Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по математике

г. Москва, 3-5 декабря 2025 г.

Задания

Каждое задание 7 баллов.

8 класс

Задача 8.1. На шоссе в указанном порядке расположены 5 городов: A, B, C, D, E. Для каждого из них посчитали суммарное расстояние до всех остальных городов, получились числа на картинке.

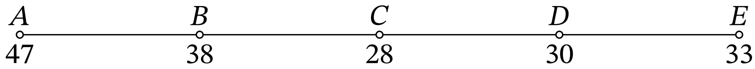

Рис. 7: К задаче 8.1.1

(а) (3 балла) Чему равно расстояние между городами A и E?
(б) (4 балла) Чему равно расстояние между городами A и B?

Вариант 8.1.2. На шоссе в указанном порядке расположены 5 городов: A, B, C, D, E. Для каждого из них посчитали суммарное расстояние до всех остальных городов, получились числа на картинке.

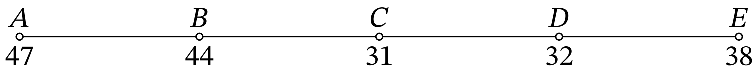

Рис. 8: К задаче 8.1.2

(а) (3 балла) Чему равно расстояние между городами A и E?
(б) (4 балла) Чему равно расстояние между городами A и B?

Вариант 8.1.3. На шоссе в указанном порядке расположены 5 городов: A, B, C, D, E. Для каждого из них посчитали суммарное расстояние до всех остальных городов, получились числа на картинке.

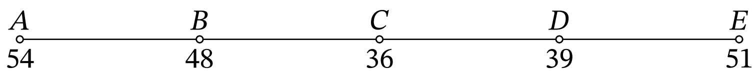

Рис. 9: К задаче 8.1.3

(а) (3 балла) Чему равно расстояние между городами A и E?
(б) (4 балла) Чему равно расстояние между городами A и B?

Вариант 8.1.4. На шоссе в указанном порядке расположены 5 городов: A, B, C, D, E. Для каждого из них посчитали суммарное расстояние до всех остальных городов, получились числа на картинке.

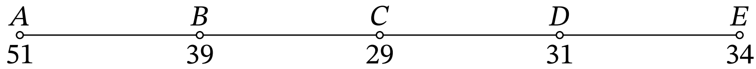

Рис. 10: К задаче 8.1.4

(а) (3 балла) Чему равно расстояние между городами A и E?
(б) (4 балла) Чему равно расстояние между городами A и B?

Задача 8.2. На доске написано 432105. За одно действие разрешается либо поменять местами две соседние цифры в этой записи, либо заменить число, образованное двумя соседними цифрами, на число на 9 меньше, если оно неотрицательное. При этом в записи могут появиться нули в начале.

Так, например, если бы на доске было написано число 2025, за первый ход можно было бы получить записи 0225, 2205, 2052, 1125, 2016.

(а) (2 балла) Запись какого наименьшего числа можно получить (возможно, с нулями в начале)?
(б) (5 баллов) Запись какого наибольшего числа можно получить (возможно, с нулями в начале)?

Вариант 8.2.2. На доске написано 432104. За одно действие разрешается либо поменять местами две соседние цифры в этой записи, либо заменить число, образованное двумя соседними цифрами, на число на 9 меньше, если оно неотрицательное. При этом в записи могут появиться нули в начале.

Так, например, если бы на доске было написано число 2025, за первый ход можно было бы получить записи 0225, 2205, 2052, 1125, 2016.

(а) (2 балла) Запись какого наименьшего числа можно получить (возможно, с нулями в начале)?
(б) (5 баллов) Запись какого наибольшего числа можно получить (возможно, с нулями в начале)?

Вариант 8.2.3. На доске написано 432103. За одно действие разрешается либо поменять местами две соседние цифры в этой записи, либо заменить число, образованное двумя соседними цифрами, на число на 9 меньше, если оно неотрицательное. При этом в записи могут появиться нули в начале.

Так, например, если бы на доске было написано число 2025, за первый ход можно было бы получить записи 0225, 2205, 2052, 1125, 2016.

(а) (2 балла) Запись какого наименьшего числа можно получить (возможно, с нулями в начале)?
(б) (5 баллов) Запись какого наибольшего числа можно получить (возможно, с нулями в начале)?

Вариант 8.2.4. На доске написано 432102. За одно действие разрешается либо поменять местами две соседние цифры в этой записи, либо заменить число, образованное двумя соседними цифрами, на число на 9 меньше, если оно неотрицательное. При этом в записи могут появиться нули в начале.

Так, например, если бы на доске было написано число 2025, за первый ход можно было бы получить записи 0225, 2205, 2052, 1125, 2016.

(а) (2 балла) Запись какого наименьшего числа можно получить (возможно, с нулями в начале)?

(б) (5 баллов) Запись какого наибольшего числа можно получить (возможно, с нулями в начале)?

Задача 8.3. В треугольнике ABC отметили точки D и E — середины AB и BC соответственно. Найдите угол между прямыми, содержащими биссектрисы углов CAB и BED, если $\angle ABC = 56^\circ$. Ответ укажите в градусах.

Напомним, что угол между прямыми — это наименьший из углов, образованных при их пересечении.

Вариант 8.3.2. В треугольнике ABC отметили точки D и E — середины AB и BC соответственно. Найдите угол между прямыми, содержащими биссектрисы углов CAB и BED, если $\angle ABC = 62^\circ$. Ответ укажите в градусах.

Напомним, что угол между прямыми — это наименьший из углов, образованных при их пересечении.

Вариант 8.3.3. В треугольнике ABC отметили точки D и E — середины AB и BC соответственно. Найдите угол между биссектрисами углов CAB и BED, если $\angle ABC = 68^\circ$. Ответ укажите в градусах.

Напомним, что угол между прямыми — это наименьший из углов, образованных при их пересечении.

Вариант 8.3.4. В треугольнике ABC отметили точки D и E — середины AB и BC соответственно. Найдите угол между прямыми, содержащими биссектрисы углов CAB и BED, если $\angle ABC = 74^\circ$. Ответ укажите в градусах.

Напомним, что угол между прямыми — это наименьший из углов, образованных при их пересечении.

Задача 8.4. Дед Мороз раздал подарки 17 ребятам. Во всех подарках различное ненулевое количество конфет, а любые девять ребят получили больше конфет, чем оставшиеся восемь. Какое наименьшее количество конфет мог раздать Дед Мороз?

Вариант 8.4.2. Дед Мороз раздал подарки 19 ребятам. Во всех подарках различное ненулевое количество конфет, а любые десять ребят получили больше конфет, чем оставшиеся девять. Какое наименьшее количество конфет мог раздать Дед Мороз?

Вариант 8.4.3. Дед Мороз раздал подарки 21 ребенку. Во всех подарках различное ненулевое количество конфет, а любые одиннадцать ребят получили больше конфет, чем оставшиеся десять. Какое наименьшее количество конфет мог раздать Дед Мороз?

Вариант 8.4.4. Дед Мороз раздал подарки 15 ребятам. Во всех подарках различное ненулевое количество конфет, а любые восемь ребят получили больше конфет, чем оставшиеся семь. Какое наименьшее количество конфет мог раздать Дед Мороз?

Задача 8.5. Целые числа a, b, c таковы, что $a^2 + b^2c^2 + c^2 = 2c(ab + 1)$ и $a + b + c = 800$. Чему может быть равно b? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 8.5.2. Целые числа a, b, c таковы, что $a^2 + b^2c^2 + c^2 = 2c(ab + 1)$ и $a + b + c = 1400$. Чему может быть равно b? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 8.5.3. Целые числа a, b, c таковы, что $a^2 + b^2c^2 + c^2 = 2c(ab + 1)$ и $a + b + c = 2000$. Чему может быть равно b? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 8.5.4. Целые числа a, b, c таковы, что $a^2 + b^2c^2 + c^2 = 2c(ab + 1)$ и $a + b + c = 2600$. Чему может быть равно b? Укажите все возможные варианты ответа.

Задача 8.6. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC. На его стороне AB отметили точку X так, что угол $\angle ABC = 4\angle ACX$. Точка M — середина стороны AC. Найдите длину отрезка BX, если известно, что $BC = 53$, $BM = 40$.

Вариант 8.6.2. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC. На его стороне AB отметили точку X так, что угол $\angle ABC = 4\angle ACX$. Точка M — середина стороны AC. Найдите длину отрезка BX, если известно, что $BC = 60$, $BM = 43$.

Вариант 8.6.3. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC. На его стороне AB отметили точку X так, что угол $\angle ABC = 4\angle ACX$. Точка M — середина стороны AC. Найдите длину отрезка BX, если известно, что $BC = 55$, $BM = 39$.

Вариант 8.6.4. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC. На его стороне AB отметили точку X так, что угол $\angle ABC = 4\angle ACX$. Точка M — середина стороны AC. Найдите длину отрезка BX, если известно, что $BC = 57$, $BM = 41$.

Задача 8.7. Правильный треугольник со стороной 3 разбит на девять треугольных клеток, в которых расставлены числа, как на рисунке. За один ход можно выбрать одну из вершин сетки и увеличить числа во всех клетках с этой вершиной на 1. Леша хочет сделать несколько ходов так, чтобы все числа оказались равны.

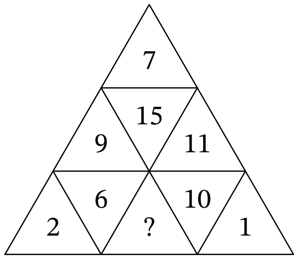

Рис. 13: К задаче 8.7.1

(а) (3 балла) Какое число должно быть записано вместо знака вопроса, чтобы он смог этого добиться?
(б) (4 балла) Какое наименьшее количество ходов ему понадобится?

Вариант 8.7.2. Правильный треугольник со стороной 3 разбит на девять треугольных клеток, в которых расставлены числа, как на рисунке. За один ход можно выбрать одну из вершин сетки и увеличить числа во всех клетках с этой вершиной на 1. Леша хочет сделать несколько ходов так, чтобы все числа оказались равны.

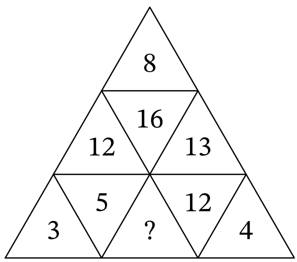

Рис. 15: К задаче 8.7.2

(а) (3 балла) Какое число должно быть записано вместо знака вопроса, чтобы он смог этого добиться?

(б) (4 балла) Какое наименьшее количество ходов ему понадобится?

Вариант 8.7.3. Правильный треугольник со стороной 3 разбит на девять треугольных клеток, в которых расставлены числа, как на рисунке. За один ход можно выбрать одну из вершин сетки и увеличить числа во всех клетках с этой вершиной на 1. Леша хочет сделать несколько ходов так, чтобы все числа оказались равны.

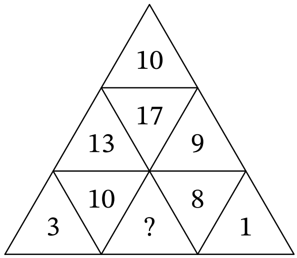

Рис. 16: К задаче 8.7.3

(а) (3 балла) Какое число должно быть записано вместо знака вопроса, чтобы он смог этого добиться?
(б) (4 балла) Какое наименьшее количество ходов ему понадобится?

Вариант 8.7.4. Правильный треугольник со стороной 3 разбит на девять треугольных клеток, в которых расставлены числа, как на рисунке. За один ход можно выбрать одну из вершин сетки и увеличить числа во всех клетках с этой вершиной на 1. Леша хочет сделать несколько ходов так, чтобы все числа оказались равны.

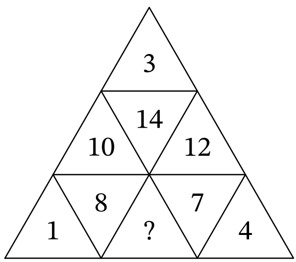

Рис. 17: К задаче 8.7.4

(а) (3 балла) Какое число должно быть записано вместо знака вопроса, чтобы он смог этого добиться?
(б) (4 балла) Какое наименьшее количество ходов ему понадобится?

Задача 8.8. Карточки с натуральными числами от 1 до 20 разбили на 2 группы по 10 карточек. Назовём пару чисел $n < m$ *хорошей*, если карточка с числом n лежит в первой группе, а с числом m — во второй. Оказалось, что хороших пар ровно 37. Чему может быть равна сумма чисел на карточках в первой группе? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 8.8.2. Карточки с натуральными числами от 1 до 20 разбили на 2 группы по 10 карточек. Назовём пару чисел $n < m$ *хорошей*, если карточка с числом n лежит в первой группе, а с числом m — во второй. Оказалось, что хороших пар ровно 36. Чему может быть равна сумма чисел на карточках в первой группе? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 8.8.3. Карточки с натуральными числами от 1 до 20 разбили на 2 группы по 10 карточек. Назовём пару чисел $n < m$ *хорошей*, если карточка с числом n лежит в первой группе, а с числом m — во второй. Оказалось, что хороших пар ровно 38. Чему может быть равна сумма чисел на карточках в первой группе? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 8.8.4. Карточки с натуральными числами от 1 до 20 разбили на 2 группы по 10 карточек. Назовём пару чисел $n < m$ *хорошей*, если карточка с числом n лежит в первой группе, а с числом m — во второй. Оказалось, что хороших пар ровно 39. Чему может быть равна сумма чисел на карточках в первой группе? Укажите все возможные варианты ответа.