

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2024 г.

ПРИГЛАСИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

Максимальное количество баллов — 8.

Задание № 1

У Васи есть прямой бикфордов шнур длиной 20 метров, который горит равномерно со скоростью 1 метр в минуту. Вася хочет поджечь его одновременно в нескольких точках так, чтобы весь шнур сгорел быстрее чем за 3 минуты. В каком наименьшем количестве точек надо поджечь шнур Васе? От места поджигания шнур начинает гореть в обе стороны.

Ответ:

Задание № 2

Действительные числа x , y , z таковы, что

$$(x + y)(x + y + z) = 785,$$

$$(y + z)(y + z + x) = 692,$$

$$(z + x)(z + x + y) = 973.$$

Найдите все возможные значения $x + y + z$.

Ответ:

Задание № 3

У Васи было много прямоугольников размеров 1×14 , 1×35 , 1×36 и 1×39 . Вася сложил из этих прямоугольников квадрат 37×37 , без пропусков и наложений. Оказалось, что при этом использовались прямоугольники ровно двух размеров. Каких?

- 1×14 ;
- 1×35 ;
- 1×36 ;
- 1×39 .

Ответ:

Задание № 4

166 гномов отправились в поход. Они выходили из точки старта в разное время, у каждого гнома своя постоянная скорость. Оказалось, что каждый гном в какой-то момент был впереди всех остальных. Каким по счету финишировал гном, вышедший пятьдесят третьим?

Ответ:

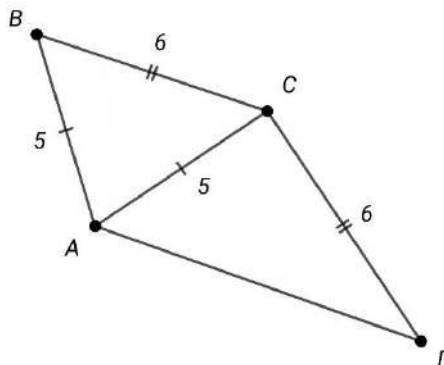
Задание № 5

Про выпуклый четырёхугольник $ABCD$ известно, что

$$AB = AC = 5, BC = CD = 6.$$

Какая наибольшая площадь у него может быть?

Ответ:

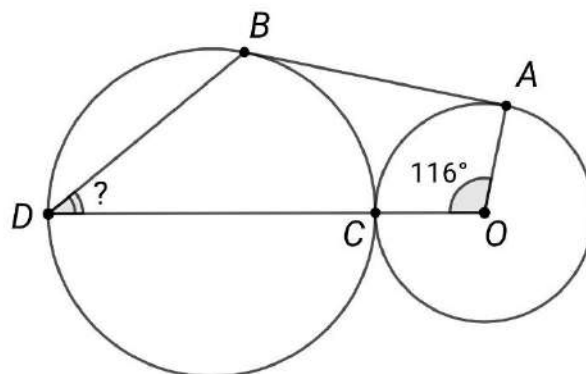


Задание № 6

На картинке ниже изображены две окружности, касающиеся в точке C ; O — центр одной из окружностей; AB — их общая внешняя касательная; D — вторая точка пересечения OC и окружности. Известно, что $\angle AOC = 116^\circ$.

Найдите градусную меру угла $\angle BDC$.

Ответ:



Задание № 7

Квадратное уравнение $f(x) = 0$ имеет ровно один действительных корень t . Оказалось, что квадратное уравнение

$$f(5x + 1) + f(7x - 5) = 0$$

также имеет ровно один действительный корень (не обязательно равный t). Найдите все возможные значения числа t .

Ответ:

Задание № 8

Сколько существует возрастающих арифметических прогрессий из 11 членов, каждый из которых — натуральное число от 1 до 440 включительно?

Ответ: