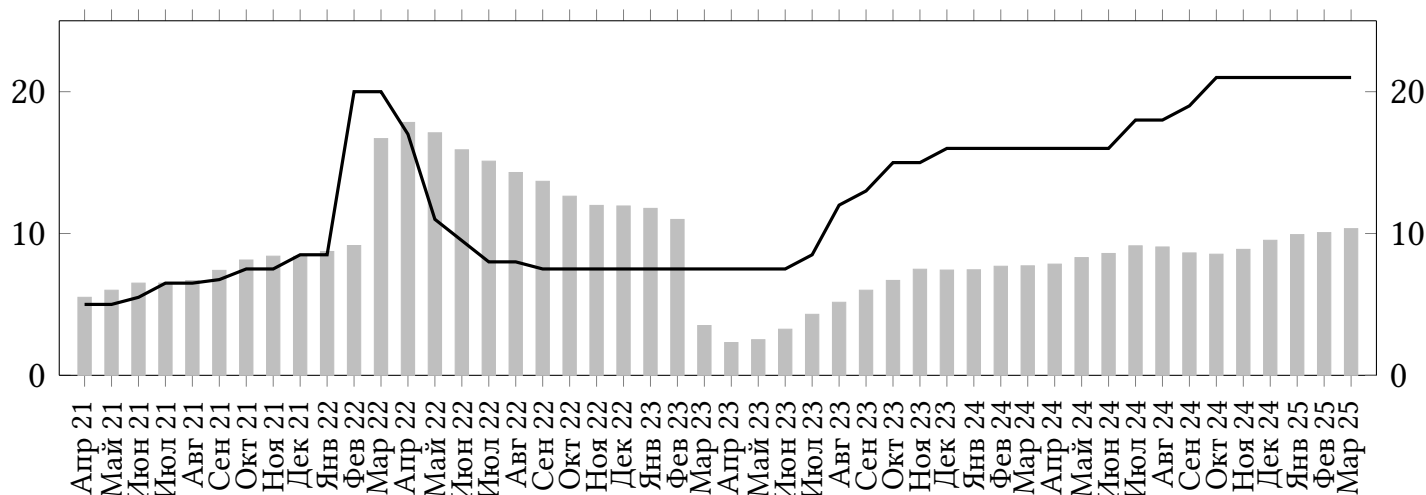


Второй тур

Задача 5. Канал издержек денежно-кредитной политики (12 баллов)

Сегодня, 25 апреля 2025 года (скорее всего, прямо в тот момент, когда вы пишете работу), проходит очередное заседание Совета директоров Банка России по ключевой ставке. После обеда будет объявлено решение, а пока рассмотрим график, показывающий значения инфляции в России *год к году* и ключевой ставки до текущего момента²:



Между инфляцией и ключевой ставкой на графике явно положительная корреляция. Одно из возможных объяснений — так называемый *канал издержек денежно-кредитной политики*, суть которого состоит в том, что ключевая ставка влияет на процентные платежи фирм по кредитам. По данным Банка России, медианное соотношение процентных расходов и себестоимости продаж российских компаний нефинансового сектора составляет около 1 %, среднее — около 3 %.

а) (2 балла) В соответствии с классическими трансмиссионными механизмами денежно-кредитной политики, повышение ключевой ставки должно снижать инфляцию, а не повышать. Объясните какой-либо из этих механизмов. Проиллюстрируйте его на графике AD-AS.

б) (2 балла) Покажите на новом графике AD-AS, как из-за действия канала издержек повышение ключевой ставки может приводить к инфляции.

в) (5 баллов) Исследования на данных показывают, что на самом деле эффект канала издержек довольно мал, а эффекты, описанные в классических трансмиссионных механизмах, его перевешивают. Приведите два аргумента, почему это может быть так. Если ваши аргументы работают только при каких-то существенных предпосылках или имеют другие ограничения (контраргументы), укажите их и объясните.

г) (2 балла) Если канал издержек в силу малости своего эффекта не может объяснить наблюдаемую положительную корреляцию между процентной ставкой и инфляцией, то что может? Приведите одно альтернативное объяснение.

д) (1 балл) На графике видно резкое снижение инфляции в марте 2023 г. (более чем в 3 раза по сравнению с февралем), хотя ставка тогда не менялась, а в экономике Рос-

²Источник: https://www.cbr.ru/hd_base/infl/

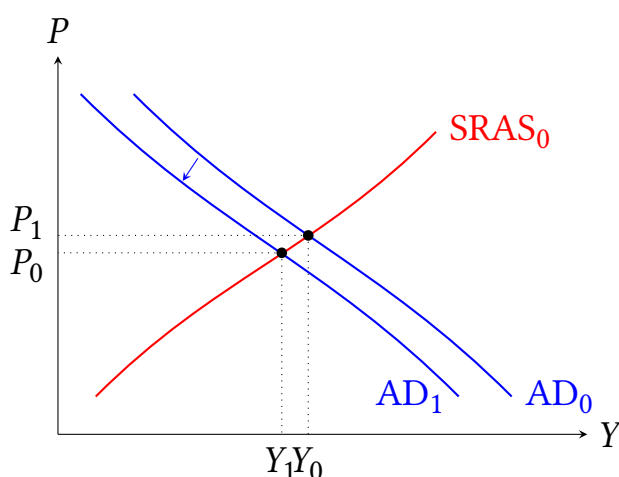
сии не происходило никаких событий, которые могли бы объяснить такое замедление роста цен. Объясните, почему мы видим резкое снижение инфляции на графике.

Решение

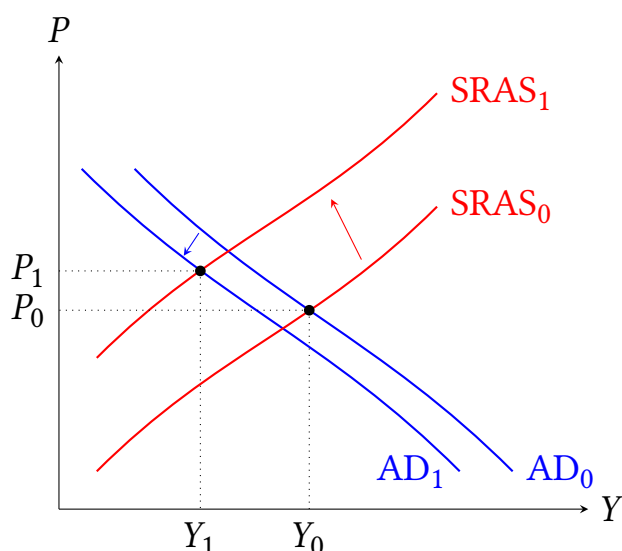
а) Согласно классическим трансмиссионным механизмам ДКП, повышение ключевой ставки снижает инфляцию через следующие каналы:

- **Стоимость заимствований.** Повышение ключевой ставки приводит к удорожанию заимствований как для бизнеса, так и для домохозяйств. Это снижает потребительские и инвестиционные расходы, что уменьшает совокупный спрос (AD) и, следовательно, замедляет рост цен.
- **Обменный курс.** Повышение ставки делает финансовые активы в национальной валюте более привлекательными для инвесторов, укрепляя курс рубля. Укрепление валюты снижает цены на импорт, что также способствует снижению инфляции.

На графике AD - AS это иллюстрируется сдвигом кривой AD вниз, что приводит к снижению уровня цен.



б) На графике AD - AS канал издержек можно отразить следующим образом: повышение ключевой ставки увеличивает процентные издержки компаний, что ведет к росту издержек и, как следствие, к сдвигу кривой совокупного предложения (AS) вверх. Если сдвиг AS сильнее, чем соответствующий сдвиг AD (см. пункт а)), то цены в равновесии вырастут.



в) Возможные причины:

- **Низкая доля процентных издержек (1–3 %).** Это означает, что даже значительное изменение ставки оказывает ограниченное влияние на издержки и цены.
 - **Контраргумент:** при росте ставок не только кредитование становится дороже, но и вложение в депозиты — выгоднее. По этой причине даже компании с низкими *явными* процентными расходами ощутят рост ставок через *неявные (альтернативные)* процентные издержки: выгоднее будет оставить деньги на депозите, чем инвестировать.
- **Наличие долгосрочных контрактов.** Многие компании финансируются по ранее заключенным договорам с фиксированной процентной ставкой (кредитным линиям), и рост ключевой ставки влияет на них с лагом или вовсе не влияет.
- **Ожидание снижения ставки.** Рост процентных ставок до пиковых значений обычно имеет относительно краткосрочный характер (до двух лет). Бизнес принимает решения на более длинном горизонте планирования, и если ожидается падение процентных ставок в будущем, он заложит это в NPV проектов, и NPV может остаться положительной, несмотря на краткосрочный рост ставок. В итоге фирмы не переключатся с вложений в производство на вложения в депозиты, и краткосрочный рост ставок слабо повлияет на совокупное предложение.

г) Другие две связанные причины, по которым мы наблюдаем положительную корреляцию — это «лаг денежно-кредитной политики» и «неожиданные шоки». На неожиданные шоки (например, неожиданное введение новой льготной ипотечной программы) приходится реагировать «в моменте», в то время как временной лаг ДКП приводит к отсроченному воздействию предпринятых мер. В результате в данных мы наблюдаем сначала неожиданное воздействие новых инфляционных факторов, а только потом отсроченный корректирующий эффект ДКП. Промежуток времени, в течение которого действуют новые (дез)инфляционные факторы и еще не проявляется эффект от изменения ДКП дает положительную корреляцию. Сейчас лаг воздействия мер ДКП около 6 месяцев

д) Показатель инфляции год к году отражает рост цен за последние 12 месяцев. Резкое снижение инфляции в марте 2023 года можно объяснить эффектом базы.

В марте 2022 года инфляция резко вырос уровень цен, из-за чего мы увидели всплеск инфляции. Поскольку инфляция рассчитывается как отношение уровня цен год к году, то цены марта 2023 года сравниваются с очень высоким уровнем цен марта 2022 года. Из-за этого мы видим резкое падение инфляции именно в марте 2023.

Схема проверки

а) 2 балла, из них:

- +1 верное описание любого официального канала трансмиссии денежно-кредитной политики: процентный, валютный, балансовый, кредитный и др.;
- +1 корректный график с подписанными осями.

б) 2 балла, из них:

- +1 сдвиг кривой (SR)AS на графике;
- +1 на графике также показан сдвиг AD вниз, результирующий эффект на цены — рост.

в) 5 баллов, из них по 2 балла за максимум 2 корректных аргумента (проверяются две первых), 1 балл — если хотя бы в одном из аргументов корректно указано ограничение/предпосылка/контраргумент.

г) 2 балла, из них:

- +1 объяснение реакции ставки на инфляцию, или инфляционные ожидания, или третий фактор;
- +1 сделана оговорка про лаг или снижение эффекта.

д) 1 балл за верное объяснение особенности подсчета инфляции на графике (формула «год к году»).

Задача 6. Буквально вертикальная интеграция (12 баллов)

Восхождение на Пик Ленина состоит из нескольких этапов. Сначала из базового лагеря нужно подняться в первый лагерь, а затем из первого во второй. Из второго лагеря можно предпринять попытку штурма вершины. Спортивные альпинисты проходят весь этот путь самостоятельно, транспортируя все необходимое снаряжение и продукты на себе. Однако менее профессиональные восходители могут воспользоваться услугами носильщиков, которые готовы за умеренную плату доставлять палатки и другое необходимое оборудование из лагеря в лагерь.

Спрос на услуги носильщиков, транспортирующих грузы из базового лагеря в первый, имеет вид: $q_1 = 110 - p_1$, где p_1 — цена транспортировки одного центнера грузов, q_1 — количество центнеров груза, транспортируемое из базового лагеря в первый. Спрос на услуги носильщиков, транспортирующих грузы из первого лагеря во второй, имеет вид: $q_2 = q_1 - p_2$. Предельные издержки транспортировки одного центнера грузов из базового лагеря в первый постоянны и равны 10. Предельные издержки транспортировки одного центнера грузов из первого лагеря во второй постоянны и равны 20. Считайте, что постоянные издержки транспортировки во всех случаях отсутствуют.

а) (6 баллов) Найдите объемы транспортировки грузов между каждой соседней парой лагерей для следующих ситуаций:

1. Рынки транспортировки грузов между любой соседней парой лагерей являются совершенно конкурентными.
2. Все носильщики, транспортирующие грузы из базового лагеря в первый, объединились в компанию «База»; все носильщики, транспортирующие грузы из первого лагеря во второй, объединились в компанию «Штурм». Каждая компания является монополистом на своём участке маршрута и максимизирует свою прибыль, не думая о другой компании. Сначала объем выбирает «База», затем «Штурм».
3. Все носильщики объединились и образовали вертикально интегрированный холдинг «Вершина». Компания максимизирует прибыль от транспортировки грузов между всеми лагерями.

б) (3 балла) Рассчитайте суммарное общественное благосостояние для каждой из трех ситуаций выше. В какой из этих ситуаций суммарное общественное благосостояние выше, чем в двух других?

в) (1 балл) Может ли государство увеличить благосостояние по сравнению с лучшей из трех ситуаций выше, вводя налоги или субсидии? Почему? Ответьте без расчетов, приведя содержательное экономическое объяснение.

г) (2 балла) Рассмотрим случай 2 из пункта а). Предположим, что вы владелец компании «База». Коллеги из компании «Штурм» предлагают вам организовать вертикально интегрированный холдинг «Вершина» и всю полученную холдингом прибыль делить поровну. Следует ли вам соглашаться? Если нет, то можете ли вы предложить пример такого дележа суммарной прибыли холдинга, чтобы в интеграции были заинтересованы и вы, и владельцы компании «Штурм»?

Решение

а) Рассмотрим три случая.

1. Совершенная конкуренция (СК):

На каждом рынке в совершенно конкурентном равновесии выполнено соотношение $p = MC$.

$$p_1 = 10 \implies q_1 = 110 - 10 = \boxed{100}, \quad p_2 = 20 \implies q_2 = q_1 - p_2 = 100 - 20 = \boxed{80}.$$

2. Две независимые монополии:

Заметим, что решение, принятое «Штурмом», никак не влияет на оптимальный выбор «Базы».

$$\pi_1 = (p_1 - MC_1)q_1 = (110 - q_1 - 10)q_1 = (100 - q_1)q_1$$

Это парабола ветвями вниз, ее максимум лежит в вершине:

$$q_1^* = \frac{100}{2} = \boxed{50}$$

«Штурм», обладая полной информацией, понимает, что $q_1 = 50$.

$$\pi_2 = (p_2 - MC_2)q_2 = (50 - q_2 - 20)q_2 = (30 - q_2)q_2$$

Это парабола ветвями вниз, ее максимум лежит в вершине:

$$q_2^* = \frac{30}{2} = \boxed{15}$$

3. Вертикально интегрированный холдинг:

Совместная прибыль имеет вид

$$\Pi = (100 - q_1)q_1 + (q_1 - q_2 - 20)q_2 = -q_2^2 + (q_1 - 20)q_2 + 100q_1 - q_1^2$$

При каждом фиксированном q_1 это парабола ветвями вниз относительно q_2 , ее максимум лежит в вершине, если она доступна, и в нуле в противном случае:

$$q_2^* = \begin{cases} 0, & q_1 \leq 20 \\ \frac{q_1 - 20}{2}, & q_1 \geq 20 \end{cases}$$

Можем подставить эту зависимость обратно в функцию прибыли и свести задачу оптимизации к максимизации функции одной переменной.

$$\Pi = \begin{cases} 100q_1 - q_1^2, & q_1 \leq 20 \\ \frac{(q_1 - 20)^2}{4} + 100q_1 - q_1^2, & q_1 \geq 20 \end{cases} = \begin{cases} 100q_1 - q_1^2, & q_1 \leq 20 \\ -\frac{3}{4}q_1^2 + 90q_1 + 100, & q_1 \geq 20 \end{cases}$$

На каждом из участков график этой функции — парабола ветвями вниз, а значит оптимум на каждом участке достигается в вершине соответствующей параболы, если она доступна, и на границе в противном случае.

На первом участке вершина недоступна, поэтому оптимум достигается при $q_1 = 20$. На втором участке вершина $q_1 = \frac{90}{6/4} = 60$ доступна. Значит, в силу непрерывности функции прибыли, оптимум всей функции достигается при $q_1^* = 60$ и $q_2^* = \frac{q_1^* - 20}{2} = 20$.

б) Заметим, что верны следующие соотношения:

$$CS_1 = \frac{q_1^2}{2}, \quad CS_2 = \frac{q_2^2}{2}, \quad SW = CS_1 + CS_2 + \Pi - S.$$

Здесь CS_i — излишек потребителя на i -ом рынке, Π — суммарная прибыль всех фирм на рынке, S — суммарный объем выданной государством субсидии (это число отрицательно в случае введения налога, а в данном пункте равно 0, поскольку государство не вмешивается в рынок), SW — общественное благосостояние.

Сценарий	q_1	q_2	CS_1	CS_2	Π	SW
1. СК	100	80	5 000	3 200	0	8 200
2. Монополии	50	15	1 250	112.5	2725	4 087,5
3. Холдинг	60	20	1 800	200	2800	4 800

Наибольшее SW из трёх сценариев даёт совершенная конкуренция.

в) Да, может. Первый рынок создаёт положительный внешний эффект — *экстерналию*: каждый дополнительный центнер, доставленный в первый лагерь, увеличивает потенциальный спрос на втором участке, но совершенно-конкурентные носильщики этого не учитывают. Субсидия от государства, введенная для носильщиков на первом рынке, увеличит объем положительной экстерналии и приведет к росту общественного благосостояния.

г) В сценарии 2:

$$\pi_{\text{База}} = 2\,500, \quad \pi_{\text{Штурм}} = 225.$$

После интеграции (сценарий 3) общая прибыль $\Pi = 2\,800$. Равный делёж (1 400 : 1 400) ухудшает положение «Базы» ($1\,400 < 2\,500$), поэтому *соглашаться невыгодно*.

Для взаимной выгоды необходимо

$$\pi_{\text{База}} \geq 2\,500, \quad \pi_{\text{Штурм}} \geq 225, \quad \pi_{\text{База}} + \pi_{\text{Штурм}} = 2\,800.$$

Любое распределение, например

$$\pi_{\text{База}} = 2\,525, \quad \pi_{\text{Штурм}} = 275.$$

даёт обеим компаниям положительный прирост в прибыли и делает интеграцию привлекательной.

Схема проверки

За каждую арифметическую ошибку снимается от 1 балла в зависимости от ее серьезности и влияния на дальнейшее решение. За нерассмотрение достаточных условий оптимизации баллы не снимаются.

а)

К1 Совершенная конкуренция: $q_1 = 100$ — 1 балл.К2 Совершенная конкуренция: $q_2 = 80$ — 1 балл.К3 Две независимые монополии: $q_1 = 50$ — 1 балл.К4 Две независимые монополии: $q_2 = 15$ — 1 балл.К5 Интегрированный холдинг: $q_1 = 60$ — 1 балл.К6 Интегрированный холдинг: $q_2 = 20$ — 1 балл.

б)

К7 Указание на формулу $SW = CS_1 + CS_2 + \Pi$ для расчета общественного благосостояния — 1 балл.К8 Верные значения $SW = \{8200; 4087,5; 4800\}$ для трёх сценариев — 1 балл.К9 Правильно выбран лучший сценарий (наибольшее SW при совершенной конкуренции) — 1 балл.

в)

К10 Содержательное объяснение без расчетов о том, что субсидия на первом рынке может повысить SW благодаря положительной экстерналии — 1 балл.

г)

К11 Показано, что равный делёж $1400 : 1400$ невыгоден «Базе» ($1400 < 2500$) — 1 балл.К12 Предложен конкретный пример распределения прибыли, выгодный обеим фирмам (например, $2525 : 275$) — 1 балл.

Задача 7. Неравенство: внутри и между (12 баллов)

Экономисты интересуются вопросом неравенства доходов не только внутри одной страны, но и между странами. В 2024 г. Нобелевская премия по экономике как раз была присуждена за исследование причин неравенства между странами. Исследования показывают, что за последние 45 лет неравенство доходов внутри стран в среднем увеличилось, но неравенство между странами снизилось.

Представим себе две страны (первую и вторую), в которых есть по две группы населения, в каждой из которых доход распределен равномерно. Обозначим за x_i долю более бедной группы в населении страны i , за a_i — среднедушевой доход бедных в стране i , за b_i — среднедушевой доход богатых в стране i ($b_i \geq a_i \geq 0$, причем суммарный доход каждой страны положителен). Численность населения в двух странах одинакова.

Определим *средний внутристрановой коэффициент Джини* $G_{\text{внутри}}$ как среднее арифметическое коэффициентов Джини в двух странах. Определим *межстрановой коэффициент Джини* $G_{\text{между}}$ как коэффициент Джини, отражающий неравенство доходов в гипотетическом мире, в котором есть две страны с таким же населением и суммарным доходом в каждой из стран, но в котором доход внутри стран распределен равномерно. Наконец, пусть $G_{\text{мира}}$ — коэффициент Джини, отражающий полное неравенство доходов между всеми жителями двух стран.

а) (4 балла) Найдите $G_{\text{внутри}}$, $G_{\text{между}}$ и $G_{\text{мира}}$, если $x_1 = x_2 = 0,5$, $a_1 = 10$, $b_1 = 40$, $a_2 = 20$, $b_2 = 130$.

б) (8 баллов) Теперь допустим, что $x_1 = x_2 = 0,8$. Значения среднедушевых доходов a_i , b_i неизвестны. Найдите максимально возможное и минимально возможное значения $G_{\text{мира}}$, если $G_{\text{внутри}} = 0,2$, $G_{\text{между}} = 0,3$.

Решение

а) Пусть N — население каждой из стран.

Рассчитаем y_1 и y_2 — доли доходов бедных в суммарном доходе каждой из стран.

$$y_1 = \frac{10 \cdot 0,5N}{10 \cdot 0,5N + 40 \cdot 0,5N} = 0,2.$$

$$y_2 = \frac{20 \cdot 0,5N}{20 \cdot 0,5N + 130 \cdot 0,5N} = \frac{2}{15}.$$

Значит, коэффициенты Джини в двух странах равны $G_1 = x_1 - y_1 = 0,5 - 0,2 = 0,3$, $G_2 = x_2 - y_2 = 0,5 - 2/15 = 11/30$.

Следовательно, средний внутристрановой коэффициент Джини равен

$$G_{\text{внутри}} = \frac{G_1 + G_2}{2} = \frac{\frac{3}{10} + \frac{11}{30}}{2} = \frac{1}{3}.$$

Среднедушевой доход ниже в стране 1, чем в стране 2 ($0,5 \cdot 10 + 0,5 \cdot 40 < 0,5 \cdot 20 + 0,5 \cdot 130$), значит, страна 1 — более бедная «группа населения» в мире.

Доля страны 1 в мировом доходе составляет

$$\frac{10 \cdot 0,5N + 40 \cdot 0,5N}{10 \cdot 0,5N + 40 \cdot 0,5N + 20 \cdot 0,5N + 130 \cdot 0,5N} = \frac{50}{50 + 150} = 0,25.$$

Ее доля в мировом населении равна 0,5. Значит, межстрановой коэффициент Джини равен

$$G_{\text{между}} = 0,5 - 0,25 = 0,25.$$

Наконец, чтобы посчитать мировой коэффициент Джини, построим мировую кривую Лоренца. Она представляет из себя ломаную линию, соединяющую точки $(0; 0)$, $(0,25; 0,05)$, $(0,5; 0,15)$, $(0,75; 0,35)$, $(1; 1)$.

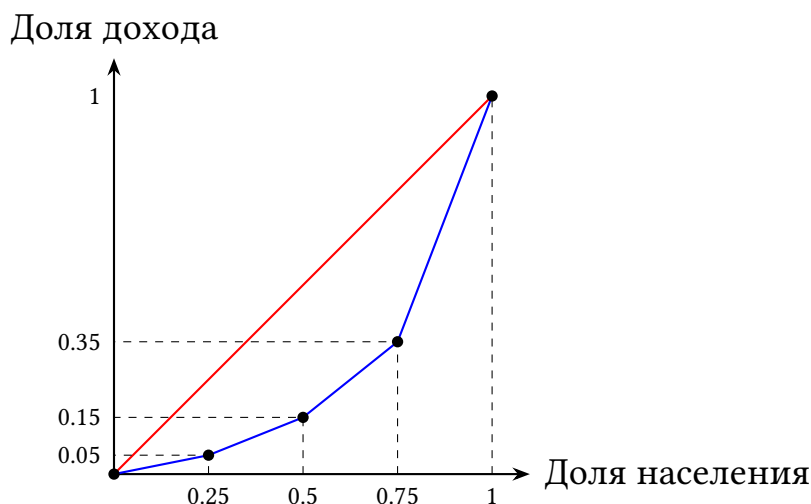


Рис. 7.1: Мировая кривая Лоренца для п. а).

Отсюда находим, что площадь под ней равна $S = 0,2625$, а общемировой коэффициент Джини равен

$$G_{\text{мира}} = \frac{1/2 - S}{1/2} = 1 - 2S = 0,475.$$

Ответ: $G_{\text{внутри}} = 1/3$, $G_{\text{между}} = 1/4$, $G_{\text{мира}} = 0,475$.

б) Определим, как взаимно расположены среднедушевые доходы a_1 , a_2 , b_1 , b_2 .

Пусть Y_i — суммарный доход страны i . Не нарушая общности, можно считать, что $Y_1 \leq Y_2$. Тогда

$$G_{\text{между}} = 0,5 - \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2} = 0,3,$$

откуда $Y_2/Y_1 = 4$.

Пусть y_i — доля дохода бедных в каждой стране в ее общем доходе. Тогда

$$G_{\text{внутри}} = \frac{1}{2}(x_1 - y_1 + x_2 - y_2) = \frac{1}{2}(1,6 - y_1 - y_2) = 0,2,$$

откуда

$$y_1 + y_2 = 1,2.$$

Имеем $b_1 = \frac{(1-y_1)Y_1}{(1-x_1)N}$, $a_2 = \frac{y_2 Y_2}{x_2 N}$. Покажем, что из имеющихся данных следует, что $b_1 < a_2$. Действительно,

$$b_1 < a_2 \Leftrightarrow \frac{(1-y_1)Y_1}{(1-x_1)N} < \frac{y_2 Y_2}{x_2 N} \Leftrightarrow 1-y_1 < y_2 \frac{Y_2}{Y_1} \frac{1-x_1}{x_2} \Leftrightarrow 1-y_1 < y_2 \cdot 4 \cdot 0,2/0,8 \Leftrightarrow y_1 + y_2 > 1,$$

но последнее верно в силу $y_1 + y_2 = 1,2$. Значит, $b_1 < a_2$, откуда

$$a_1 \leq b_1 < a_2 \leq b_2.$$

Отсюда получаем, что кривая Лоренца мира соединяет точки $(0; 0)$, $(0,4; 0,2y_1)$, $(0,5; 0,2)$, $(0,9; 0,2 + 0,8y_2)$, $(1; 1)$.

Удвоенная площадь под ней равна $2S = 0,1y_1 + 0,4y_2 + 0,3$, а коэффициент Джини $G_{\text{мира}} = 1 - 2S = 0,7 - 0,1y_1 - 0,4y_2$. Нам нужно максимизировать и минимизировать значение выражения $0,7 - 0,1y_1 - 0,4y_2$ при ограничениях $y_i \geq 0$, $y_i \leq 0,8$ (из-за неотрицательности коэффициентов Джини в двух странах), и $y_1 + y_2 = 1,2$. Выражаем $y_2 = 1,2 - y_1$, откуда

$$G_{\text{мира}} = 0,7 - 0,1y_1 - 0,4(1,2 - y_1) = 0,22 + 0,3y_1.$$

y_1 принимает значения от 0,4 (в силу $y_2 = 1,2 - y_1 \leq 0,8$) до 0,8. Для минимизации $G_{\text{мира}}$ нужно взять $y_1 = 0,4$, для максимизации $y_1 = 0,8$.

Значит,

$$\min G_{\text{мира}} = 0,22 + 0,3 \cdot 0,4 = 0,34; \quad \max G_{\text{мира}} = 0,22 + 0,3 \cdot 0,8 = 0,46.$$

Ответ: минимальное значение $G_{\text{мира}}$ равно 0,34, максимальное — 0,46.

Схема проверки

За каждую арифметическую ошибку снижался 1 балл. Если по какому-либо критерию дается больше 1 балла, то эти баллы неделимы. Например, по критерию К5 нельзя получить 1 или 2 балла, только 0 или 3.

а) Всего за пункт 4 балла, из них:

К1 Нахождение $G_{\text{внутри}}$ — 1 балл.

К2 Нахождение $G_{\text{между}}$ — 1 балл.

К3 Нахождение точек излома мировой кривой Лоренца — 1 балл.

К4 Нахождение $G_{\text{мира}}$ — 1 балл.

б) Всего за пункт 8 баллов, из них:

К5 Доказательство того, что $b_1 < a_2$ — 3 балла.

К6 Нахождение точек излома мировой кривой Лоренца в зависимости от y_i (или a_i , b_i) для верного случая $b_1 < a_2$ — 1 балл.

К7 Нахождение верного минимального значения $G_{\text{мира}}$ с обоснованием — 2 балла.

К8 Нахождение верного максимального значения $G_{\text{мира}}$ с обоснованием — 2 балла.

Задача 8. Оптимальная субсидия на основе данных (12 баллов)

В жизни экономистам зачастую неизвестны функции спроса, предложения, полезности — всё то, что обычно дано в задачах по экономике. Для анализа рынков в реальности используются данные о ценах, объемах, числе фирм, характеристиках товаров и т. д. Здесь мы рассмотрим, как можно (и можно ли) извлечь информацию об оптимальной экономической политике непосредственно из данных о ценах и объемах.

Рассмотрим монополиста, средние издержки производства которого постоянны и равны c , а обратная функция спроса на товар описывается уравнением $P = a - bQ$, где $a > c > 0$, $b > 0$. Государство хотело бы выплачивать фирме потоварную субсидию за каждую проданную единицу товара так, чтобы выпуск фирмы вырос до уровня, соответствующего рынку совершенной конкуренции с таким же спросом и такими же издержками. Обозначим необходимую для этого ставку субсидии за s^* .

а) (2 балла) Найдите s^* как функцию от параметров a , b и c .

б) (4 балла) Государство знает вид функций спроса и издержек, но не знает значений параметров a , b , c . Вместо этого оно наблюдает изначальный объем на рынке Q_0 (когда субсидии нет). Кроме того, в каждом следующем периоде $t = 1, 2, \dots$ оно вводит субсидию по известной ему ставке $s_t > 0$ и наблюдает рыночный объем выпуска Q_t . Цены государство не наблюдает. Верно ли, что в конце некоего периода $t = 0, 1, 2, \dots$ у государства накопится достаточно данных, чтобы однозначно определить s^* ? Если да, то найдите минимальное $t \geq 0$, при котором это так (обозначьте его за t^*), и приведите формулу, по которой государство может определить s^* как функцию от величин, известных в конце периода $t = t^*$. Считайте, что ситуация, при которой выпуск фирмы равен максимальному уровню $Q_{\max} = a/b$, заведомо не возникает. Кроме того, фирма максимизирует прибыль в каждом периоде стандартным образом и не пытается, выбирая объем выпуска, стратегически повлиять на будущие ставки субсидии.

в) (4 балла) Решите пункт б), если вместо объемов государство наблюдает цены, уплачиваемые потребителями: $P_0, P_1, \dots$

г) (2 балла) Решите пункт б), если государство в каждый период времени наблюдает и объемы выпуска, и цены.

Решение

а) Монопольный выпуск при наличии субсидии s равен $Q(s) = (a - c + s)/(2b)$, а цена равна $P(s) = (a + c - s)/2$, поэтому чтобы получить $P(s) = c$, надо установить субсидию $s^* = a - c$.

б) Наблюдая рынок при $t = 0$ (без субсидии, т.е. $s_0 = 0$) и при $t = 1$ (с субсидией s_1), можно составить систему уравнений $Q_0 = (a - c)/(2b)$, $Q_1 = (a - c + s_1)/(2b)$. Разделив одно уравнение на другое, мы можем вычислить оптимальную субсидию:

$$s^* = a - c = s_1 \frac{Q_0}{Q_1 - Q_0}.$$

При этом данных только нулевого периода не хватит. Действительно, зная только значение $Q_0 = (a - c)/(2b)$, нельзя определить, чему равно $a - c$.

Следовательно, $t^* = 1$.

Также доказать невозможность нахождения s^* при $t = 0$ можно через контрпример (для разных параметров и разной оптимальной субсидии будут одинаковые выпуски и цены). Например,

$$\begin{aligned} P &= 10 - Q, & c &= 6, & P^* &= 8, & Q^* &= 2, & s^* &= 4. \\ P &= 12 - Q, & c &= 4, & P^* &= 8, & Q^* &= 2, & s^* &= 8. \end{aligned}$$

в) Наблюдая рынок при $t = 0$, получаем уравнение $(a + c)/2 = P_0$. Из него нельзя найти $a - c$. Далее, наблюдая рынок при любой субсидии s , мы видим цену $P_0 - s/2$, которую и так можем вычислить, т.е. новые наблюдения не дают новой информации. Так мы никогда и не узнаем величины $s^* = a - c$, сколько бы ни наблюдали.

г) Наблюдая рынок только при $t = 0$, мы получаем систему уравнений $(a - c)/(2b) = Q_0$, $(a + c)/2 = P_0$. Этих данных недостаточно, чтобы определить $s^* = a - c$. Действительно, если, например, увеличить a и уменьшить c на одну и ту же малую величину x , а затем изменить параметр b так, чтобы $(a - c)/(2b) = Q_0$ оставалось в силе, то останутся в силе оба уравнения $(a - c)/(2b) = Q_0$, $(a + c)/2 = P_0$, но оптимальная ставка s^* будет другой (увеличится на $2x$).

Так что придётся установить субсидию s_1 в $t = 1$ и наблюдать P_1 и Q_1 . По доказанному в пункте б), только данных об объемах за 2 периода уже будет достаточно. Значит $t^* = 1$.

Схема проверки

а) Всего за пункт 2 балла, из них:

- К1 Нахождение оптимальных цен $P(s)$ или объёмов $Q(s)$ в монополии при введении субсидии $s \rightarrow 1$ балл
- К2 Нахождение оптимальной субсидии $s^* \rightarrow 1$ балл
- К3 Если в пункте а) ошибочно найдено s^* (в т.ч. при рассмотрении процентной субсидии), но идейно задача не меняется, то за пункты б), в), г) дается половина баллов
- К4 Если решается идейно другая задача (например, субсидия в совершенной конкуренции, позволяющая получить прибыль, как в монополии), то баллы за пункты б), в), г) не ставятся.

б) Всего за пункт 4 балла, из них:

- К5 Выписывание корректной системы уравнений для Q_0 и $Q_1 \rightarrow 1$ балл
- К6 Решение системы уравнений, нахождение оптимальной субсидии $s^* = \frac{s_1 Q_0}{Q_1 - Q_0}$ и $t^* = 1 \rightarrow 2$ балла
- К7 Обоснование того, что наблюдения Q_0 недостаточно для определения $s^* \rightarrow 1$ балл
- К8 Если не учитывается известная информация о Q_0 в периоде $t = 0$ и рассматриваются только периоды $t = 1, 2 \rightarrow$ штраф 1 балл

в) Всего за пункт 4 балла, из них:

- К9 Обоснование того, что наблюдения P_0 недостаточно для определения $s^* \rightarrow 1$ балл
- К10 Обоснование того, что новые наблюдения P_t при $t > 0$ не дают новой информации $\rightarrow 3$ балла

г) Всего за пункт 2 балла, из них:

- K11 Упоминание того, что наблюдений P_0 и Q_0 недостаточно для определения $s^* \rightarrow 1$ балл
- K12 Корректное обоснование того, что наблюдений P_0 и Q_0 недостаточно для определения $s^* \rightarrow 1$ балл
- K13 Отсутствие рассмотрения случая $t = 0$ (в том числе, ссылки на аналогичность пунктам б) или в)) не даёт баллов в пункте г).