

Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по математике

г. Москва, 3-5 декабря 2025 г.

Задания

Каждое задание 7 баллов.

7 класс

Задача 7.1. В Матемляндии есть разные купюры: вамбики, кабодики и джамбики. Пять вамбиков равны трем кабодикам, а десять кабодиков — двум джамбикам. Сколько джамбиков равны 225 вамбикам?

Вариант 7.1.2. В Матемляндии есть разные купюры: вамбики, кабодики и джамбики. Пять вамбиков равны четырём кабодикам, а десять кабодиков — двум джамбикам. Сколько джамбиков равны 225 вамбикам?

Вариант 7.1.3. В Матемляндии есть разные купюры: вамбики, кабодики и джамбики. Пять вамбиков равны двум кабодикам, а десять кабодиков — шести джамбикам. Сколько джамбиков равны 225 вамбикам?

Вариант 7.1.4. В Матемляндии есть разные купюры: вамбики, кабодики и джамбики. Пять вамбиков равны двум кабодикам, а десять кабодиков — восьми джамбикам. Сколько джамбиков равны 225 вамбикам?

Задача 7.2. Петя на клетчатой плоскости нарисовал по клеткам два прямоугольника. У одного из них стороны равны 3 и 10, а у другого стороны равны 5 и 6. Оказалось, что площадь их пересечения равна 12. Чему может быть равен периметр их объединения? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 7.2.2. Петя на клетчатой плоскости нарисовал по клеткам два прямоугольника. У одного из них стороны равны 4 и 13, а у другого стороны равны 5 и 9. Оказалось, что площадь их пересечения равна 16. Чему может быть равен периметр их объединения? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 7.2.3. Петя на клетчатой плоскости нарисовал по клеткам два прямоугольника. У одного из них стороны равны 4 и 13, а у другого стороны равны 6 и 11. Оказалось, что площадь их пересечения равна 20. Чему может быть равен периметр их объединения? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 7.2.4. Петя на клетчатой плоскости нарисовал по клеткам два прямоугольника. У одного из них стороны равны 4 и 10, а у другого стороны равны 6 и 9. Оказалось, что площадь их пересечения равна 18. Чему может быть равен периметр их объединения? Укажите все возможные варианты ответа.

Задача 7.3. Петя взял все натуральные числа от 1 до 2025, возвел их в квадрат и для каждого квадрата написал на доске его последнюю цифру. Чему равна сумма чисел на доске?

Вариант 7.3.2. Петя взял все натуральные числа от 1 до 1015, возвел их в квадрат и для каждого квадрата написал на доске его последнюю цифру. Чему равна сумма чисел на доске?

Вариант 7.3.3. Петя взял все натуральные числа от 1 до 3035, возвел их в квадрат и для каждого квадрата написал на доске его последнюю цифру. Чему равна сумма чисел на доске?

Вариант 7.3.4. Петя взял все натуральные числа от 1 до 4045, возвел их в квадрат и для каждого квадрата написал на доске его последнюю цифру. Чему равна сумма чисел на доске?

Задача 7.4. У Алексея, Бориса, Вити, Гены и Димы есть суммарно 300 монет. Они сделали следующие утверждения:

- Алексей: «Количество монет у меня хотя бы столько же, сколько и суммарно у остальных».
- Борис: «Количество монет у меня хотя бы половина от суммарного количества монет у остальных».
- Витя: «Количество монет у меня хотя бы треть от суммарного количества монет у остальных».
- Гена: «Количество монет у меня хотя бы четверть от суммарного количества монет у остальных».
- Дима: «Количество монет у меня хотя бы одна пятая от суммарного количества монет у остальных».

Известно, что один из них соврал, а остальные сказали правду.

(а) Кто из них соврал?

(б) Какое наибольшее количество монет может быть у совравшего на самом деле?

Вариант 7.4.2. У Алексея, Бориса, Вити, Гены и Димы есть суммарно 600 монет. Они сделали следующие утверждения:

- Алексей: «Количество монет у меня хотя бы половина от суммарного количества монет у остальных».
- Борис: «Количество монет у меня хотя бы треть от суммарного количества монет у остальных».
- Витя: «Количество монет у меня хотя бы четверть от суммарного количества монет у остальных».
- Гена: «Количество монет у меня хотя бы одна пятая от суммарного количества монет у остальных».
- Дима: «Количество монет у меня хотя бы столько же, сколько и суммарно у остальных».

Известно, что один из них соврал, а остальные сказали правду.

(а) Кто из них соврал?

(б) Какое наибольшее количество монет может быть у совравшего на самом деле?

Вариант 7.4.3. У Алексея, Бориса, Вити, Гены и Димы есть суммарно 900 монет. Они сделали следующие утверждения:

- Алексей: «Количество монет у меня хотя бы треть от суммарного количества монет у остальных».
- Борис: «Количество монет у меня хотя бы четверть от суммарного количества монет у остальных».
- Витя: «Количество монет у меня хотя бы одна пятая от суммарного количества монет у остальных».
- Гена: «Количество монет у меня хотя бы столько же, сколько и суммарно у остальных».
- Дима: «Количество монет у меня хотя бы половина от суммарного количества монет у остальных».

Известно, что один из них соврал, а остальные сказали правду.

(а) Кто из них соврал?

(б) Какое наибольшее количество монет может быть у совравшего на самом деле?

Вариант 7.4.4. У Алексея, Бориса, Вити, Гены и Димы есть суммарно 1200 монет. Они сделали следующие утверждения:

- Алексей: «Количество монет у меня хотя бы четверть от суммарного количества монет у остальных».
- Борис: «Количество монет у меня хотя бы одна пятая от суммарного количества монет у остальных».
- Витя: «Количество монет у меня хотя бы столько же, сколько и суммарно у остальных».
- Гена: «Количество монет у меня хотя бы половина от суммарного количества монет у остальных».
- Дима: «Количество монет у меня хотя бы треть от суммарного количества монет у остальных».

Известно, что один из них соврал, а остальные сказали правду.

- (а) Кто из них соврал?
 (б) Какое наибольшее количество монет может быть у совравшего на самом деле?

Задача 7.5. Найдите количество путей длины 11 из A в B по сторонам нарисованных клеток, если каждая клетка является квадратом со стороной 1.

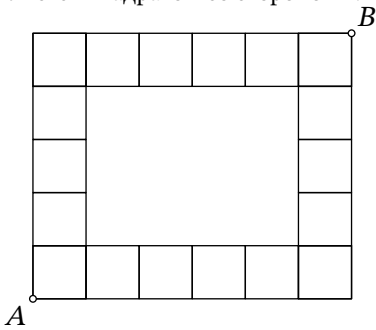


Рис. 2: К задаче 7.5.1

Вариант 7.5.2. Найдите количество путей длины 12 из A в B по сторонам нарисованных клеток, если каждая клетка является квадратом со стороной 1.

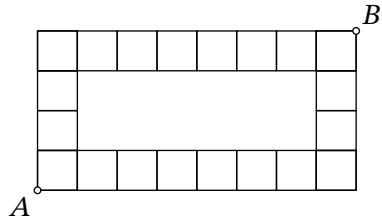


Рис. 4: К задаче 7.5.2

Вариант 7.5.3. Найдите количество путей длины 13 из A в B по сторонам нарисованных клеток, если каждая клетка является квадратом со стороной 1.

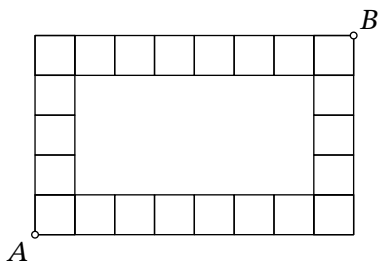


Рис. 5: К задаче 7.5.3

Вариант 7.5.4. Найдите количество путей длины 10 из A в B по сторонам нарисованных клеток, если каждая клетка является квадратом со стороной 1.

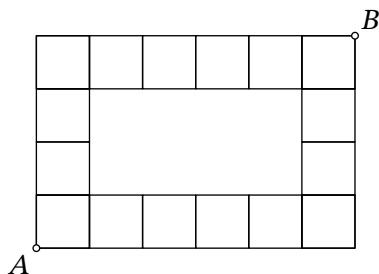


Рис. 6: К задаче 7.5.4

Задача 7.6. Двадцать прямых, никакие две из которых не параллельны, пересекаются в N точках. В одной из точек пересекается сразу десять прямых, еще в одной — пять, а во всех остальных только по две прямые. Чему может быть равно N ? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 7.6.2. Двадцать прямых, никакие две из которых не параллельны, пересекаются в N точках. В одной из точек пересекается сразу десять прямых, еще в одной — шесть, а во всех остальных только по две прямые. Чему может быть равно N ? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 7.6.3. Двадцать прямых, никакие две из которых не параллельны, пересекаются в N точках. В одной из точек пересекается сразу девять прямых, еще в одной — пять, а во всех остальных только по две прямые. Чему может быть равно N ? Укажите все возможные варианты ответа.

Вариант 7.6.4. Двадцать прямых, никакие две из которых не параллельны, пересекаются в N точках. В одной из точек пересекается сразу девять прямых, еще в одной — шесть, а во всех остальных только по две прямые. Чему может быть равно N ? Укажите все возможные варианты ответа.

Задача 7.7. В ряд выписали дроби $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{1000}$. Затем все эти дроби привели к общему знаменателю. У скольких из получившихся дробей числитель не делится на 77^2 ?

Вариант 7.7.2. В ряд выписали дроби $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{1000}$. Затем все эти дроби привели к общему знаменателю. У скольких из получившихся дробей числитель не делится на 91^2 ?

Вариант 7.7.3. В ряд выписали дроби $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{600}$. Затем все эти дроби привели к общему знаменателю. У скольких из получившихся дробей числитель не делится на 65^2 ?

Вариант 7.7.4. В ряд выписали дроби $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{600}$. Затем все эти дроби привели к общему знаменателю. У скольких из получившихся дробей числитель не делится на 55^2 ?

Задача 7.8. Царство гномов состоит из 20 кланов по 100 гномов. Каждый гном входит только в один клан.

Гном считается *высоким*, если найдется хотя бы 10 кланов, не включая его собственный, средний рост в каждом из которых меньше, чем рост этого гнома.

Какое наибольшее количество высоких гномов может быть в царстве?

Вариант 7.8.2. Царство гномов состоит из 20 кланов по 120 гномов. Каждый гном входит только в один клан.

Гном считается *высоким*, если найдется хотя бы 10 кланов, не включая его собственный, средний рост в каждом из которых меньше, чем рост этого гнома.

Какое наибольшее количество высоких гномов может быть в царстве??

Вариант 7.8.3. Царство гномов состоит из 20 кланов по 140 гномов. Каждый гном входит только в один клан.

Гном считается *высоким*, если найдется хотя бы 10 кланов, не включая его собственный, средний рост в каждом из которых меньше, чем рост этого гнома.

Какое наибольшее количество высоких гномов может быть в царстве?

Вариант 7.8.4. Царство гномов состоит из 20 кланов по 160 гномов. Каждый гном входит только в один клан.

Гном считается *высоким*, если найдется хотя бы 10 кланов, не включая его собственный, средний рост в каждом из которых меньше, чем рост этого гнома.

Какое наибольшее количество высоких гномов может быть в царстве?