ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2024 г.

ПРИГЛАСИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП. 9 КЛАСС

Максимальное количество баллов — 8.

Задание № 1

Учительница составляет варианты для контрольной работы. Каждый вариант устроен так: учительница в произведении

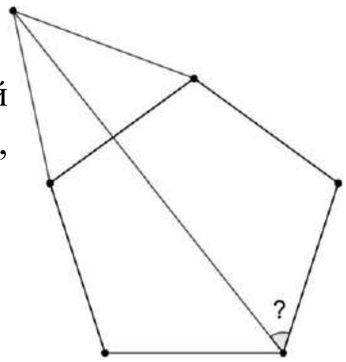
$$345612 \cdot 653209$$

между какими-то двумя цифрами в каждом числе ставит запятую. Учительница выбирает варианты так, чтобы ответы во всех вариантах были различными. Какое наибольшее число вариантов удастся выбрать учительнице?

Задание № 2

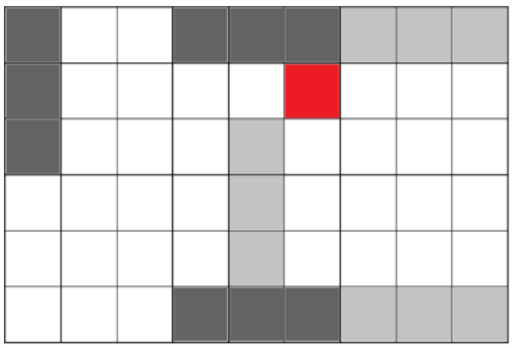
К правильному пятиугольнику приставили правильный треугольник. Чему равна градусная мера угла, обозначенного знаком «?»?

Ответ:

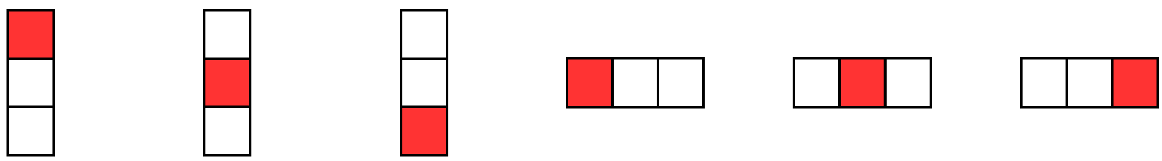


Задание № 3

Прямоугольник 6×9 покрыт 18 непересекающимися прямоугольниками 1×3 (прямоугольники лежат по клеточкам). Некоторые из прямоугольников разрезания отмечены на рисунке ниже.



Как может быть покрыта отмеченная красным клетка? Выберите все возможные варианты:



a) b) c) d) e) f)

Задание № 4

По кругу через равные промежутки растут 846 яблонь. Поздней осенью на каждой из них осталось 1, 2, 3, 4 или 5 яблок. Оказалось, что количества яблок на любых двух рядом растущих яблонях отличаются ровно на 1. Одно яблоко растёт на 200 яблонях, три — на 21. А на скольких яблонях растёт пять яблок?

Задание № 5

Два действительных числа a и b таковы, что выполняется равенство

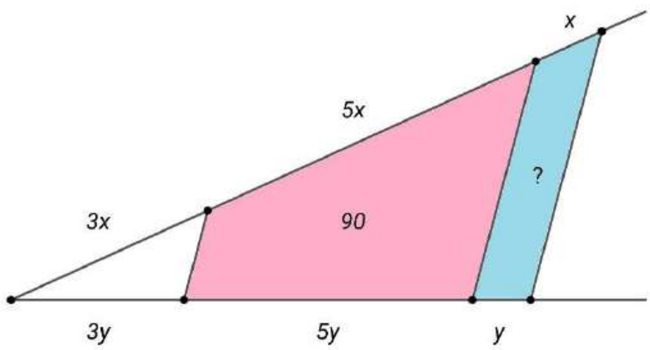
$$a^2 + 6a = 2b^2 + 11b - 15.$$

Известно, что если изменить a, то равенство точно перестанет быть верным. Найдите все возможные значения b.

Ответ:

Задание № 6

Три параллельные прямые пересекают угол и на каждой стороне высекают отрезки, которые относятся как 3 : 5 : 1 (см. рисунок). В результате образовались две трапеции. Площадь красной трапеции равна 90. Найдите площадь синей трапеции, отмеченной знаком «?».



Ответ:

Задание № 7

Сколько существует натуральных чисел x, для которых найдутся натуральные числа y и z, что $2x + 3y + 6z = 1200$?

Ответ:

Задание № 8

8100 школьников встали в шеренгу. По команде «Рассчитайсь!» они по порядку стали называть свои номера: «Один!», «Два!», . . . , «Восемь тысяч сто!». После этого каждый, кто оказался на месте, номер которого — квадрат натурального числа (т.е. $1 = 1^2$, $4 = 2^2$, . . .), ушёл играть в футбол. Оставшиеся школьники повторили этот процесс: встали в шеренгу, выкрикнули номера, школьники с номерами — точными квадратами — ушли играть в футбол. Так они повторяли до тех пор, пока количество оставшихся школьников впервые не стало меньше 520. Сколько школьников осталось в этот момент?

Ответ: