

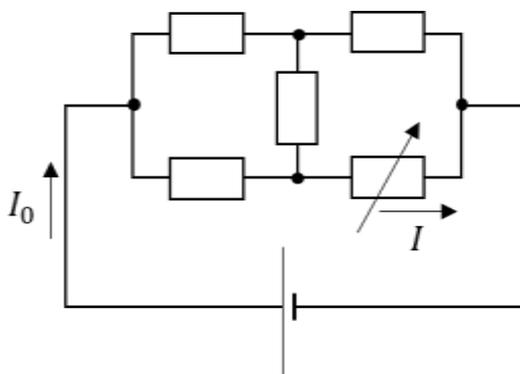
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ФИЗИКА. 2024–2025 УЧ. Г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Максимальный балл за работу –40.

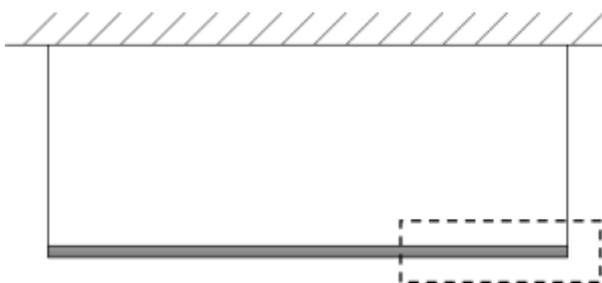
Тестовые задания

1. Электрическая цепь собрана из четырёх постоянных резисторов и одного переменного резистора (правый нижний). Эта цепь подключена к идеальному источнику напряжения. Сопротивление переменного резистора увеличивают. Выберите все верные утверждения относительно изменений силы I_0 тока, протекающего через источник, и силы I тока, текущего через переменный резистор.



- 1) Ток I_0 строго уменьшается, и ток I строго уменьшается.
- 2) Ток I_0 строго уменьшается, а ток I может как увеличиваться, так и уменьшаться (зависит от сопротивлений постоянных резисторов в цепи).
- 3) Ток I_0 строго уменьшается, а ток I строго увеличивается.
- 4) Ток I_0 строго увеличивается, а ток I может как увеличиваться, так и уменьшаться (зависит от сопротивлений постоянных резисторов в цепи).
- 5) И ток I_0 , и ток I могут как увеличиваться, так и уменьшаться (зависит от сопротивлений постоянных резисторов в цепи).

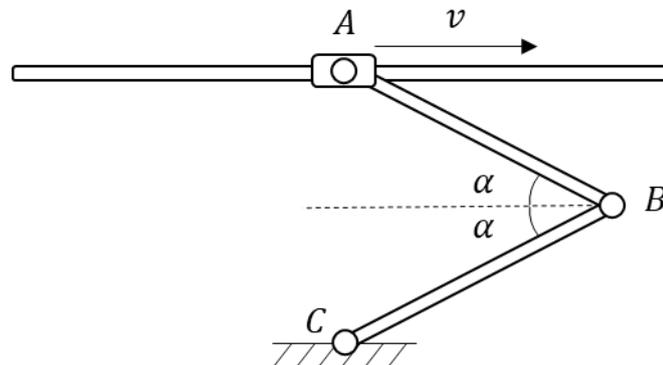
2. Однородный стержень подвешен в горизонтальном состоянии на двух вертикальных нитях, прикреплённых к его концам. Рассмотрим равновесие правой трети стержня.



Выберите верное утверждение относительно упругих сил, действующих на правую часть стержня со стороны левой.

- 1) Суммарная сила взаимодействия направлена влево, суммарный момент упругих сил стремится вращать правую часть стержня по часовой стрелке.
- 2) Суммарная сила взаимодействия направлена вниз, суммарный момент упругих сил равен нулю.
- 3) Суммарная сила взаимодействия направлена вверх, суммарный момент упругих сил стремится вращать правую часть стержня по часовой стрелке.
- 4) Суммарная сила взаимодействия направлена вниз, суммарный момент упругих сил стремится вращать правую часть стержня по часовой стрелке.
- 5) Суммарная сила взаимодействия направлена вниз, суммарный момент упругих сил стремится вращать правую часть стержня против часовой стрелки.

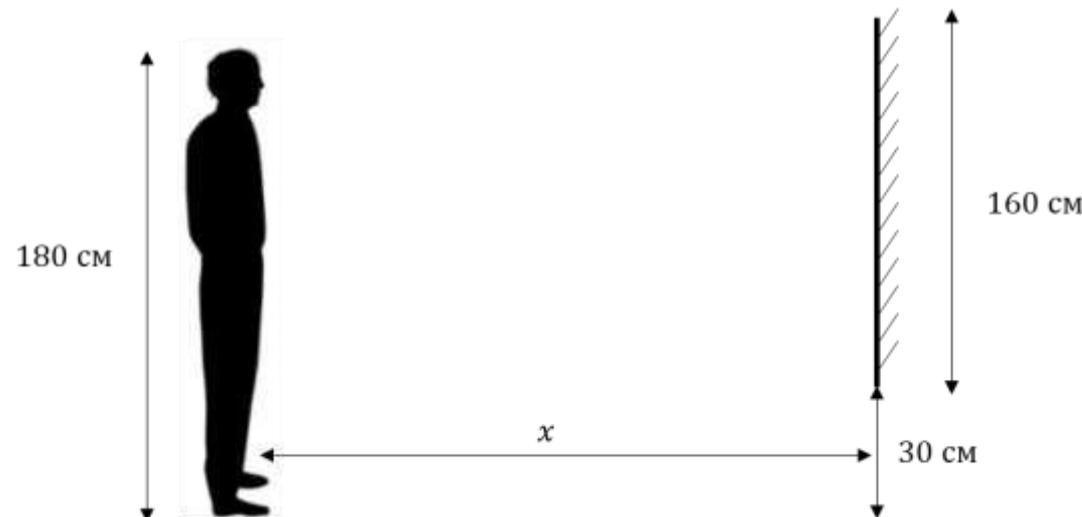
3. Два жёстких рычага одинаковой длины соединены шарнирно в точке B . Точка C нижнего рычага прикреплена шарнирно к неподвижной поверхности. Точка A верхнего рычага прикреплена шарнирно к муфте, скользящей по горизонтальной направляющей со скоростью v . Каждый из рычагов в данный момент составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом.



Укажите верное выражение для модуля скорости точки соединения рычагов B (в тот же момент):

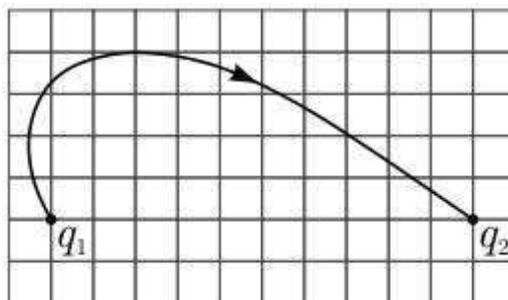
- 1) $\frac{v}{2}$
- 2) v
- 3) $\frac{v}{\sqrt{3}}$
- 4) $v\sqrt{3}$
- 5) такое движение невозможно

4. Стоящий вертикально человек смотрит в вертикальное плоское зеркало, висящее на стене. Высота глаз человека над полом 180 см, высота зеркала 160 см, зеркало повешено на расстоянии 30 см от пола. На каком расстоянии от зеркала должен стоять человек, чтобы видеть себя в полный рост?



- 1) не менее 120 см
- 2) не более 160 см
- 3) не более 240 см
- 4) 60 см
- 5) на любом расстоянии

5. Одна из силовых линий электростатического поля, созданного двумя неподвижными точечными зарядами, изображена на рисунке.



Если заряд $q_2 = -4,0$ нКл, то заряд q_1 равен:

- 1) 0,50 нКл
- 2) 1,0 нКл
- 3) 1,5 нКл
- 4) 2,0 нКл
- 5) 2,5 нКл

Ответы:

№ задания	1	2	3	4	5
Ответ	1	4	2	5	1
Балл	2 балла				

Задания с кратким ответом

Задачи 6-9

Фен для волос имеет мощность $N = 1500$ Вт при подключении к сети с напряжением $U = 220$ В. Фен нагревает воздух от комнатной температуры $T_1 = 20$ °С до $T_2 = 80$ °С. Выходное отверстие фена имеет круглую форму диаметром $D = 5$ см. Можно считать, что поток воздуха имеет одинаковую скорость по всему сечению выходного отверстия, а вся потребляемая феном мощность идёт на нагрев воздуха. Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа. Воздух можно считать идеальным двухатомным газом с молярной массой $\mu = 29$ г/моль. Теплоёмкость одного моля воздуха при постоянном давлении равна $C_p = 7R/2$, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(К · моль).

6. Рассчитайте сопротивление спирали нагревателя фена. Дайте ответ в омах с округлением до целого числа. (2 балла)
7. Рассчитайте, какую массу воздуха фен пропускает через себя в единицу времени. Дайте ответ в килограммах в минуту с округлением до десятых долей. (2 балла)
8. Какова скорость потока воздуха в сечении выходного отверстия фена? Дайте ответ в м/с с округлением до целого числа. (1 балл)
9. С какой дополнительной силой фен давит на руку из-за действия струи воздуха? Дайте ответ в ньютонах с округлением до сотых долей. (1 балл)

Решение:

6. Сопротивление спирали R можно рассчитать исходя из закона Джоуля-Ленца:

$$R = \frac{U^2}{N} = 32 \text{ Ом.}$$

7. Количество теплоты, потребляемое феном за $\tau = 1$ мин, идёт на нагревание воздуха:

$$N\tau = m \frac{C_p}{\mu} (T_2 - T_1),$$

где $C_p = \frac{7}{2}R$ – молярная теплоёмкость воздуха в изобарическом процессе.

Тогда массовый расход:

$$\frac{m}{\tau} = \frac{N\mu}{\frac{7}{2}R(T_2 - T_1)} = 1,5 \frac{\text{кг}}{\text{мин}}.$$

8. Массовый расход связан со скоростью потока на выходе из фена:

$$\frac{m}{\tau} = \rho \frac{\pi D^2}{4} v.$$

Плотность воздуха на выходе из фена можно рассчитать из закона Менделеева-Клапейрона:

$$\rho = \frac{P\mu}{RT_2}.$$

Тогда скорость потока на выходе из фена:

$$v = \frac{4m/\tau}{\rho\pi D^2} = \frac{N\mu}{\frac{7}{2}R(T_2-T_1)} \frac{4}{\pi D^2} \frac{RT_2}{P\mu} = \frac{8NT_2}{7(T_2-T_1)\pi D^2 P} = 13 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

9. Силу, с которой фен действует на руку, можно рассчитать на основе закона изменения импульса:

$$F = \frac{m}{\tau} v = 0,32 \text{ Н}.$$

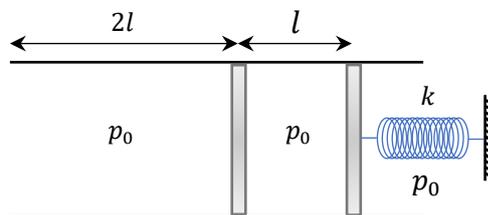
Ответы:

6	7	8	9
32	1,5	13	0,32

Максимум за задачу 6 баллов.

Задачи 10-12

В горизонтальной теплопроводящей неподвижной трубе, площадь поперечного сечения которой $S = 25 \text{ см}^2$, помещены два подвижных теплопроводящих лёгких поршня. Они плотно прилегают к стенкам трубы, а их толщиной можно пренебречь. Концы трубы открыты в атмосферу. Один из поршней прикреплен к неподвижной стенке при помощи горизонтальной пружины жёсткостью $k = 25 \text{ Н/м}$. Изначально между поршнями заперт воздух при атмосферном давлении $p_0 = 100 \text{ кПа}$, начальное расстояние между поршнями равно $l = 1,50 \text{ м}$, расстояние от левого поршня до конца трубы равно $2l$. Левый поршень квазистатически двигают к левому концу трубы.



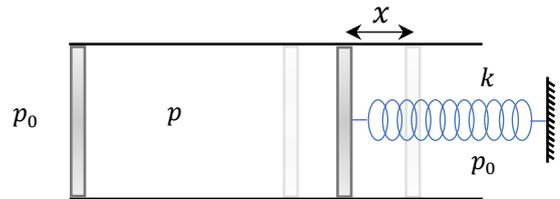
10. Какую силу F необходимо прикладывать к левому поршню в тот момент, когда он достигнет края трубы, чтобы его ускорение было пренебрежимо малым? Оба поршня способны двигаться по трубе без трения. Ответ дайте в ньютонах с точностью до десятых долей. (3 балла)

11. Во сколько раз увеличился объём газа между поршнями при перемещении левого поршня к левому концу трубы? Ответ дайте с точностью до сотых долей. (2 балла)

12. В исходной конфигурации правый поршень заменили на поршень таких же размеров, нодвигающийся по трубе с трением. Максимально возможная сила трения покоя, действующая на такой поршень в трубе, равна $F_{\text{тр}} = 12,5$ Н. Определите ширину d области, в которой может находиться левый поршень так, чтобы правый при этом оставался в состоянии покоя. Ответ дайте в сантиметрах с точностью до десятых долей. (1 балл)

Решение:

10. Обозначим смещение правого поршня при смещении левого к концу трубы за x . Запишем второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось для каждого из поршней:



$$\begin{aligned} p_0 S - p S - kx &= 0 \text{ — правый,} \\ F + p S - p_0 S &= 0 \text{ — левый.} \end{aligned}$$

Заметим, что из записанной системы следует связь между силой, приложенной к левому поршню, и силой упругости пружины: $F = kx$.

Учитывая тот факт, что труба и поршни являются теплопроводящими, делаем вывод, что температура газа между поршнями остаётся постоянной, тогда в соответствии с законом Бойля-Мариотта:

$$p_0 l S = p(3l - x)S.$$

Получаем, что давление газа, запертого между поршнями, в конце перемещения левого поршня определяется соотношением:

$$p = \frac{p_0 l}{3l - x} = \frac{p_0 k l}{3kl - F}.$$

Подставим значение давления в уравнение второго закона Ньютона для левого поршня:

$$\begin{aligned} F + \frac{p_0 k l}{3kl - F} S - p_0 S &= 0, \\ F^2 - (p_0 S + 3kl)F + 2klp_0 S &= 0. \end{aligned}$$

Корни полученного квадратного уравнения:

$$F_{1,2} = \frac{p_0 S + 3kl}{2} \pm \sqrt{\frac{(p_0 S + 3kl)^2}{4} - 2klp_0 S}.$$

Выбираем корень со знаком «минус» из соображений, что при $k = 0$ квазистатическое перемещение поршня возможно при бесконечно малой силе, т.е. при $F \rightarrow 0$.

Окончательно получаем:

$$F = \frac{p_0 S + 3kl}{2} - \sqrt{\frac{(p_0 S + 3kl)^2}{4} - 2klp_0 S} = 62,5 \text{ Н.}$$

11. Смещение правого поршня:

$$x = \frac{F}{k} = \frac{p_0 S + 3kl}{2k} - \sqrt{\frac{(p_0 S + 3kl)^2}{4k^2} - \frac{2lp_0 S}{k}}.$$

Увеличение объёма:

$$n = \frac{V}{V_0} = \frac{(3l - x)S}{lS} = \frac{3l - \left(\frac{p_0 S + 3kl}{2k} - \sqrt{\frac{(p_0 S + 3kl)^2}{4k^2} - \frac{2lp_0 S}{k}} \right)}{l} \approx 1,33.$$

12. Опишем состояние газа между поршнями и динамику поршней при смещении левого поршня влево на расстояние y (дополнительно учтём, что правый поршень неподвижен, т.е. сила упругости равна нулю):

$$\begin{cases} p_0 l S = p(l + y)S, \\ F + pS - p_0 S = 0, \\ p_0 S - pS \leq F_{\text{тр}}. \end{cases}$$

Переход между покоем и скольжением правого поршня происходит, когда нестрогое неравенство становится равенством. Тогда получаем:

$$p_0 S - \frac{p_0 l}{l + y_1} S = F_{\text{тр}},$$

$$y_1 = \frac{F_{\text{тр}} l}{p_0 S - F_{\text{тр}}} - \text{левая граница области застоя.}$$

При смещении левого поршня вправо:

$$\begin{cases} p_0 l S = p(l - y)S, \\ F - pS + p_0 S = 0, \\ -p_0 S + pS \leq F_{\text{тр}}. \end{cases}$$

Аналогично предыдущим вычислениям:

$$-p_0 S + \frac{p_0 l}{l - y_2} S = F_{\text{тр}}.$$

$$y_2 = \frac{F_{\text{тр}} l}{p_0 S + F_{\text{тр}}} - \text{правая граница области застоя.}$$

Таким образом, ширина области застоя:

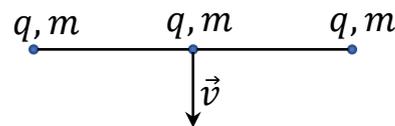
$$d = y_1 + y_2 = \frac{F_{\text{тр}} l}{p_0 S - F_{\text{тр}}} + \frac{F_{\text{тр}} l}{p_0 S + F_{\text{тр}}} = \frac{2p_0 S F_{\text{тр}} l}{(p_0 S)^2 - F_{\text{тр}}^2} \approx 15,0 \text{ см}$$

Ответы:	10	11	12
	62,5	1,33	15,0

Максимум за задачу 6 баллов.

Задачи 13-16

Три одинаковых маленьких шарика массой $m = 0,05$ кг каждый имеют заряды $q = 6$ мкКл. Шарики расположены на гладкой горизонтальной диэлектрической поверхности и соединены двумя непроводящими лёгкими нерастяжимыми нитями длиной $l = 50$ см. В начальном положении шарики находятся на одной прямой так, что нити натянуты (см. рис.). Центральный шарик очень быстро приводят в движение с постоянной скоростью $v = 1$ м/с, направленной в начальный момент времени перпендикулярно нитям. Движение этого шарика поддерживается при помощи внешней силы, которая в любой момент времени такова, что он движется равномерно и прямолинейно. Магнитным взаимодействием шариков можно пренебречь. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона равен



$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}.$$

13. На какое минимальное расстояние d сблизятся крайние шарики в процессе движения? Ответ дайте в сантиметрах с точностью до целого числа. (2 балла)

14. Какую работу A совершила внешняя сила, действующая на центральный шарик, от момента сразу после начала его движения до момента максимального сближения крайних шариков? Ответ дайте в джоулях с точностью до десятых долей. (2 балла)

15. Каков модуль силы натяжения T каждой из нитей в момент максимального сближения крайних шариков? Ответ дайте в ньютонах с точностью до десятых долей. (1 балл)

16. В момент максимального сближения крайних шариков одну из нитей быстро пережигают. Определите модуль ускорения a «освободившегося» шарика сразу после пережигания нити. Ответ дайте в м/с^2 с точностью до десятых долей. (1 балл)

Решение:

13. Перейдём в ИСО, связанную с центральным зарядом. В этой ИСО центральный заряд покоится, а крайние в начальный момент имеют скорости v , направленные перпендикулярно нитям. В момент сближения крайних зарядов на минимальное расстояние оба крайних заряда останавливаются. В данной ИСО центральный заряд не перемещается, а значит, внешняя сила не совершает работы, силы натяжения перпендикулярны скоростям крайних зарядов – их мгновенная мощность нулевая, а силы Кулона являются

потенциальными силами, следовательно, в данной системе отсчёта мы имеем право воспользоваться законом сохранения энергии.

В соответствии с законом сохранения энергии:

$$\frac{2mv^2}{2} + 2 \frac{kq^2}{l} + \frac{kq^2}{2l} = 2 \frac{kq^2}{l} + \frac{kq^2}{d}.$$

Отсюда

$$d = \frac{2l}{1 + \frac{2mv^2 l}{kq^2}} \approx 87 \text{ см.}$$

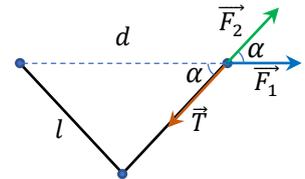
14. В лабораторной системе отсчёта центральный заряд перемещается, следовательно, работа внешней силы ненулевая. В соответствии с условием энергетического баланса:

$$\frac{mv^2}{2} + 2 \frac{kq^2}{l} + \frac{kq^2}{2l} + A = 3 \frac{mv^2}{2} + 2 \frac{kq^2}{l} + \frac{kq^2}{d}.$$

Отсюда получаем:

$$A = 2 \frac{mv^2}{2} + \frac{kq^2}{d} - \frac{kq^2}{2l} = mv^2 + mv^2 = 2mv^2 = 0,1 \text{ Дж.}$$

15. В момент максимального сближения: в лабораторной СО – скорости шариков одинаковы; в ИСО центрального заряда – скорости шариков равны нулю. Это означает, что центростремительное ускорение крайних зарядов равно нулю в этот момент, следовательно, из второго закона Ньютона в проекции на направление вдоль нити можем получить:



$$T - F_2 - F_1 \cos \alpha = 0;$$

$$T = \frac{kq^2}{l^2} + \frac{kq^2}{d^2} \frac{d}{2l} = \frac{kq^2}{l} \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{2d} \right) \approx 1,7 \text{ Н.}$$

16. Ускорение «освободившегося» заряда определяется равнодействующей сил F_1 и F_2 :

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{\text{равн}}.$$

С использованием теоремы косинусов получаем:

$$a = \frac{F_{\text{равн}}}{m} = \frac{1}{m} \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha} =$$

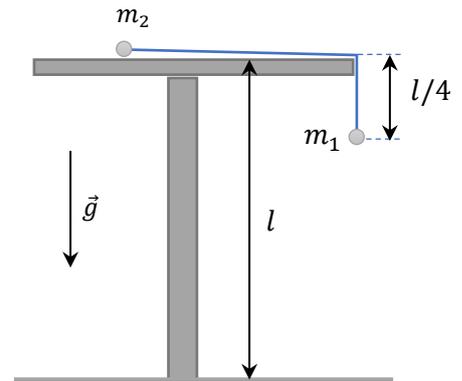
$$= \frac{1}{m} \sqrt{\left(\frac{kq^2}{d^2} \right)^2 + \left(\frac{kq^2}{l^2} \right)^2 + 2 \frac{kq^2}{d^2} \frac{kq^2}{l^2} \frac{d}{2l}} = \frac{kq^2}{m} \sqrt{\frac{1}{d^4} + \frac{1}{l^4} + \frac{1}{d l^3}} \approx 33,7 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответы:	13	14	15	16
	87	0,1	1,7	33,7

Максимум за задачу 6 баллов.

Задачи 17-19

Два маленьких шарика, массы которых равны $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2m_1$, связаны лёгкой нерастяжимой нитью длиной $l = 12$ м и удерживаются на столе, высота которого немного меньше длины нити. При этом нить натянута и более лёгкий шарик свисает с края стола на части нити длиной $x = \frac{l}{4}$. Оба шарика одновременно отпускают без начальной скорости. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Поверхность стола горизонтальна, трение отсутствует.



17. Нижний шарик абсолютно упруго ударяется о пол. Определите, через какой промежуток времени Δt после этого удара нить вновь окажется натянутой. Ответ дайте в секундах с точностью до сотых долей. (2 балла)

18. На какой максимальной высоте h_{max} будет находиться центр масс двух шариков после упругого удара нижнего шарика о горизонтальную поверхность? Ответ дайте в метрах с точностью до сотых долей. (2 балла)

19. Пусть место падения второго шарика намазано суперклеем и второй шарик при ударе о пол мгновенно останавливается. Чему равна сила натяжения нити T в момент времени сразу после остановки второго шарика? Ответ дайте в ньютонах с точностью до десятых долей. (2 балла)

Решение:

17. Модуль скорости шариков к моменту удара найдём при помощи закона сохранения механической энергии:

$$m_2gl + m_1g \frac{3l}{4} = m_2gl + 0 + \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{3m_1gl}{2(m_1 + m_2)}} = \sqrt{\frac{gl}{2}}.$$

После удара скорость первого шарика направлена вертикально вверх, а скорость второго – горизонтально.

Законы движения шариков в поле тяжести Земли:

$$\begin{cases} x_1(t) = 0, \\ y_1(t) = vt - \frac{gt^2}{2}, \\ x_2(t) = vt, \\ y_2(t) = l - \frac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

Нить окажется натянутой в момент времени, когда расстояние между первым и вторым шариком станет равным l :

$$\begin{aligned}\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} &= l, \\ (vt_H)^2 + (vt_H - l)^2 &= l^2, \\ t_H = \frac{l}{v} &= \sqrt{\frac{2(m_1 + m_2)l}{3m_1g}} = \sqrt{\frac{2l}{g}} \approx 1,55 \text{ с.}\end{aligned}$$

Получаем, что нить должна натянуться в момент, когда $y_2 = 0$, то есть второй шарик долетает до пола. Первый шарик в этот момент находится на высоте:

$$h_1 = y_1 \left(\sqrt{\frac{2l}{g}} \right) = 0.$$

Видим, что оба шарика упадут на пол одновременно.

18. Вертикальная координата центра масс системы изменяется по закону:

$$\begin{aligned}y_C(t) &= \frac{m_1 y_1(t) + m_2 y_2(t)}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \left(vt - \frac{gt^2}{2} \right) + m_2 \left(l - \frac{gt^2}{2} \right)}{m_1 + m_2} = \\ &= \frac{m_2 l + m_1 vt - \frac{(m_1 + m_2)gt^2}{2}}{m_1 + m_2}.\end{aligned}$$

Условие экстремума для y_C :

$$y'_C = 0.$$

Вычислим производную и приравняем её к нулю (или найдём координаты вершины соответствующей параболы):

$$y'_C(t) = \frac{m_1 v - m_1 gt - m_2 gt}{m_1 + m_2} = 0.$$

Получаем, что максимальная высота центра масс системы достигается в момент времени:

$$t_0 = \frac{m_1 v}{(m_1 + m_2)g} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{l}{2g}}.$$

Высота центра масс в этот момент:

$$h_{max} = \frac{2}{3}l + \frac{vt_0}{3} - \frac{gt_0^2}{2} = \frac{25}{36}l \approx 8,33 \text{ м.}$$

19. Как было найдено в п. 17, в момент удара второго шарика о пол первый также ударяется о неё. До этого момента нить была не натянута, а значит, первый шарик двигался строго по вертикали. После удара его скорость направлена вертикально вверх и равна v ; в дальнейшем он будет двигаться по окружности радиуса l , пока нить остаётся натянутой. В соответствии со вторым законом Ньютона получаем:

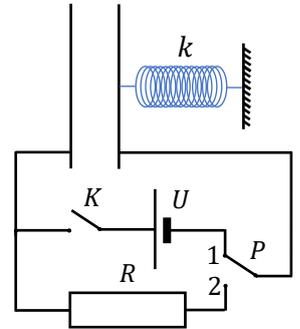
$$T = \frac{m_1 v^2}{l} = \frac{3m_1^2 g}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 g}{2} = 5,0 \text{ Н.}$$

Отвeты:	17	18	19
	1,55	8,33	5,0

Максимум за задачу 6 баллов.

Задачи 20-22

Одна из обкладок плоского воздушного конденсатора закреплена неподвижно, а вторая прикреплена к стенке при помощи пружины и может двигаться в направлении, перпендикулярном пластинам (см. рис.). Конденсатор подключён к электрической цепи, состоящей из идеального источника постоянного напряжения $U = 15$ В, ключа K , резистора сопротивлением $R = 10$ Ом и переключателя P . Начальное расстояние между обкладками составляет $d = 5$ мм, площадь обкладки $S = 100$ см², масса обкладки $m = 20$ г. В начальном состоянии ключ K разомкнут, пружина не деформирована. При движении правой обкладки она остаётся подключённой к цепи. Электрическая постоянная равна $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$.



20. Определите жёсткость k пружины, если известно, что после замыкания ключа и перехода системы в новое положение равновесия расстояние между обкладками уменьшилось на $x_0 = 0,49$ мм. Ответ дайте в мН/м с точностью до десятых долей. (2 балла)

21. Найдите минимальное расстояние d_{min} между обкладками конденсатора в процессе перехода к новому положению равновесия. Ответ дайте в мм с точностью до десятых долей. (2 балла)

22. После перехода системы в новое положение равновесия переключатель P перевели в положение 2. Оцените, какое количество теплоты Q выделилось после этого в резисторе? Ответ дайте в нДж с точностью до десятых долей. (2 балла)

Решение:

20. Зависимость ёмкости конденсатора от смещения подвижной обкладки:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d - x}$$

Заряд конденсатора:

$$q = CU = \frac{\epsilon_0 SU}{d - x}$$

Напряжённость электростатического поля, создаваемого одной обкладкой:

$$E = \frac{q}{2S\epsilon_0} = \frac{U}{2(d - x)}$$

Получаем выражение для силы, действующей на обкладку конденсатора, в зависимости от её смещения:

$$F(x) = qE = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2(d-x)^2}.$$

Условие равновесия подвижной обкладки:

$$\begin{aligned} F(x_0) &= kx_0, \\ \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2(d-x_0)^2} &= kx_0. \end{aligned}$$

Отсюда жёсткость пружины:

$$k = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2(d-x_0)^2 x_0} \approx 1,0 \frac{\text{мН}}{\text{м}}.$$

21. После замыкания ключа к моменту протекания через источник заряда Δq и смещения пластины на расстояние x условие энергетического баланса выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} U \Delta q &= \Delta W_C + \Delta E_{\text{кин}} + \Delta W_{\text{упр}}, \\ U \left(\frac{\varepsilon_0 S U}{d-x} - \frac{\varepsilon_0 S U}{d} \right) &= \frac{\left(\frac{\varepsilon_0 S}{d-x} - \frac{\varepsilon_0 S}{d} \right) U^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}. \end{aligned}$$

В момент, когда расстояние между обкладками минимально (или максимальное), скорость подвижной пластины равна $v = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{mv^2}{2} &= \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2} \left(\frac{1}{d-x} - \frac{1}{d} \right) - \frac{kx^2}{2} = 0, \\ \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2} \frac{1}{(d-x)d} &= \frac{kx^2}{2}. \end{aligned}$$

На данном этапе сокращаем на тривиальный корень $x = 0$, соответствующий максимальному расстоянию между пластинами, и после преобразований полученного выражения получаем квадратное уравнение:

$$x^2 - dx + \frac{\varepsilon_0 S U^2}{kd} = 0.$$

Решая уравнение, получаем:

$$x_{1,2} = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4 \frac{\varepsilon_0 S U^2}{kd}}}{2}.$$

Выбираем корень x_1 со знаком «минус», поскольку на участке $x \in [0, x_1]$ кинетическая энергия подвижной обкладки положительна. При $x > x_1$ кинетическая энергия подвижной обкладки становится отрицательной, что физически невозможно.

Таким образом, минимальное расстояние между обкладками конденсатора:

$$d_{\min} = d - x_1 = \frac{d + \sqrt{d^2 - 4 \frac{\varepsilon_0 S U^2}{kd}}}{2} \approx 4,0 \text{ мм}.$$

22. В системе запасена энергия в конденсаторе и в пружине:

$$E_0 = \frac{kx_0^2}{2} + \frac{\varepsilon_0 S}{d - x_0} \frac{U^2}{2}.$$

Как понять, вся ли эта энергия выделится в виде теплоты в резисторе?

С точки зрения подробного анализа происходящего необходимо было бы рассмотреть уравнение движение подвижной пластины и 2-е правило Кирхгофа для контура из конденсатора и резистора:

$$\begin{cases} q(x)E(x) - kx = ma_x, \\ \frac{q}{C(x)} = -\frac{dq}{dt}R. \end{cases}$$

Эта система уравнений сложна для решения, поэтому попробуем оценить характерные времена разрядки конденсатора и возвращения пластины в исходное положение только лишь под действием силы упругости в отсутствие заряда.

Оценим время разрядки конденсатора:

$$\tau = RC(x_0) \ll \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Это означает, что конденсатор успевает полностью разрядиться через резистор быстрее, чем пластина успевает существенно сместиться. Таким образом, в резисторе выделяется только часть энергии, запасённая в конденсаторе, $Q = \frac{\varepsilon_0 S}{d - x_0} \frac{U^2}{2} = 2,2$ нДж,

а пластина на пружине после этого движется только под действием силы упругости.

Ответы:	20	21	22
	1,0	4,0	2,2

Максимум за задачу 6 баллов.

Максимальный балл за работу – 40.