

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЭКОНОМИКА. 2023–2024 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 9 КЛАСС
ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Максимальный балл за работу – 100.

Тестовые задания

1. Пусть производственная функция компании зависит только от одного фактора производства, а именно – труда. В каком из случаев у компании возрастающая отдача от масштаба?

- увеличение количества работников в 2 раза приводит к увеличению выпуска в 1,5 раза
- увеличение количества работников в 2 раза приводит к уменьшению выпуска в 1,5 раза
- **увеличение количества работников в 2 раза приводит к увеличению выпуска в 2,5 раза**
- увеличение количества работников в 2 раза приводит к уменьшению выпуска в 2,5 раза

За верный ответ – 4 балла.

2. Часть товаров импортируется в Россию из Индии, где национальной валютой считается индийская рупия. Поставщики из Индии несут издержки в рупиях, покупатели в России получают свой доход в рублях. Предположим, что рубль ослаб относительно индийской рупии, а цена в России в рублях на товары из Индии осталась неизменной.

Даны два утверждения относительно данной ситуации:

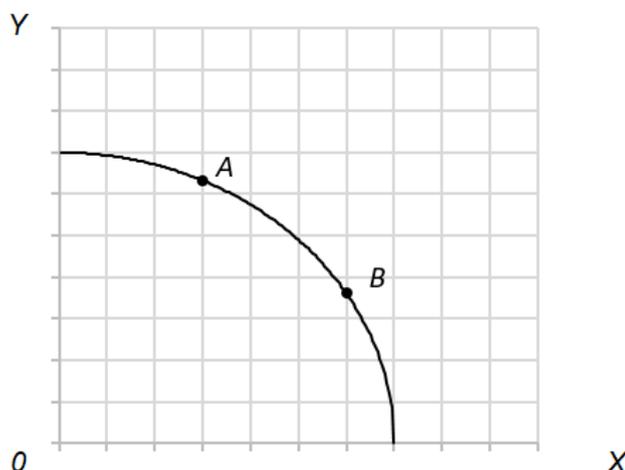
1. Поставщики из Индии выиграют от ослабления рубля.
2. Благосостояние покупателей из России не изменится от ослабления рубля при прочих равных.

Какие из утверждений являются верными?

- оба верны
- верно только первое
- **верно только второе**
- оба неверны

За верный ответ – 4 балла.

3. На графике ниже представлена кривая производственных возможностей фабрики F , выпускающей всего два типа роботов – модели X и Y .



Какое из нижеперечисленных событий **безусловно** привело бы к переносу производственного решения фабрики F из точки A в точку B ?

- выросла цена и модели X , и модели Y
- снизилась цена и модели X , и модели Y
- **цена модели X выросла, а цена модели Y – снизилась**
- цена модели X снизилась, а цена модели Y – выросла

Комментарий: условием переноса производственного решения будет изменение относительных цен в пользу робота X (выпуск роботов Y в точке B снижается, а выпуск роботов X – увеличивается). Это однозначно происходит в условии пункта c), в пункте d) происходит ровно обратное, а пункты a) и b) подразумевают любой сценарий.

За верный ответ – 4 балла.

4. Предположим, что в стране A на рынке кофейных напитков произошло два события: подорожали зёрна, из которых производят напитки, и вырос спрос на кофейные напитки. В рамках модели спроса и предложения эти события привели к

- **увеличению цены, а равновесное количество могло как вырасти, так и упасть**
- снижению цены, а равновесное количество могло как вырасти, так и упасть
- увеличению цены, росту равновесного количества
- снижению цены, уменьшению равновесного количества

За верный ответ – 4 балла.

5. Если цена на горох выросла на 10 %, а величина спроса при этом сократилась на 5 %, то можно сказать, что при таких ценовых изменениях спрос на горох

- неэластичный
- эластичный
- абсолютно неэластичный
- с единичной эластичностью

За верный ответ – 4 балла.

Максимальная оценка за тестовые задания – 20 баллов.

Задания с кратким ответом

6. В стране F спортивные футболки производят две фирмы N и R , каждая из которых работает как будто на рынке совершенной конкуренции. При цене футболки P фирма N готова поставить на рынок количество футболок, равное $2P - 600$, а фирма R – количество футболок, равное $3P - 1200$. Определите, какой процент рынка занимает фирма N в равновесии, если функция спроса на спортивные футболки в стране F описывается уравнением $Q = 10000 - 3P$, где P обозначает цену спортивной футболки, а Q – величину спроса на них. Ответ округлите до целого числа процентов.

Ответ: 42.

Решение:

Совокупное предложение на рынке будет задаваться на разных участках:

$$Q^s = (2P - 600) + (3P - 1200) = 5P - 1800, \text{ если } P \geq 400$$

$$Q^s = 2P - 600, \text{ если } 300 \leq P < 400$$

$$Q^s = 0, \text{ если } P < 300$$

Найдём равновесную цену на разных участках:

$$10\,000 - 3P = 2P - 600$$

$$5P = 10600 \rightarrow P = 2120 > 400$$

Значит, на этом участке равновесия нет.

$$10\,000 - 3P = 5P - 1800$$

$$8P = 11800 \rightarrow P = 1475 > 400$$

Значит, равновесие именно на этом участке.

Фирма N при такой цене продаст $2 \cdot 1475 - 600 = 2350$ футболок, а всего будет продано $10000 - 3 \cdot 1475 = 5575$ футболок. Тогда доля фирмы N на рынке будет равна:

$$\frac{2350}{5575} \approx 42 \%$$

За верный ответ – 8 баллов.

7. Исследование рынка труда в стране W показало, что связь среднего годового дохода отдельно взятого занятого гражданина можно описать функцией

$$S = -(a - 50)^2 + 52\,500,$$

где S – средняя годовая заработная плата в долларах, a – возраст работника от 18 до 60 лет. При этом если работник до выхода на рынок труда получал высшее образование, эта зависимость выглядит как

$$S = -\frac{a^2}{x+1} + 100a - 100x + 50\,000,$$

где x – количество лет, которые работник потратил на получение высшего образования (надо понимать, что пока работник получает образование, он не может работать и получать опыт).

Определите, какое наибольшее число полных лет нужно потратить на получение образования работнику, чтобы начиная ровно с 27 лет его доход в каждом году превышал его аналогичный доход при отсутствии образования.

Ответ: 6.

Решение: определим условия, при которых средний годовой доход при наличии образования будет строго выше, чем доход при отсутствии образования:

$$\begin{aligned} -\frac{a^2}{x+1} + 100a - 100x + 50\,000 &> -(a - 50)^2 + 52\,500 \\ -\frac{a^2}{x+1} + 100a - 150x + 50\,000 &> -a^2 + 100a - 2\,500 + 52\,500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{a^2}{x+1} - 100x &> -a^2 \\ -a^2 - 100x^2 - 100x &> -a^2x - a^2 \\ a^2x - 100x^2 - 100x &> 0 \\ x(a^2 - 100x - 100) &> 0 \rightarrow a^2 > 100(x+1) \end{aligned}$$

Это выражение должно выполняться для любого a от 27 до 60. Необходимым и достаточным условие будет его выполнение для наименьшего a из диапазона:

$$\begin{aligned} 27^2 > 100(x+1) &\rightarrow (x+1) < \frac{729}{100} = 7,29 \\ x < 6,29 \end{aligned}$$

Наибольшее целое x , удовлетворяющее условию, это 6.

За верный ответ – 8 баллов.

8. В странах X и Y занятое население представлено высококвалифицированными специалистами и низкоквалифицированными работниками. В стране X высококвалифицированные специалисты составляют 10 %, а в стране Y – 20 % от всего занятого населения. Ставки заработной платы в обеих странах равны, как и общая численность занятого населения.

В результате положительных макроэкономических изменений в страну X прибыли высококвалифицированные специалисты из других стран, и их численность удвоилась. В стране Y в это время часть низкоквалифицированных работников смогли улучшить свои навыки и перейти в категорию

высококвалифицированных, так что доля последних в занятом населении выросла до 25 % (общее число занятых не изменилось). Значения ставок заработных плат в этих странах в каждой из категорий при этом сохранились на прежнем уровне.

Определите, во сколько раз ставка заработной платы высококвалифицированного специалиста превышает ставку заработной платы низкоквалифицированного работника, если после указанных событий средняя ставка заработной платы в стране X стала ниже средней ставки в стране Y на 20 %.

Ответ: 12.

Решение: обозначим ставку заработной платы высококвалифицированного специалиста за a , ставку заработной платы низкоквалифицированного работника за b , а общую численность населения в стране X или Y за N .

Средняя ставка заработной платы в стране X равна

$$w_x = \frac{10\% \cdot N \cdot a + 90\% \cdot N \cdot b}{N} = 0,1a + 0,9b$$

Средняя ставка заработной платы в стране Y равна

$$w_y = \frac{20\% \cdot N \cdot a + 80\% \cdot N \cdot b}{N} = 0,2a + 0,8b$$

После макроэкономических изменений в страну X прибыло $0,1N$ высококвалифицированных специалистов (из условия, что их численность удвоилась). Средняя ставка заработной платы составила

$$w'_x = \frac{20\% \cdot N \cdot a + 90\% \cdot N \cdot b}{1,1N} = \frac{0,2a + 0,9b}{1,1}$$

Средняя ставка заработной платы в стране Y в то же время составит

$$w'_y = \frac{25\% \cdot N \cdot a + 75\% \cdot N \cdot b}{N} = 0,25a + 0,75b$$

Выразим a через b из условия соотношения ставок:

$$0,2a + 0,9b = (0,25a + 0,75b) \cdot 1,1 \cdot 0,8$$

$$0,8a + 3,6b = (a + 3b) \cdot 1,1 \cdot 0,8$$

$$4a + 18b = (a + 3b) \cdot 1,1 \cdot 4$$

$$4a + 18b = 4,4a + 13,2b \rightarrow a = \frac{4,8}{0,4}b = 12$$

За верный ответ – 8 баллов.

9. Фирма «Красная Шапочка и партнёры» плетёт корзинки и печёт вкусные пирожки. На рынке корзинок, который является совершенно конкурентным, сложилась цена в 56 рублей за одну корзинку. Рынок вкусных пирожков целиком принадлежит фирме «Красная Шапочка и партнёры», а функция спроса на нём имеет вид $Q = 96 - 3P$, где P – цена одного вкусного пирожка в рублях, а Q – величина спроса на вкусные пирожки за неделю. Фирма имеет один ограниченный фактор производства – труд, объём которого равен 80 человеко-часам в неделю. На то, чтобы сплести одну корзинку, уходит 4

человеко-часа, а на то, чтобы испечь партию из 8 пирожков, уходит 8 человеко-часов. Определите, чему равна наибольшая выручка в рублях фирмы «Красная Шапочка и партнёры» за неделю, если корзинки могут быть только целыми, а пирожки можно печь только целыми партиями.

Ответ: 1360.

Решение: проанализируем функцию выручки от продажи пирожков:

$$TR = (96 - 3P) \cdot P$$

Выражение выше представляет собой квадратичную функцию с ветвями вниз, наибольшее значение достигается в точке

$$P^* = \frac{-96}{2 \cdot (-3)} = 16$$

Равновесный объём пирожков при этом равен $96 - 3 \cdot 16 = 48$, что соответствует 6 партиям. Соответственно, производить более 6 партий пирожков нецелесообразно.

Альтернативные предельные издержки на производство одной партии пирожков постоянны и равны двум корзинкам, что эквивалентно 112 рублям (столько выручки недополучает фирма, если производит очередную партию пирожков вместо корзинок). Предельная выручка от производства следующей партии пирожков составляет:

$$MR = TR_{Q+8} - TR_Q = \frac{96 - (Q + 8)}{3} \cdot (Q + 8) - \frac{96 - Q}{3} \cdot Q$$
$$MR = \frac{96Q + 96 \cdot 8 - (Q^2 + 16Q + 64) - 96Q + Q^2}{3} = \frac{704 - 16Q}{3}$$

Определим, в какой момент она достигает 112 рублей:

$$\frac{704 - 16Q}{3} = 112 \rightarrow Q = \frac{704 - 112 \cdot 3}{16} = 23$$

Исходя из того, что предельная выручка убывает по выпуску, производить 32 пирожка уже является неоптимальным решением – вместо этого выгоднее произвести 24 пирожка и на 2 корзинки больше. С учетом кратности 8 это и есть оптимум фирмы по пирожкам.

После производства 24 пирожков (3 партий) у фирмы останется $80 - 3 \cdot 8 = 56$ человеко-часов, что позволит сплести 14 корзинок. Итоговая выручка фирмы составит

$$TR = 24 \cdot \frac{96 - 24}{3} + 14 \cdot 56 = 576 + 784 = 1360$$

Рассуждения можно было провести и простым перебором «вниз» от 6 партий пирожков:

Выручка от 6 партий пирожков (48 человеко-часов на пирожки, $80 - 48 = 32$ на корзинки, то есть будет $32 : 4 = 8$ корзинок):

$$TR = 48 \cdot \frac{96 - 48}{3} + 8 \cdot 56 = 768 + 448 = 1216$$

Выручка от 5 партий пирожков (40 человеко-часов на пирожки, $80 - 40 = 40$ на корзинки, то есть будет $40 : 4 = 10$ корзинок):

$$TR = 40 \cdot \frac{96 - 40}{3} + 10 \cdot 56 = 746,7 + 560 = 1306,7$$

Выручка от 4 партий пирожков (32 человеко-часа на пирожки, $80 - 32 = 48$ на корзинки, то есть будет $48/4 = 12$ корзинок):

$$TR = 32 \cdot \frac{96 - 32}{3} + 12 \cdot 56 = 682,3 + 672 = 1344,3$$

После производства 24 пирожков (3 партии) у фирмы останется $80 - 3 \cdot 8 = 56$ человеко-часов, что позволит сплести 14 корзинок. Итоговая выручка фирмы составит

$$TR = 24 \cdot \frac{96 - 24}{3} + 14 \cdot 56 = 576 + 784 = 1360$$

Выручка от 2 партий пирожков (16 человеко-часов на пирожки, $80 - 16 = 64$ на корзинки, то есть будет $64/4 = 16$ корзинок):

$$TR = 16 \cdot \frac{96 - 16}{3} + 16 \cdot 56 = 426,7 + 896 = 1322,7 < 1360$$

Следовательно, оптимально производить 3 партии, выручка составит 1360.

За верный ответ – 8 баллов.

10. Технологический гигант T разработал инновационный продукт P , не имеющий аналогов на рынке. Ожидается, что конкурентам потребуется один год, чтобы воспроизвести подобную технологию и сделать рынок совершенно конкурентным, а до этого гигант T может пользоваться правом монополиста нового рынка. При этом гигант T может запатентовать продукт P строго в начале первого года, что не позволит конкурентам продавать его в течение трёх лет. Годовая функция спроса на продукт P описывается уравнением

$$Q_d = 68 - 5P.$$

Функция издержек гиганта T (как и в будущем его конкурентов) описывается уравнением

$$TC = Q^2 + 4Q.$$

Определите, при какой разовой стоимости патента гиганту T будет безразлично, патентовать продукт P или нет. Считайте, что все фирмы принимают решения исходя из того, что они действуют в долгосрочном периоде.

Ответ: 38,4.

Решение: в обоих случаях первый год гигант T будет пользоваться правом монополиста, поэтому следует сравнить сценарии монопольного права и совершенной конкуренции за два оставшихся года из трёх.

В случае монопольного права выпуск продукта гиганта T установится на уровне равенства предельных издержек и предельной выручки:

$$MR = MC \rightarrow 0,2(68 - 2Q) = 2Q + 4$$

$$68 - 2Q = 10Q + 20 \rightarrow Q = 4$$

$$P = 0,2(68 - 4) = 12,8$$

$$PR_{\text{монополия}} = 12,8 \cdot 4 - 4^2 - 4 \cdot 4 = (12,8 - 8) \cdot 4 = 19,2 \text{ (38,4 за 2 года)}$$

В случае совершенной конкуренции гигант T будет получать нулевую чистую прибыль (постоянные издержки отсутствуют), поэтому 38,4 и есть максимальная цена патента, которую он готов заплатить.

За верный ответ – 8 баллов.

11. Спрос на рынке мячиков для пинг-понга описывается уравнением $P = -\frac{1}{4}Q^2 - 2Q + 70$, а предложение – уравнением $P = 2Q^2 + 4Q + 10$, где P – цена мячика для пинг-понга, Q – величина спроса и предложения соответственно. Определите, при какой цене на мячики для пинг-понга на рынке установится равновесие.

Ответ: 58.

Решение: для нахождения равновесия необходимо приравнять функции:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4}Q^2 - 2Q + 70 &= 2Q^2 + 4Q + 10 \\ \frac{9}{4}Q^2 + 6Q - 60 &= 0 \rightarrow \left(\frac{3}{2}Q + 2\right)^2 - 4 - 60 = 0 \rightarrow \left(\frac{3}{2}Q + 2\right)^2 = 64 \\ \left|\frac{3}{2}Q + 2\right| &= 8 \rightarrow Q_1 = -\frac{20}{3}; Q_2 = 4 \end{aligned}$$

Поскольку величина спроса не может быть отрицательной, нам подходит только второй корень

$$P = 2 \cdot 4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 10 = 48 + 10 = 58$$

За верный ответ – 8 баллов.

12. На рынке сельдерея предложение имеет вид $Q_s = 0,5P - 40$, а спрос $Q_d = 100 - 0,5P$. Государство хочет увеличить потребление полезных продуктов среди населения, поэтому решило ввести потоварную субсидию на производителей. Чему должна равняться субсидия, чтобы потребление сельдерея увеличилось в 1,5 раза?

Ответ: 60.

Решение:

Найдём первоначальное равновесие:

$$\begin{aligned} 0,5P - 40 &= 100 - 0,5P \\ P &= 140 \\ Q &= 30 \end{aligned}$$

Значит, после субсидии объём потребления должен стать 45.

Введение субсидии в размере s меняет функцию предложения: $Q_s = 0,5(P + s) - 40$.

При этом P можно найти из функции спроса: $45 = 100 - 0,5P$, $P = 110$

Тогда получаем, что:

$$\begin{aligned} 45 &= 0,5(110 + s) - 40 \\ s &= 60 \end{aligned}$$

За верный ответ – 8 баллов.

13. IT-компания «Маргорайн» выпускает какой-то товар. Известно, что фирма располагается в стране Альфа. В этой стране фирма по закону должна платить 20% от величины своих издержек в казну. Издержки *с учётом налога* имеют вид $TC = 30Q^2$. Фирма может переехать в страну Бета, где данного налога нет, но переезд фирме обойдётся в 21000 д.е. Цена на её товар равна 3600 д.е. и не зависит от места пребывания фирмы, а фирма ведёт себя как совершенный конкурент. Чистые издержки на производство, то есть без учёта налога, также одинаковы в обеих странах. Сколько д.е. выиграет фирма при переезде?

Ответ: 600.

Решение:

Найдём прибыль компании в обоих случаях.

Если компания решит не переезжать, то её прибыль

$$PR_{\alpha} = 3600Q - 30Q^2$$

Это парабола с ветвями вниз, а значит, максимум достигается в вершине:

$$Q = \frac{3600}{2 \cdot 30} = 60$$

$$PR_{\alpha} = 3600 \cdot 60 - 30 \cdot 60 \cdot 60 = 30 \cdot 60^2 = 108\,000$$

Если компания решит переехать, то её издержки снизятся, так как

$$30Q^2 = 1,2 \cdot TC_{\text{без налога}}$$

$$TC_{\text{без налога}} = 25Q^2$$

Тогда прибыль фирмы

$$PR_{\beta} = 3600Q - 25Q^2 - 21000$$

Аналогично максимум прибыли в вершине:

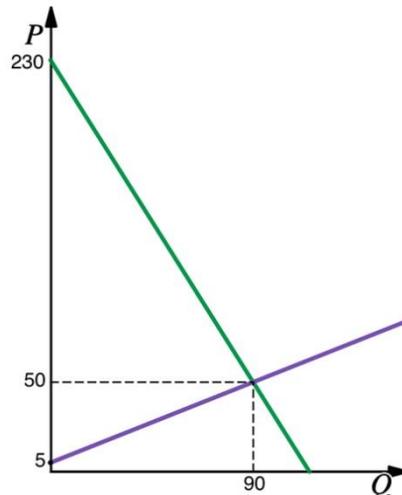
$$Q = \frac{3600}{2 \cdot 25} = 72$$

$$PR_{\beta} = 3600 \cdot 72 - 25 \cdot 72 \cdot 72 - 21000 = 259200 - 129600 - 21000 = 108600$$

Итак, фирма выиграет 600 д.е. при переезде.

За верный ответ – 8 баллов.

14. Ниже изображена ситуация на рынке клюквы в сахаре, который является совершенно конкурентным. Спрос и предложение линейны. Найдите величину профицита при $P = 100$.



Ответ: 125.

Решение:

Восстановим по двум точкам функции спроса и предложения.

$$Q_d = 115 - \frac{1}{2}P$$
$$Q_s = 2P - 10$$

При $P = 100$ будет профицит, потому что эта цена выше равновесной, то есть предложение больше, чем спрос:

$$Q_s(100) - Q_d(100) = 2 \cdot 100 - 10 - 115 + \frac{1}{2} \cdot 100 = 125$$

За верный ответ – 8 баллов.

15. Андрея попросили собрать персики (x) и абрикосы (y). Известно, что кривая собирательных возможностей в минуту Андрея имеет вид $y = 10 - x$. У Андрея также есть робот Миша, который способен собирать абрикосы (и только их!) со скоростью 1 абрикос в 4 секунды, однако Андрей не может одновременно с ним снимать плоды абрикосов. С помощью кривой собирательных возможностей в минуту Андрея вместе с роботом Мишей укажите, какое максимальное число абрикосов они собрали, работая вместе, если персиков они собрали 10 штук.

Ответ: 15.

Решение:

Исходя из кривой собирательных возможностей Андрея, понятно, что за минуту он может собрать 10 абрикосов, то есть 1 абрикос за 6 секунд. Робот Миша делает это быстрее, за 4 секунды, поэтому робот Миша будет собирать абрикосы, а Андрей – персики. Персики Андрей тоже собирает в том же темпе: 1 персик за 6 секунд, значит 10 персиков он соберёт за 60 секунд, а за это время робот Миша соберёт $60 : 4 = 15$ абрикосов.

За верный ответ – 8 баллов.

Максимальная оценка за задания с кратким ответом – 80 баллов.