.3°. Различие точного и приближенного значений сравнимо с погрешностью, возникающей из-за того, что мы использовали приблизительное время равноденствия.

В момент максимальной фазы центрального затмения Луна находится строго в противоположной от Солнца части неба, следовательно, ее склонение равно $\delta_☾ = -\delta_\odot = -19.5^\circ$.

Луна взошла лишь на 6 минут — только верхний край ее видимого диска едва показался над горизонтом и быстро скрылся обратно. Можно считать, что в момент верхней кульминации верхний край диска Луны совпал с горизонтом. С учетом рефракции, приподнявшей диск на угол $\rho = 35'$, центр истинного диска Луны, расположенный на $16'$ ниже верхнего края, оказался на высоте $h_☾ = -51'$ (находился под горизонтом).

Применив формулу для высоты в верхней кульминации к югу от зенита, получим

$$h_☾ = 90^\circ - \varphi + \delta_☾ \quad \Rightarrow \quad \varphi = 90^\circ + \delta_☾ - h = 90^\circ - 19.5^\circ + 51' = 71^\circ\,21'.$$

Эта точка находится на острове Южный архипелага Новая Земля.

Критерии оценивания. **16**

К1. Затмение в момент верхней кульминации **6**

Долгота наблюдателя во временной мере 1

Местное время затмения для наблюдателя 2

Разница местного времени и времени часовой зоны наблюдателя 1

Местное время восхода / захода Луны 1

Вывод о том, что затмение в полночь 1

В условии не дано уравнение времени на дату наблюдения, но участник может попытаться его учесть по памяти — в конце июля локальный максимум. Это не является ошибкой, но при строгом учете заметно усложняет решение. Ответ при этом значительно измениться не должен.

К2. Склонение Луны **4**

Положение Солнца на эклиптике 1

Для определения склонения надо определить угловое расстояние Солнца относительно какой либо точки с известным склонением (равноденствия или солнцестояния). Если участник не учитывает, что Солнце проходит за день меньше градуса, этот балл не выставляется, но остальное решение проверяется в зависимости от правильности вычислений.

Разброс времен до равноденствия в 3 дня, описанный в тексте решения, ошибкой не является и приводит к законному изменению ответа на $\pm 12'$

Склонение Солнца с точностью $\pm 1^\circ$ 2

Склонение Луны, как противоположное склонению Солнца 1

К3. Определение широты **6**

Верхний край Луны на горизонте $\Rightarrow$ центр ниже на 15–16 минут 2

Учет рефракции 2

Допустимые значения угла рефракции от $30'$ до $40'$.

Формула для высоты верхней кульминации к югу от зенита 1

Значение широты 1

9.2. Школа навигаторов

В. Б. Игнатьев

В школе юных навигаторов два друга обсуждали свои экзаменационные космические полеты. Каждый из них должен стартовать с Земли, посетить поочередно две звезды и вернуться на Землю. Вася выбрал две звезды видимой звездной величины 4^m, а Петя — звезды 3^m и 5^m. Известно, что угловое расстояние между каждой парой звезд на небесной сфере составляет $90°$. Все четыре звезды имеют одинаковую светимость, а тренировочные космолеты — одинаковую скорость. Определите, чей маршрут окажется короче и во сколько раз. Межзвездным поглощением света пренебречь.

Решение. Маршрут космолета представляет собой прямоугольный треугольник с вершинами на Земле и двух выбранных звездах. Длина всего пути равна сумме сторон этого треугольника.

Поскольку светимости звезд одинаковые, различие в их звездных величинах кроется только в разных расстояниях до них. По определению разница в одну звездную величину соответствует отношению освещенностей $10^{0.4} \approx 2.512$. Освещенность, создаваемая звездой, обратно пропорциональна квадрату расстояния до звезды. Пусть l_4 — расстояние от Земли до звезды с видимой звездной величиной 4^m. Тогда расстояние до звезды 5^m равно

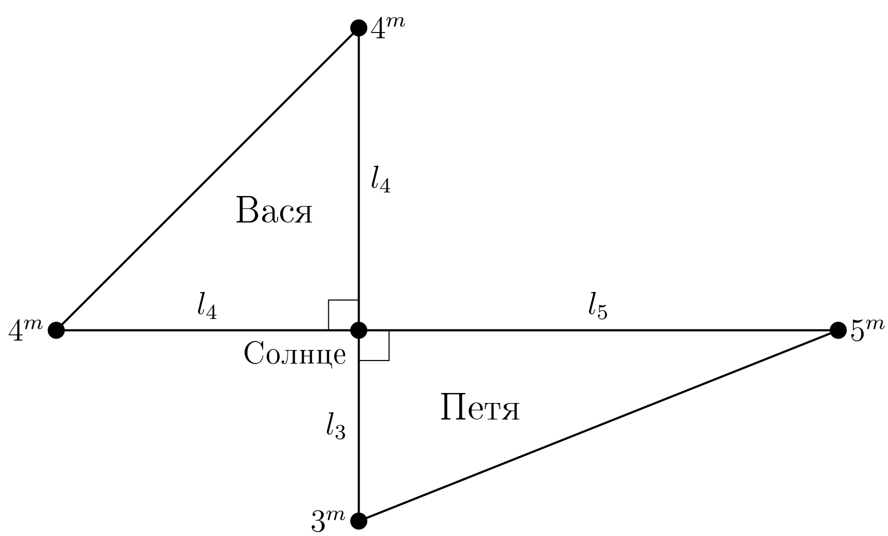
$$l_5 = \sqrt{10^{0.4}} l_4 = 10^{0.2} l_4,$$

а до звезды 3^m —

$$l_3 = 10^{-0.2} l_4.$$

Рассмотрим маршрут Васи (см. рисунок). Его длина составляет

$$L_1 = l_4 + l_4 + \sqrt{2} l_4 = (2 + \sqrt{2}) l_4.$$



На маршруте Пети один катет равен l_5, второй — l_3, а гипотенуза — $\sqrt{l_5^2 + l_3^2}$. Тогда длина всего петиного маршрута

$$L_2 = l_5 + l_3 + \sqrt{l_5^2 + l_3^2} = 10^{0.2} l_4 + 10^{-0.2} l_4 + \sqrt{10^{0.4} l_4^2 + 10^{-0.4} l_4^2} =$$
$$= l_4 \left(10^{0.2} + 10^{-0.2} + \sqrt{10^{0.4} + 10^{-0.4}} \right).$$

Вычислим отношение длин двух маршрутов:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{10^{0.2} + 10^{-0.2} + \sqrt{10^{0.4} + 10^{-0.4}}}{2 + \sqrt{2}} \approx 1.15.$$

Ответ. Маршрут Васи короче примерно в 1.15 раза.

Критерии оценивания. **16**

К1. Расстояния до звезд **8**

Разности 1^m соответствует отношение освещенностей 2.512 1

Освещенность $\propto l^{-2}$ 1

Расстояния до звезды каждого типа: по 2 балла за тип 6

К2. Длина пути Васи **2**

К3. Длина пути Пети **3**

К4. Выводы **3**

Оценивается только при правильном предыдущем решении.

Какой путь короче 1

Во сколько раз 2

9.3. Задача о максимумах

В. Б. Игнатьев

Астероид движется вокруг Солнца по круговой орбите, лежащей в плоскости орбиты Земли. Максимальное расстояние между Землей и астероидом в 3.5 раза больше минимального расстояния между ними. Определите максимально возможное время (в годах или долях года), в течение которого астероид непрерывно находится ближе к Земле, чем к Солнцу. Орбиту Земли считайте круговой.

Решение. Определим параметры орбиты астероида. Изначально неизвестно, является он внутренним или внешним, поэтому проверим оба варианта.

Расстояние между Землей и астероидом максимально, если они находятся на одной прямой с Солнцем по разные стороны от него. Если a — радиус орбиты астероида, а $a_\oplus$ — радиус орбиты Земли, то максимальное расстояние $r_{\max} = a_\oplus + a$.

Минимальное расстояние достигается, когда астероид и Земля также находятся на одной линии с Солнцем но по одну сторону от него: $r_{\min} = |a_\oplus - a|$. Здесь мы записали модуль, поскольку есть два варианта расположения астероида: между Землей и Солнцем или по другую сторону относительно Земли. Тогда

$$\frac{r_{\max}}{r_{\min}} = K = \frac{a_\oplus + a}{|a - a_\oplus|}.$$

Если астероид внешний, то

$$K = \frac{a_\oplus + a_{\text{out}}}{a_{\text{out}} - a_\oplus} \quad \Rightarrow \quad a_{\text{out}} = a_\oplus \frac{K+1}{K-1} = \frac{4.5}{2.5} a_\oplus = \frac{9}{5} a_\oplus \approx 1.8\,\text{а. е.}$$

Если астероид внутренний, то

$$K = \frac{a_\oplus + a_{\text{in}}}{a_\oplus - a_{\text{in}}} \quad \Rightarrow \quad a_{\text{in}} = a_\oplus \frac{K-1}{K+1} = \frac{5}{9} a_\oplus \approx 0.56\,\text{а. е.}$$

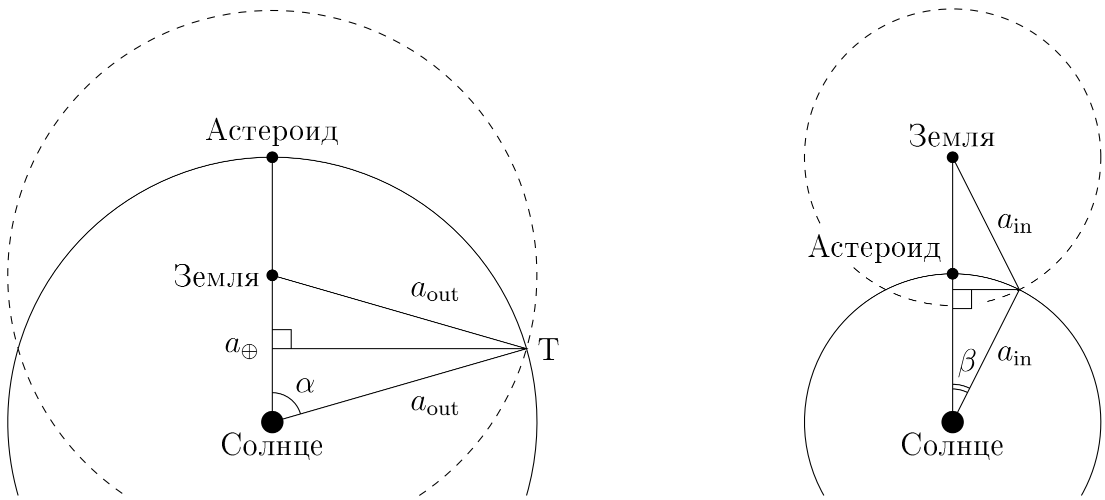
Расстояние астероида от Солнца постоянно, а расстояние от Земли меняется непрерывно. Рассмотрим случай внешнего астероида. Перейдем в систему отсчета, в которой покоится отрезок Солнце — Земля и проведем окружность радиуса a_{out} с центром в Земле. На том участке орбиты, которая попала внутрь этой окружности, астероид располагается ближе к Земле, чем к Солнцу (см. рисунок). Когда же астероид находится вне этой окружности, он располагается ближе к Солнцу, чем к Земле.

В выбранной системе отсчета астероид двигается по круговой орбите радиуса a_{out} с синодическим периодом S_{out}. Поскольку сидерический период астероида равен $T_{\text{out}} = a_{\text{out}}^{3/2} \approx 2.41$ года, то его синодический период равен

$$\frac{1}{S_{\text{out}}} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_{\text{out}}} \quad \Rightarrow \quad S_{\text{out}} = \frac{T_{\text{out}} T_0}{T_{\text{out}} - T_0} \approx 1.71\,\text{года}.$$

Искомое время так же соотносится с синодическим периодом, как длина дуги орбиты астероида, попавшая внутрь очерченной вокруг Земли окружности, ко всей длине орбиты:

$$\Delta t = \frac{2\alpha}{360^\circ} \cdot S_{\text{out}}.$$



Определим угол α. Рассмотрим треугольник Земля — Солнце — T, где T — точка удаленная на расстояние a_{out} от Земли и Солнца. Этот треугольник равнобедренный. Опустим высоту (она же медиана) из точки T на сторону Земля — Солнце. Получим прямоугольный треугольник с двумя известными сторонами. Тогда

$$\cos\alpha = \frac{a_\oplus/2}{a_{\text{out}}} = \frac{0.5}{1.8} \approx 2.78 \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 73.9^\circ.$$

В итоге получаем искомое время

$$\Delta t_{\text{out}} = \frac{2\cdot 73.9^\circ}{360^\circ}\cdot 1.71\,\text{года} \approx 0.7\,\text{года}.$$

Решение для случая астероида на внутренней орбите производится по такой же схеме (см. рисунок). Такой астероид движется с сидерическим периодом $T_{\text{in}} \approx 0.41$ года, синодическим периодом $S_{\text{in}} \approx 0.71$ года. Угол $\beta = 25.8^\circ$, откуда промежуток времени

$$\Delta t_{\text{in}} = \frac{2\cdot 25.8^\circ}{360^\circ}\cdot 0.71\,\text{года} \approx 0.1\,\text{года}.$$

Замечание. Использование округленного значения a_{in} вместо точного приводит к значению $\beta = 26.8^\circ$, что никак не влияет на конечный результат.

Стоит отметить, что при обратном вращении астероида вокруг Солнца его синодический период меньше, чем для прямого вращения, а значит, на тех же орбитах он будет проводить меньше времени непрерывно ближе к Земле, чем к Солнцу.

Ответ. Астероид может провести не более 0.7 года ближе к Земле, чем к Солнцу.

Критерии оценивания. **16**

К1. Радиус орбиты астероида ... **3**
- Формула ... 1
- Числовое значение для каждого варианта ... 1+1

В случае ошибки, приведшей к невозможности нахождения астероида на одной из орбит, участник не получает баллов за всю эту ветку решения.

К2. Сидерический период ... **3**
- Формула ... 1
- Числовое значение для каждого варианта ... 1+1

К3. Синодический период ... **3**
- Формула ... 1
- Числовое значение для каждого варианта ... 1+1

К4. Вычисление углов α и β ... **3**
- Формула ... 1
- Числовое значение для каждого варианта ... 1+1

К5. Искомое время ... **3**
- Формула ... 1
- Числовое значение для каждого варианта ... 1+1

К6. Окончательный вывод с выбором единственного ответа ... **1**

Только при получении правильного ответа и рассмотрении обоих вариантов расположения астероида.

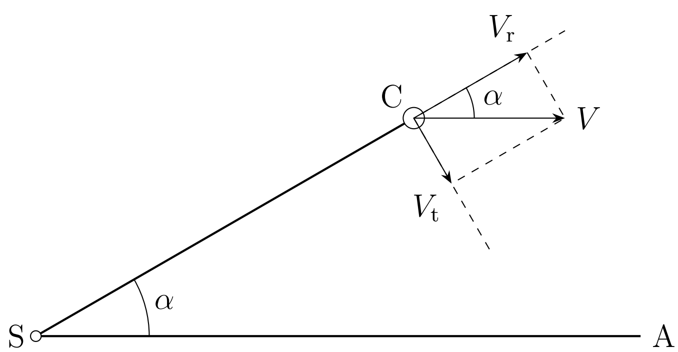
Участник не обязан вычислять промежуточные значения на каждом этапе. В случае объединения этапов и правильного вычисления, оценки за вычисления на всех включенных этапах также выставляются.

9.4. Два в одном

Е. Н. Фадеев

При внимательном изучении рассеянного скопления оказалось, что оно содержит две группы звезд. Обе группы имеют одинаковую среднюю лучевую скорость и одинаковое среднее собственное движение, но апекс первой группы находится в $40°$ от скопления, а апекс второй группы — в $60°$. Во сколько раз отличаются расстояния от наблюдателя до этих групп звезд и их пространственные скорости? Обязательно отметьте какая из групп звезд дальше и какая быстрее.

Решение. Апексом называется точка, в которой сходятся направления движения всех звезд скопления. Таким образом, само наличие разных апексов у двух групп звезд говорит о том, что мы наблюдаем в одном направлении два разных скопления.



Обозначим на рисунке A — апекс скопления, S — Солнце, C — скопление. Угол $\angle ASC = \alpha$ — угловое расстояние между скоплением и его апексом. Полная скорость скопления V должна быть направлена параллельно оси SA. По мере удаления скопления от Солнца угол α будет уменьшаться, а прямая SC все больше приближаться к SA. Поскольку вектор лучевой (радиальной) скорости V_r лежит на прямой SC, угол между V_r и V также равен α. Тогда лучевую и тангенциальную V_t компоненты скорости можно выразить в виде:

$$V_\mathrm{r} = V\cos\alpha, \quad V_\mathrm{t} = V\sin\alpha.$$

Обозначим индексом 1 все величины, относящиеся к скоплению с апексом $40°$, индексом 2 — к скоплению с апексом $60°$. По условию $V_{\mathrm{r}1} = V_{\mathrm{r}2}$. Тогда

$$V_1\cos\alpha_1 = V_2\cos\alpha_2,$$
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} = \frac{\cos 40°}{\cos 60°} \approx 1.53.$$

Тангенциальная скорость может быть выражена через собственное движение μ и расстояние D как

$$V_\mathrm{t} = 4.74\mu D.$$

В этой формуле при подстановке μ в угловых секундах в год, а D в парсеках ответ получается в километрах в секунду. Выразим из этого уравнения D:

$$D = \frac{V_\mathrm{t}}{4.74\mu} = \frac{V\sin\alpha}{4.74\mu} = \frac{\frac{V_\mathrm{r}}{\cos\alpha}\sin\alpha}{4.74\mu} = \frac{V_\mathrm{r}\,\mathrm{tg}\,\alpha}{4.74\mu}.$$

Так как V_r и μ одинаковы для обеих групп:

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\operatorname{tg}60^\circ}{\operatorname{tg}40^\circ} \approx 2.06.$$

Ответ:

- Пространственные скорости отличаются в 1.53 раза: вторая группа быстрее.
- Расстояния отличаются в 2.06 раза: вторая группа дальше.

Критерии оценивания. **16**

После каждого критерия указывается подробная детализация для оценивания в случае неправильного ответа на вопрос. Неявное выполнение подпунктов засчитывается, если в итоге ответ на финальный вопрос правильный.

К1. Правильно понимается понятие апекса **1**

Оценка выставляется при явном указании в решении или если из дальнейшего решения это недвусмысленно следует.

К2. Угол между скоплением и апексом **3**

Верно определено, как правильно откладывать угол между скоплением и апексом. Оценка выставляется при явном указании в решении или если из дальнейшего решения это недвусмысленно следует.

К3. Разложение полной скорости на радиальную и тангенциальную компоненты **2**

По 1 баллу за формулу, в которой присутствует угол α при правильном предыдущем пункте.

К4. Формула связи V_t, μ, D **2**

Допустимо использовать стандартную формулу для связи угловой и линейной скоростей.

К5. Правильное значение отношения полных скоростей **4**

Формула 2

Значение 1

Какая группа быстрее 1

К6. Правильное значение отношения расстояний **4**

Формула 2

Значение 1

Какая группа дальше 1

9.5. Исправленному верить

О. Ю. Голубева

Начинающий астроном изучает немую карту звездного неба, составленную для некоторой местности и момента времени. На карту нанесены большие круги небесной сферы. Астроному необходимо подписать эти круги, обозначить стороны света и четыре самых ярких астрономических объекта. Выполняя задание, он допустил ошибки. Исправьте эти ошибки в подписях, объясните свое решение и ответьте на следующие вопросы (с пояснениями):

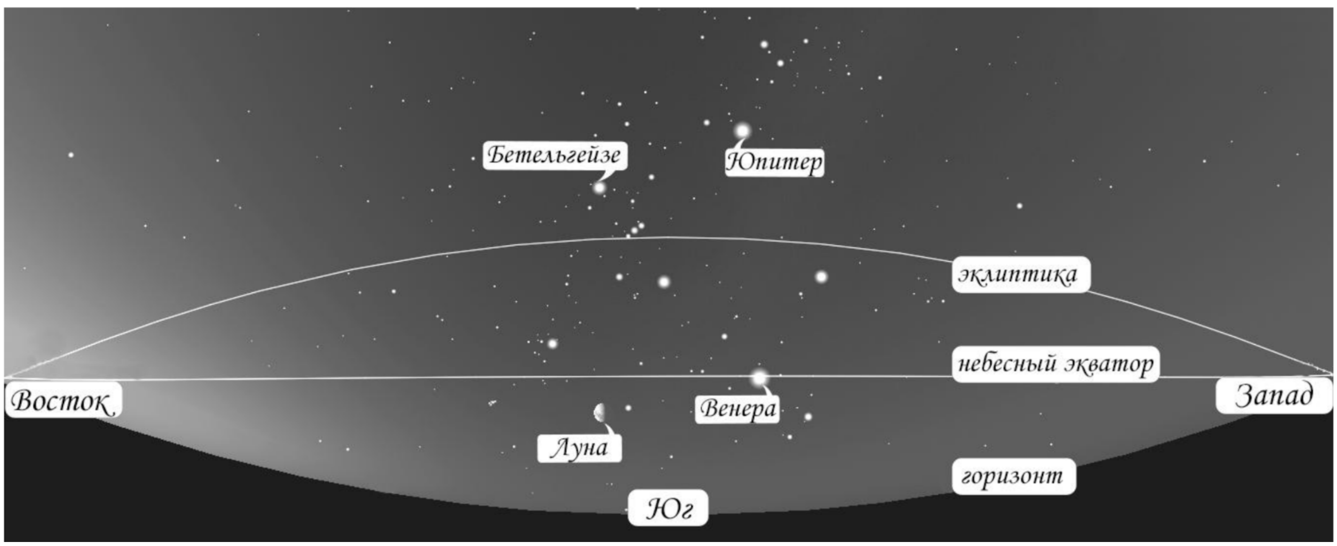
A. В какой фазе (качественно) находится Луна?

B. Какая кульминация Луны наступит раньше: верхняя или нижняя?

C. Определите текущее местное звездное время с точностью до 1 часа.

D. Определите широту места наблюдения с точностью до 1°.

Поле зрения карты по горизонтали — 180°. Все подписи на карте выполнил начинающий астроном.



Решение. Из всех подписанных больших кругов небесной сферы только горизонт не вызывает сомнений, а из объектов — только Луна: различимы ее диск и фаза.

С учетом масштаба карты Луна не может находиться так далеко от эклиптики, значит, небесный экватор и эклиптика подписаны неправильно. К этому выводу можно прийти и другим путем. Найдем созвездие Орион. Через его Пояс проходит небесный экватор, а не эклиптика. Меняем местами подписи «эклиптика» и «небесный экватор».

Эклиптика в этой области неба проходит по созвездиям Телец и Близнецы. Раз на карте они оказались ниже Ориона, а в средних широтах северного полушария Земли их видят выше, значит, перед нами карта экваториальной области звездного неба, какой она видна из южного полушария. Об этом можно догадаться и другим путем, не зная зодиакальных созвездий и не умея их отождествлять на карте. Орион — зимнее созвездие, в этой области неба Солнце находится, когда в северном полушарии лето. Летом Солнце проходит по северной полусфере неба, то есть для наблюдателя в северном полушарии Земли в этой области неба эклиптика проходит выше небесного экватора, а раз на представленной карте она ниже, значит, полушарие наблюдателя южное.

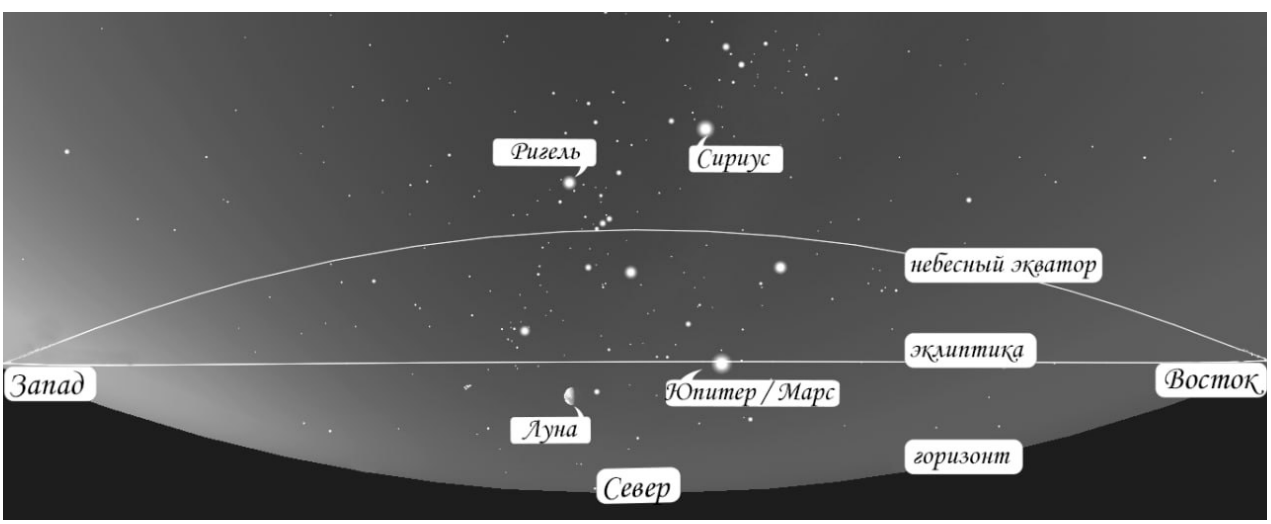
В южном полушарии небесный экватор поднимается над горизонтом на севере, то есть перед нами север, слева запад, а справа восток. Меняем местами «восток» и «запад», «юг» заменяем на «север».

Юпитер не может находиться так далеко от эклиптики, а если расположить карту так, как привычно наблюдателю в северном полушарии, Пояс Ориона укажет на ярчайшую звезду — Сириус. Если участник не знает созвездий, он может визуально определить это светило как наиболее яркую звезду (не планету) и предположить, что это Сириус. Исправляем «Юпитер» на «Сириус».

Зная расположение звезд в созвездии Орион, «Бетельгейзе» заменяем на «Ригель».

Судя по фазе Луны, Солнце находится под горизонтом слева от Луны более чем на 90° к западу от нее, а от планеты, обозначенной как «Венера», Солнце еще дальше. Венера — внутренняя планета с максимальной элонгацией от Солнца 48°. То есть рассматриваемая планета не может быть Венерой, но может быть какой-то внешней планетой: Марсом, Юпитером или Сатурном. Сатурн не подходит, поскольку его блеск сопоставим, пускай и с яркими звездами, но не из первой десятки, а судя по изображению, блеск светила сравним с Сириусом. Значит, это могут быть только Марс или Юпитер. Марс может быть достаточно ярким только вблизи противостояния, тогда как на изображении он находится в квадратуре. Остается последний вариант — Юпитер. Правильными также являются ответы «Марс» и «Марс или Юпитер». Исправляем «Венера» на «Марс» или «Юпитер».

Итоговый рисунок с исправлениями выглядит так:



Ответим на вопросы:

1. **1.** В какой фазе (качественно) находится Луна?
Поскольку полушарие наблюдателя южное, значит, Луна к востоку от Солнца, она растущая. Ответы «первая четверть» и близкие к нему также принимаются.

2. **2.** Какая кульминация Луны наступит раньше: верхняя или нижняя?
Полушарие южное, Луна уже пересекла небесный меридиан и находится ближе к западу,

следовательно, она недавно прошла верхнюю кульминацию, а ближайшая следующая — нижняя.

3. Определите текущее местное звездное время с точностью до 1 часа.
   В момент времени, которому соответствует карта, эклиптика совпала с точками востока и запада, а на севере оказалась дальше всего от небесного экватора, значит, сейчас кульминирует точка июньского солнцестояния с прямым восхождением 6^{h}. Можно пойти и более сложным путем: часовой угол точки весеннего равноденствия — 6^{h}, т. к. эта точка сейчас ровно на западе. Так или иначе, местное звездное время 06:00.

4. Определите широту места наблюдения с точностью до 1°.
   Определим широту по углу подъема небесного экватора над горизонтом. Масштабы на этой карте не работают из-за искажения поля зрения. Зато можно заметить, что эклиптика лежит строго горизонтально и находится точно между горизонтом и небесным экватором, значит, каково бы ни было искажение поля зрения, оно одинаково на равных расстояниях к югу и к северу от небесного экватора. Над точкой севера мы обнаружили точку июньского солнцестояния, она расположена в 23.5° от небесного экватора, и столько же до горизонта, т. е. небесный экватор на высоте 47°, значит, широта равна $90^\circ - 47^\circ = 43^\circ$. Ответ: 43° ю. ш.

Критерии оценивания. **20**

К1. Исправлены подписи больших кругов небесной сферы **2**

Верно определен небесный экватор, есть обоснование 1

Верно определена эклиптика, есть обоснование 1

Если обоснование отсутствует: при замене экватора на эклиптику выставляется 1 балл, иначе выставляется 0 баллов.

К2. Исправлены стороны света **2**

Верно определено полушарие наблюдателя 1

Верно указаны стороны света 1

Если нет обоснования, тогда всего за эту часть 1 балл при правильной замене всех сторон света. Если исправлен только юг на север или только заменены местами запад и восток, выставляется 0 баллов.

К3. Исправлены подписи астрономических объектов **4**

«Юпитер» исправлен на «Сириус» с обоснованием 1

«Бетельгейзе» исправлена на «Ригель» 1

Найдена и объяснена ошибка с «Венерой» 1

Обоснована замена «Венеры» на «Юпитер» или «Марс» 1

Без обоснования баллы не выставляются даже при правильном исправлении.

К4. Определена фаза Луны: растущая либо первая четверть **2**

Если при наличии обоснования определена убывающая или третья четверть (участник неверно определил полушарие), ставится полный балл.

Если фаза указана числом (например, 0.5 или несколько больше) без уточнения, растущая она или убывающая, выставляется 1 балл.

Если в решении нет обоснования, тогда за эту часть 0 баллов.

К5. Определена ближайшая кульминация: нижняя **2**

Если при наличии обоснования определена верхняя кульминация (участник неверно определил полушарие), ставится полный балл.

Если в решении нет обоснования, тогда за эту часть 0 баллов.

К6. Определено местное звездное время 06:00 .... **4**

Описан любой из способов определения звездного времени 1

Верно определено прямое восхождение или часовой угол искомой точки 2

Правильное значение звездного времени 1

К7. Определена широта 43° ю. ш. **4**

Ответ без обоснования не оценивается.

Не уточняется полушарие — оценка снижается на 1 балл.

Ошибочно указан угол наклона эклиптики к небесному экватору — оценка снижается на 1 балл.

При наличии арифметической ошибки — оценка снижается на 1 балл.

Если измерить линейкой высоту (исправленного) небесного экватора над точкой севера и сравнить ее с каким-либо известным угловым расстоянием на карте, то можно получить ответ близкий к правильному. Тогда за ответ попадающий в интервал [42°—44°] выставляется полный балл, в интервал [41°—45°] — 3 балла, в интервал [39°—48°] — 1 балл.

Региональный этап — День 2

Условия, решения и схема оценивания. 9 класс

Содержание

9.6. С Новым годом!

П. А. Тараканов

Изображенный на новогодней открытке Дед Мороз проводит наблюдения в $00^{\mathrm{h}}\,00^{\mathrm{m}}$ истинного солнечного времени 1 января 2026 года. Определите примерные широту места наблюдения и координаты (прямое восхождение и склонение) наблюдаемого объекта, если известно, что наблюдения ведутся в России. В каком созвездии находится наблюдаемый объект?

Решение. Прежде всего обратим внимание на монтировку телескопа. Она очевидно несимметрична относительно вертикальной оси, а это означает, что она экваториальная: одна из осей позволяет вращать телескоп вокруг оси мира, вторая — наводить его на объекты, находящиеся на разных склонениях.

Далее учтем, что в таком случае одна из осей телескопа (нарисованная красным на рисунке ниже) — это ось мира, и в направлении, заданном красной стрелкой, находится Северный полюс мира (поскольку наблюдения, по условию, проводятся в России — то есть в Северном полушарии). Азимут полюса равен 180°, а телескоп наведен на объект с азимутом 0°, то есть находящийся в верхней кульминации.

Отсюда можно сделать два важных вывода. Во-первых, мы можем либо непосредственно измерить склонение δ объекта на картинке (это угол между зеленой линией, задающей направление на объект, и синей линией, задающей положение небесного экватора), либо измерить отдельно широту наблюдения φ и высоту в верхней кульминации $h_{\text{ВК}}$, после чего вычислить склонение, воспользовавшись соотношением $h_{\text{ВК}} = 90° - \varphi + \delta$. Во-вторых, в этой ситуации прямое восхождение объекта α совпадает со звездным временем s, поскольку часовой угол наблюдаемого объекта равен 0°. Для нахождения углов можно сделать дополнительные построения на картинке, аналогичные изображенным выше, а затем воспользоваться несколькими различными вариантами действий. Если в наличии имеется транспортир — просто измерить нужные углы. Если транспортира нет — построить прямоугольные треугольники, включающие требуемые углы (например, треугольник со стороной, проведенной красной штриховой линией), а затем измерить их стороны линейкой и по полученному таким образом синусу,

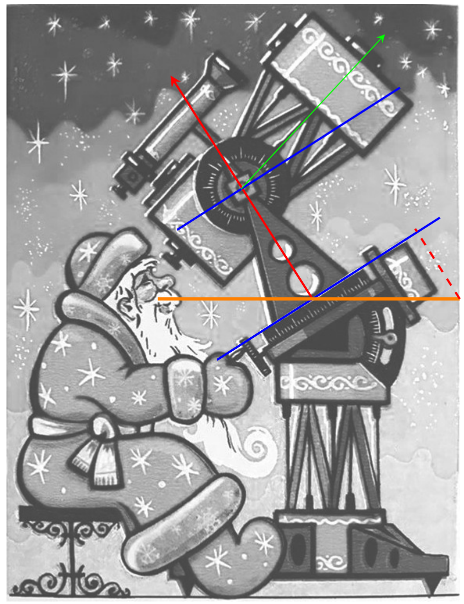


Рис. 1: Рисунок к решению задачи 9.

косинусу или тангенсу угла найти угол. Точность в любом случае будет не очень высокой, однако с погрешностью $3° \div 5°$ результат получить несложно.

В результате будет найдено следующее:

- Высота полюса мира над горизонтом (угол между красной и оранжевой линиями) составляет 58°, и он равен широте (северной) места наблюдения. Таким образом, $\varphi = +58°$ (возможно, Дед Мороз устроился с телескопом в гостях у Снегурочки в Костроме).
- Угол между направлением на объект и небесным экватором (между зеленой и синей линиями) составляет 14°, таким образом, склонение объекта равно $\delta = +14°$ (оно положительное, поскольку объект находится над экватором).

Теперь определимся с прямым восхождением. Поскольку наблюдения проводятся в истинную солнечную полночь, то звездное время и прямое восхождение наблюдаемого объекта отличаются от прямого восхождения Солнца $\alpha_\odot$ равно на 12^h. Оценить прямое восхождение Солнца 1 января можно, считая, что в день весеннего равноденствия оно равно 0^h, а далее в течение года равномерно увеличивается. Тогда каждый месяц оно становится больше на 2^h, в день зимнего солнцестояния равно 18^h, а за оставшуюся треть месяца достигает значения $\alpha_\odot = 18^\mathrm{h}\,40^\mathrm{m}$. Можно также вспомнить, что Фридрих Бессель предлагал в качестве начала года использовать момент, когда прямое восхождение Солнца оказывается в точности равным $18^\mathrm{h}\,40^\mathrm{m}$, получившийся так называемый «Бесселев Новый год» отстоит от обычного по всемирному времени не более чем на половину суток. В любом случае мы приходим к выводу, что прямое восхождение наблюдаемого объекта примерно $\alpha = 6^\mathrm{h}\,40^\mathrm{m}$.

Осталось ответить на вопрос про созвездие. Тут можно ориентироваться на то, что в новогоднюю ночь в истинную полночь практически в верхней кульминации находится Сириус, и искать созвездие, находящееся симметрично относительно него от экватора. Это Близнецы, хотя низкая точность определения склонения в принципе позволяет предположить еще один вариант: Единорог (а при более заметной ошибке определения прямого восхождения еще и Орион).

Критерии оценивания. **16**

К1. Явный или неявный вывод об экваториальной монтировке **2**

К2. Вывод о наблюдении объекта в верхней кульминации **3**

К3. Определение широты любым способом **3**

Баллы по этому критерию не выставляются, если указана южная/отрицательная широта или утверждается, что возможны два ответа — для Северного и Южного полушарий.

К4. Определение склонения любым способом **3**

К5. Определение прямого восхождения любым способом **3**

Ответ должен лежать в пределах от $6^{\mathrm{h}}\,30^{\mathrm{m}}$ до $6^{\mathrm{h}}\,50^{\mathrm{m}}$, иначе баллы по этому критерию не выставляются.

К6. Созвездие Близнецы **2**

Если в качестве ответа указаны Единорог или Орион — **1** балл.

Численные значения для широты и склонения могут отличаться на 3° в любую сторону. При погрешности более 3° (но не более 6°) оценка за соответствующий критерии снижается на **1** балл. При погрешности более 6° оценка за критерий равна **0** баллов.

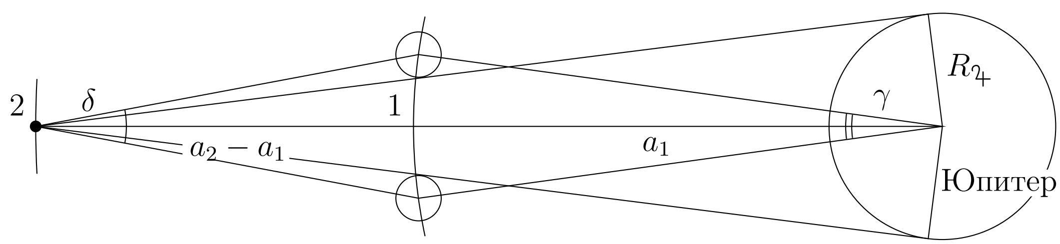
9.7. Транзитная зона

М. В. Силантьев, Е. Н. Фадеев

Астрономы на галилеевых спутниках Юпитера наблюдают прохождения других галилеевых спутников по диску Юпитера. На каком из спутников находится астроном, наблюдающий самое длительное прохождение? Какой спутник он при этом видит? Определите максимальное время прохождения. Масса и радиус Юпитера равны соответственно $1.9 \cdot 10^{27}$ кг и 71 500 км. Все указанные спутники движутся в одной плоскости в одном направлении.

Название	Диаметр, км	Масса, кг	Радиус орбиты, км
Амальтея	250	2.1×10^{18}	181 400
Фива	100	4.3×10^{17}	221 900
Ио	3643	8.9×10^{22}	421 800
Европа	3122	4.8×10^{22}	671 100
Ганимед	5268	1.5×10^{23}	1 070 400
Каллисто	4821	1.1×10^{23}	1 882 700
Фемисто	9	6.9×10^{14}	7 393 216
Гималия	160	4.2×10^{18}	11 450 000

Решение. К галилеевым спутникам относятся Ио, Европа, Ганимед и Каллисто, поэтому остальные спутники можно не рассматривать. Из них Ио — ближайшая к планете, поэтому с нее невозможно наблюдать прохождение других галилеевых спутников по диску Юпитера. Орбиты галилеевых спутников почти точно лежат в плоскости экватора Юпитера, поэтому все прохождения можно считать центральными. Продолжительность прохождения зависит от относительной скорости спутника и углового размера планеты. Чем меньше относительная скорость (что соответствует большему синодическому периоду), тем дольше длится явление. Поэтому имеет смысл рассматривать только пары соседних спутников: Ио при наблюдении с Европы, Европу — с Ганимеда и Ганимеда — с Каллисто.



Обозначим внешний спутник цифрой 2, а внутренний — цифрой 1. Зная радиус орбиты спутника a_2 и радиус Юпитера $R_{♃}$, можно определить его угловой диаметр для наблюдателя:

$$\delta_{♃} = 2 \arcsin \frac{R_{♃}}{a_2} \approx 57.3 \cdot \frac{2R_{♃}}{a_2}.$$

Здесь 57.3 — число градусов в радиане. Также мы воспользовались малостью угла δ, поскольку $R_{♃}$ как минимум в 10 раз меньше радиусов орбит интересующих нас спутников.

Прохождение продолжается от момента, когда передний край спутника появляется на диске Юпитера до момента, когда спутник целиком сходит с диска планеты. За это время центр спутника проходит угол, больший $\delta_{♃}$ на величину его углового диаметра δ_1. Пренебрегая изменением расстояния до спутника во время прохождения, получим:

$$\delta_1 = 57.3 \cdot \frac{2R_1}{a_2 - a_1}.$$

Здесь R_1 — радиус внутреннего спутника. Тогда полное угловое расстояние, которое должен пройти внутренний спутник, равно $\delta = \delta_{♃} + \delta_1$.

Дальше можно решать задачу несколькими способами.

Вариант 1. Найдем длину дуги орбиты, которую проходит внутренний спутник во время покрытия, в градусах (γ). Очевидно, что $\gamma < \delta$. Тогда, учитывая, что они опираются на одну хорду, сразу получаем ответ:

$$(a_2 - a_1) \cdot \delta = a_1 \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{a_2 - a_1}{a_1} \cdot \delta.$$

Зная массу Юпитера $M_{♃}$ и радиус орбиты спутника a, можно с помощью третьего закона Кеплера определить его сидерический период обращения:

$$T_{1,2} = 2\pi\sqrt{\frac{a_{1,2}^3}{GM_{♃}}}.$$

Синодический период двух соседних спутников можно найти с помощью уравнения синодического движения:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1}.$$

Выберем систему отсчета, в которой спутник 1 и центр Юпитера покоятся. Тогда время, за которое внутренний спутник проходит дугу орбиты γ, равно

$$t = S\frac{\gamma}{360^\circ}.$$

Вариант 2. Спутники движутся вокруг Юпитера с первыми космическими скоростями:

$$v_{1,2} = \sqrt{\frac{GM_{♃}}{a_{1,2}}}.$$

Перейдем в систему отсчета, вращающуюся вокруг Юпитера с угловой скоростью $\omega_2 = v_2/a_2$. Тогда переносная скорость спутника 1 в момент прохождения составит

$$v_{1,\text{пер}} = \omega_2 \cdot a_1 = \frac{a_1}{a_2} v_2,$$

а скорость спутника 1 относительно спутника 2 составит

$$v_{1,\text{отн}} = v_1 - v_{1,\text{пер}} = v_1 - \frac{a_1}{a_2} v_2 = \frac{v_1 a_2 - v_2 a_1}{a_2}.$$

Угловая скорость спутника 1 во время прохождения равна

$$\Omega = \frac{v_{1,\text{отн}}}{a_2 - a_1} = \frac{v_1 a_2 - v_2 a_1}{a_2(a_2 - a_1)}.$$

Тогда время прохождения равно

$$t_2 = \frac{\delta}{\Omega}.$$

Вариант 3. Перейдем в систему отсчета, в которой спутник 2 (где находится наблюдатель) неподвижен, а Юпитер движется относительно него со скоростью v_2. Тогда в момент прохождения скорость спутника 1 относительно 2 будет равна $u_1 = v_1 - v_2$. Угловые скорости спутника 1 и Юпитера составят соответственно

$$\Omega_1 = \frac{u_1}{a_2 - a_1} = \frac{v_1 - v_2}{a_2 - a_1} \quad \text{и} \quad \Omega_{♃} = \frac{v_2}{a_2}.$$

С точки зрения наблюдателя Юпитер и спутник движутся в противоположные стороны. Тогда угловая скорость спутника 1 относительно Юпитера

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_{♃} = \frac{v_1 - v_2}{a_2 - a_1} + \frac{v_2}{a_2} = \frac{v_1 a_2 - v_2 a_1}{a_2(a_2 - a_1)}.$$

Мы получили такую же формулу для угловой скорости, как и в предыдущем варианте.

Теперь проведем вычисления, а результаты запишем в таблицы.

Спутник	T, сут	v, км/с
Ио	1.77	17.3
Европа	3.55	13.7
Ганимед	7.15	10.9
Каллисто	16.7	8.20

	$\delta_{♃}$, °	δ_1, °	δ, °	γ, °	S, сут	t, ч
Европа — Ио	12.2	0.84	13.0	7.71	3.53	**1.8**
Ганимед — Европа	7.65	0.45	8.10	4.82	7.05	**2.3**
Каллисто — Ганимед	4.35	0.37	4.72	3.58	12.5	**3.0**

	$v_{1,\text{пер}}$ км/с	$v_{1,\text{отн}}$ км/с	u_1 км/с	$\Omega_{♃}$ с$^{-1}$	Ω_1 с$^{-1}$	Ω °/с	t_2 ч
Европа — Ио	8.64	8.70	3.59	2.05×10^{-5}	1.44×10^{-5}	0.00200	**1.8**
Ганимед — Европа	6.82	6.92	2.86	1.02×10^{-5}	7.16×10^{-6}	0.00099	**2.3**
Каллисто — Ганимед	4.66	6.22	2.68	4.36×10^{-6}	3.29×10^{-6}	0.00044	**3.0**

Дольше всего наблюдается прохождение Ганимеда при наблюдении с Каллисто — 3 часа.

Критерии оценивания. **16**

К1. Правильно выбраны 4 галилеевых спутника **1**

Если рассматриваются не все 4 галилеевых спутника или вместе с ними другие спутники, то оценки за критерии К1, К5, К6 не выставляются.

К2. Угловое расстояние δ, которое проходит внутренний спутник во время покрытия **4**

Угловой размер Юпитера: формула + значение 2

Учет углового размера внутреннего спутника: формула + значение 2

Если угловой размер спутника не учитывается в решении, даже если он вычислен, эти 2 балла не выставляются, но дальнейшее решение оценивается полностью.

К3. Формула сидерического периода (*Вар.1*) или круговой скорости (*Вар.2, 3*) **2**

К4. Формулы для определения времени прохождения **5**

Вариант 1

Синодический период S 2

Дуга орбиты γ 2

Время покрытия t 1

Вариант 2

Переносная скорость $v_{1,\text{пер}}$ 2

Относительная скорость $v_{1,\text{отн}}$ 1

Не оценивается, если переносная скорость определяется неверно.

Угловая скорость Ω 1

Не оценивается, если переносная или относительная скорости определены неверно.

Время покрытия t_2 1

Вариант 3

Относительная скорость u_1 1

Угловая скорость Ω_1 1

Не оценивается, если относительная скорость определена неверно.

Угловая скорость $\Omega_{♃}$ 1

Угловая скорость Ω 1

Не оценивается, если Ω_1 и/или $\Omega_{♃}$ определены неверно.

Время покрытия t_2 1

К5. Правильно получены численные значения времен транзитов **3**

При наблюдении Ио с Европы 1

При наблюдении Европы с Ганимеда 1

При наблюдении Ганимеда с Каллисто 1

Если были рассчитаны времена транзитов других пар спутников, то дополнительных баллов они не приносят, но каждое ошибочное значение уменьшает общий балл по этому критерию.

К6. Максимальное время прохождения при наблюдении Ганимеда с Каллисто **1**

9.8. Лазер вдогонку

К. И. Васильев

Предположим, что на полюсе Земли установлен лазерный локатор, для наведения которого соосно с направлением луча установлен телескоп. При проведении локации спутника с высотой круговой полярной орбиты 400 км лазер наводится точно на видимое в телескоп положение спутника. Определите минимальный диаметр лазерного луча на расстоянии спутника, при котором можно получить отраженный сигнал при измерении в зените и вблизи горизонта.

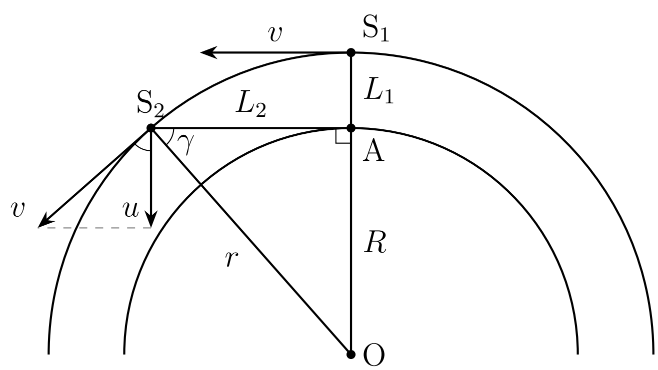
Решение. Скорость на околоземной круговой орбите равна

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}},$$

где G — гравитационная постоянная, M — масса Земли, а r — радиус орбиты спутника. Подставив значения, получаем $v = 7.7\,\text{км/с}$.

Это довольно большая скорость. Из-за конечности скорости света наблюдаемое в телескоп положение спутника всегда отстает от его реального местоположения. Кроме того, за время, необходимое лазерному лучу, чтобы достичь спутника, тот успевает сместиться еще на некоторое расстояние. Поэтому радиус пятна лазерного луча должен быть не меньше, чем расстояние, пройденное спутником. Время движения света туда и обратно $t = 2L/c$, где L — расстояние до спутника, c — скорость света.

Рассмотрим сначала лазерную локацию в зените. Тогда $L_1 = 400\,\text{км}$ и $t_1 \approx 2.7\,\text{мс}$. За это время спутник переместится на расстояние $l_1 = vt_1 \approx 20.5\,\text{м}$. Мы получили, что для выполнения локации диаметр пучка должен быть не менее 41 метра.



Теперь перейдем к локации на горизонте. Радиус Земли обозначим как R. Тогда расстояние до спутника можно получить из теоремы Пифагора:

$$L_2 = \sqrt{r^2 - R^2} \approx 2300\,\text{км}.$$

Теперь, однако, спутник движется под углом к лучу зрения. Угол между вектором скорости спутника и его проекцией перпендикулярно лучу зрения γ равен углу между лучом зрения и радиусом орбиты спутника. Тогда из прямоугольного треугольника AOS_2 находим:

$$\sin\gamma = \frac{R}{r} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \arcsin\left(\frac{R}{r}\right) \approx 70^\circ.$$

Проекция скорости спутника, перпендикулярная лучу зрения, равна

$$u = v\cos\gamma \approx 2.6\,\text{км/с}.$$

Тогда расстояние, которое проходит спутник за время локации, равно

$$l_2 = u \cdot 2L_2/c \approx 40\,\text{м},$$

а диаметр пучка — 80 метров.

Замечание 1. Можно заметить, что за время прохождения сигнала (t_1 и t_2) Земля успевает немного повернуться вокруг своей оси. При локации в зените этим эффектом можно пренебречь, поскольку вращение происходит вокруг луча зрения, а при локации на горизонте заслуживает рассмотрения. Время движения луча туда и обратно $t_2 = 15.3\,\text{мс}$. За это время Земля поворачивается на угол $\frac{15.3\times10^{-3}}{86164}\cdot 2\pi \approx 1.12\times10^{-6}\,\text{рад} \approx 0.23''$, что соответствует длине дуги 2.6 м на расстоянии спутника. Это смещение в 20 раз меньше l_2 и не оказывает существенного влияния на ответ.

Замечание 2. Лазерная локация на малых высотах (меньше 20°–30° над горизонтом) не проводится из-за сильного поглощения и искажения сигнала атмосферой.

Замечание 3. В реальной практике лазерный луч действительно уширяется на десятки метров, поэтому наведение происходит непосредственно на спутник без упреждения на его смещение за время движения луча.

Критерии оценивания. **16**

К1. Правильно сформулирована связь между уширением луча и получением отражения . . **1**

К2. Скорость спутника **2**

Формула 1

Значение 1

Если использована первая космическая скорость для поверхности Земли ($\approx 8\,\text{км/с}$) без вывода, то выставляется 1 балл.

К3. Ширина пучка в зените **4**

Время запаздывания лазерного импульса 2

Если учтено только движение света в одну сторону, то выставляется 1 балл.

Расстояние, пройденное спутником (радиус лазерного пучка) 1

Диаметр лазерного пучка 1

Последний балл выставляется только при полностью правильном численном ответе без ошибок на предыдущих этапах.

К4. Ширина пучка на горизонте **9**

Расстояние до спутника: формула + значение . . . . 1 + 1

Тангенциальная скорость: определение γ + формула для u + значение . . . 1 + 1 + 1

Если отличие тангенциальной скорости спутника от полной не учитывается, то за весь последний подпункт о тангенциальной скорости ставится 0 баллов, даже если угол γ был вычислен для других целей, например, для вычисления L_2.

Время запаздывания лазерного импульса 2

Если учтено только движение света в одну сторону, то выставляется 1 балл.

Расстояние, пройденное спутником (радиус лазерного пучка) 1

Диаметр лазерного пучка 1

Последний балл выставляется только при полностью правильном численном ответе без ошибок на предыдущих этапах.

9.9. Пара звезд

В. Б. Игнатьев

Два компонента физически двойной звезды имеют одинаковые эффективные температуры, а их абсолютные звездные величины отличаются на 10^m. Известно, что ускорение свободного падения в фотосфере менее яркой звезды в 500 раз больше, чем у более яркой. Определите отношение масс звезд.

Решение. По определению звездной величины, если освещенность, создаваемая двумя звездами, отличается в 100 раз, то звездные величины этих звезд отличаются на 5. Таким образом, освещенность, создаваемая компонентами двойной, отличается в $100^2 = 10000$ раз. К этому же выводу можно прийти с помощью формулы Погсона. Обозначим как E_1 и E_2 освещенности, создаваемые двумя компонентами, а m_1 и m_2 — их звездные величины. Предполагая, что компонент 1 ярче, получим

$$\frac{L_1}{L_2} = 10^{-0.4(m_1 - m_2)} = 10^{-0.4\cdot(-10)} = 10^4.$$

Поскольку обе звезды располагаются на одинаковом расстоянии от нас, отношение освещенностей равно отношению светимостей L_1 и L_2. Светимость звезды связана с ее радиусом R и эффективной температурой T законом Стефана — Больцмана:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4.$$

Сами светимости нам неизвестны, известно только их отношение. Поэтому запишем закон Стефана — Больцмана для обеих звезд и разделим одно выражение на другое. Тогда, учитывая равенство температур звезд, получим

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = 10^4.$$

Ускорение свободного падения на поверхности звезды задается формулой

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

где M — масса звезды. Поскольку нам известны только отношения радиусов и ускорений свободного падения, как и раньше, перепишем это уравнение в виде отношения:

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{M_1}{M_2}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{-2}.$$

Выразим отсюда искомое отношение масс и получим численный ответ:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{g_1}{g_2}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \frac{1}{500}\cdot 10^4 = 20.$$

Критерии оценивания. **16**

К1. Определение отношения освещенностей **5**
- Запись формулы Погсона или определения звездной величины 1
  В отсутствие дальнейшего продвижения за этот этап выставляется не более 1 балла.
- Правильный численный ответ 4

К2. Определение отношения радиусов **5**
- Обоснованный вывод о равенстве отношения светимостей и освещенностей 1
  Балл не выставляется, если это равенство не объяснено явно.
- Запись закона Стефана — Больцмана 1
- Верное значения отношения радиусов или их квадратов 3

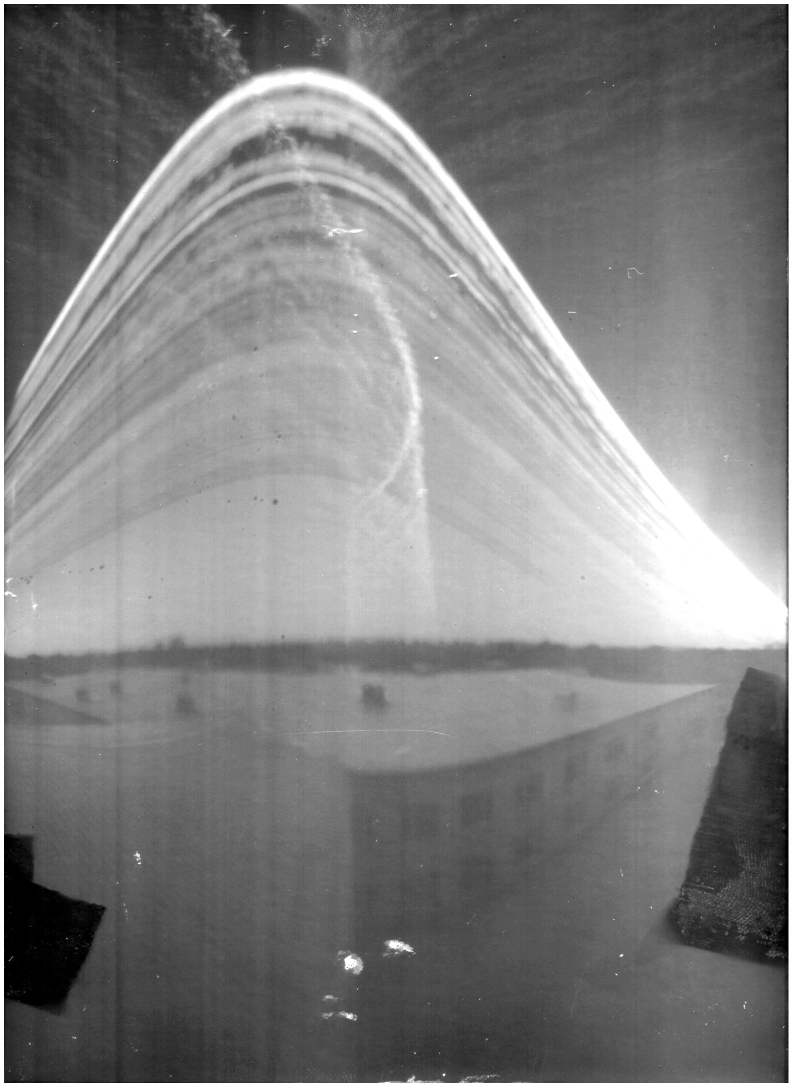
К3. Определение отношения масс **4**
- Формула ускорения свободного падения 1
- Вывод формулы для отношения масс 3

К4. Правильный численный ответ **2**
  При ответе в 5 млн раз за К3 выставляется не более 1 балла, а за К4 — 0 баллов

9.10. Солнце в банке

О. Ю. Голубева

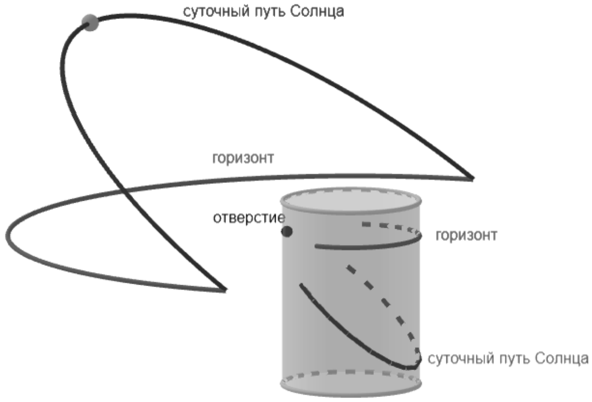
Данный снимок получен методом соларографии. В камеру-обскуру, сделанную из цилиндрической алюминиевой банки, по периметру был помещен лист фотобумаги размером 13×18 см. Отверстие камеры, проделанное в боковой поверхности банки, было направлено на юг. Камера была установлена на астрономической площадке в городе Омске (55° с. ш., 73° в. д.), съемка велась непрерывно с 4 марта по 23 июня 2025 года, на фотобумаге зафиксированы суточные пути Солнца. Определите диаметр алюминиевой банки, из которой изготовили камеру-обскуру. Решение сопроводите чертежом.

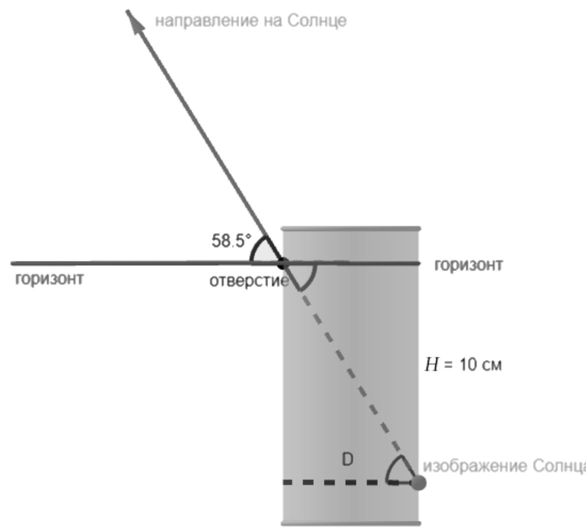


Решение. Треки на снимке — это суточные пути Солнца по небу в разные дни. Они имеют разную высоту над горизонтом, поскольку склонение Солнца меняется день ото дня. Даты съемки включают день летнего солнцестояния, когда склонение Солнца максимально и составляет $\delta = +23.5^\circ$. В этот день Солнце кульминирует на максимальной высоте, чему на соларографии соответствует самый высокий солнечный трек. Съемка проводилась на широте $\varphi = 55^\circ$, значит, угловая высота Солнца в самой верхней точке:

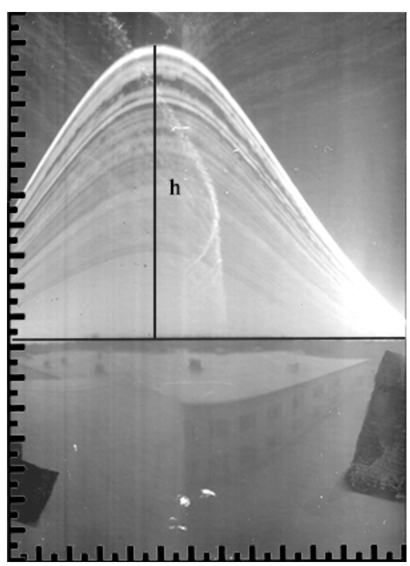
$$h = 90^\circ - \varphi + \delta = 90^\circ - 55^\circ + 23.5^\circ = 58.5^\circ.$$

Построим ход лучей в камере-обскуре. Линия горизонта окажется на уровне отверстия камеры. Прямую, указывающую направление на Солнце, проведем под углом 58.5° к горизонту. Она пройдет через отверстие камеры и пересечет заднюю стенку в том месте, где окажется изображение Солнца в верхней кульминации. Изображение получится перевернутое. Чем шире камера, тем дальше эта точка от линии горизонта на снимке, то есть расстояние от верхней точки солнечного трека до линии горизонта на снимке поможет определить диаметр камеры.





Для работы со снимком необходимо определить его масштаб, учитывая реальный размер фотобумаги и сравнив его с размером распечатанного изображения. Известно, что размер фотобумаги по длинной стороне составлял 18 см. Размер снимка, распечатанного на листе с заданием, отличается. Находим масштаб распечатанного изображения, и далее все измерения пересчитываем в соответствии с этим масштабом.



Горизонт на снимке отчетливо виден и едва заметно изогнут. Это произошло из-за не очень точной ориентации банки в вертикальном положении и дает небольшую погрешность при измерениях, которую нам не нужно оценивать. Проведем горизонт с помощью линейки. Измерим расстояние от горизонта до верхней точки самого высокого солнечного трека и получим величину H. Пересчитаем ее, используя масштаб изображения, и получим 10 см в пересчете на реальный размер снимка.

Вернемся к чертежу камеры-обскуры. Прямую, проходящую через отверстие и заднюю стенку банки, продлим до тех пор, пока она не удалится на 10 см от линии горизонта, так мы графическим способом найдем положение задней стенки камеры. Измерим расстояние D между стенками, получим 6 см. Действительно, это стандартная алюминиевая банка из-под газировки.

К этому же результату можно прийти без точного построения, выполнив схематичный чертеж и произведя вычисления:

$$\mathrm{tg}(h) = \frac{H}{D},$$

$$D = \frac{H}{\mathrm{tg}(h)} = \frac{10\,\text{см}}{\mathrm{tg}(58.5^\circ)} \approx 6\,\text{см}.$$

Критерии оценивания. **20**

К1. Есть понимание, почему солнечные треки на снимке выглядят именно так . . . **6**

Объясняется соответствие суточного пути Солнца и даты . . . 2

Верно записана связь между высотой Солнца и широтой места наблюдения . . . 3

Угловая высота Солнца рассчитана без арифметических ошибок . . . 1

Участник может использовать любой трек для расчетов, например, нижний трек, соответствующий 4 марта. Более сложные расчеты не добавляют баллы.

К2. Правильно определен масштаб снимка . . . **4**

Верная методика определения масштаба . . . 3

Расчет без арифметических ошибок . . . 1

К3. Чертеж выполнен грамотно . . . **5**

Обозначен горизонт . . . 2

Обозначен луч Солнце — отверстие камеры — изображение Солнца . . . 2

Указан угол, соответствующий высоте Солнца над горизонтом . . . 1

К4. Определен размер камеры . . . **5**

Если размер определен более чем одним методом, это не добавляет баллов.

Использована подходящая методика определения размера . . . 4

Расчет без арифметических ошибок . . . 1