

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2023–2024 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 9 КЛАСС

1. Мотоциклист Вася запланировал поездку из пункта А в пункт Б с постоянной скоростью. Первую половину пути он проехал со скоростью v_1 — на 15 % меньшей, чем хотел. Затем он увеличил скорость до v_2 и приехал в пункт Б точно в тот момент, в какой и планировал. Найдите v_2/v_1 .

2. В пиццерии в каждую пиццу обязательно кладут помидоры и моцареллу. При заказе пиццы надо выбрать одну или несколько начинок: ветчину, грибы, салями или курицу. Также надо выбрать размер пиццы — 25, 30, 35 или 40 сантиметров. Сколько вариантов пиццы можно заказать в пиццерии?

Пиццы считаются разными, если они имеют разные размеры или различаются хотя бы одним видом начинки.

3. Рассмотрим 450 чисел, состоящих из одних девяток:

$$9, 99, 999, \dots, \underbrace{999\dots9}_{450}.$$

Сколько единиц в десятичной записи суммы этих 450 чисел?

4. Петя задумал составное натуральное число N , меньшее 1000. Он выписал на доску все натуральные делители N , не равные 1. Оказалось, что два наименьших числа на доске различаются на 39.

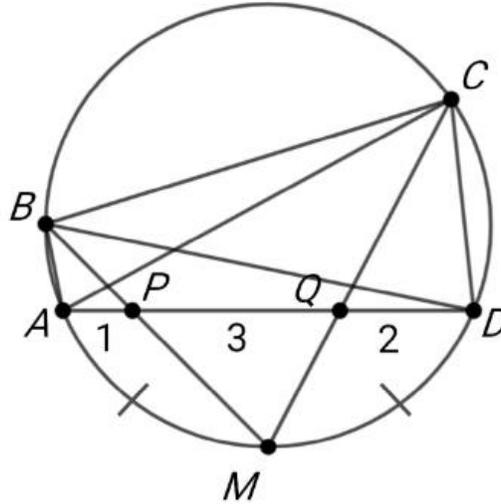
Чему может быть равно N ?

Укажите все возможные варианты.

5. В выпуклом n -угольнике каждый угол составляет целое число градусов. Известно, что два угла этого n -угольника равны 63° и 97° . Какое наибольшее значение может принимать n ?

6. Действительное число a таково, что уравнение $ax^2 + (a + 10)x - 10 - 2a = 0$ имеет два действительных корня, отличающихся в 3 раза. Чему может быть равно a ? Укажите все возможные варианты.

7. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность Ω . Точка M — середина дуги AD окружности Ω , не содержащей точек B и C . Отрезки BM и CM пересекают отрезок AD в точках P и Q соответственно.



Известно, что $AP : PQ : QD = 1 : 3 : 2$.

Вычислите значение выражения:

$$\frac{AC \cdot BD}{AB \cdot CD}$$

8. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды собралось несколько жителей острова, и каждый из них произнёс по одной фразе:

- Один сказал: «Среди нас не более 9 рыцарей».
- Двое сказали: «Среди нас не более 8 рыцарей».
- Трое сказали: «Среди нас не более 7 рыцарей».
- ...
- Девять человек сказали: «Среди нас не более 1 рыцаря».
- А все остальные сказали: «Среди нас не более 10 рыцарей».

Сколько человек могло сказать последнюю фразу? Укажите все возможные варианты.