

## 10 класс

### Задача №1. Падение в бездну

Две противоположные стены глубокого ущелья представляют собой участки параллельных вертикальных плоскостей. Однажды в безветренный день экспериментатор Глюк и теоретик Баг расположились на краях различных стен ущелья (см. рис. 2). Линия, соединяющая Глюка и Бага, образует с горизонтом угол  $\varphi = 30^\circ$ . Глюк и Баг бросали одинаковые шарики с одной и той же неизвестной начальной скоростью  $v_0$  относительно Земли, причём такой, что ни один брошенный шарик не достиг противоположной стены. Траектории шариков всегда лежали в вертикальной плоскости, содержащей Глюка и Бага. На движущийся шарик действует сила сопротивления воздуха, направленная против скорости движения шарика и прямо пропорциональная ей. Размерами Глюка и Бага можно пренебречь.

После множества проведённых экспериментов Глюк и Баг выяснили следующее:

- если шарик был брошен горизонтально, то он удалялся по горизонтали на расстояние  $S$  от бросающего (см. рис. 1);
- при одновременных бросках Глюком и Багом шариков горизонтально и под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту соответственно (см. рис. 2) в установившемся режиме шарики движутся вдоль одной вертикальной прямой.

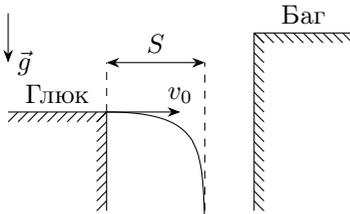


Рис. 1

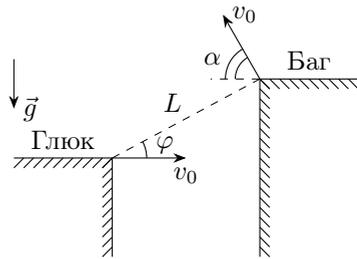


Рис. 2

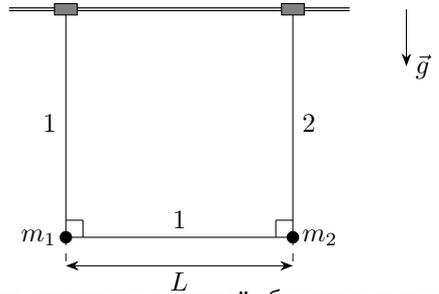
*Примечание:* Приводить аналитические ответы, являющиеся функциями углов  $\alpha$  и  $\varphi$ , не обязательно.

1. Определите расстояние  $L$  между Глюком и Багом (см. рис. 2).

2. Для одновременных бросков Глюком и Багом шариков горизонтально и под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту соответственно, как показано на рис. 2, определите расстояние  $S_\infty$  между шариками в установившемся режиме, а также минимальное расстояние  $S_{min}$  между шариками в процессе движения.

### Задача №2. Столкновение на спице

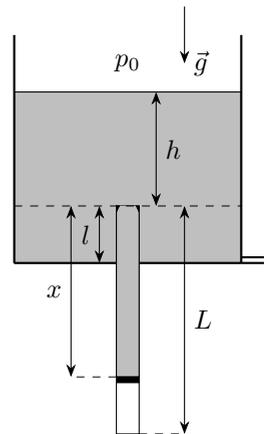
Два одинаковых маленьких невесомых коротких цилиндра могут без трения скользить по длинной закреплённой горизонтальной спице. Цилиндры соединены с невесомыми нерастяжимыми нитями 1 и 2, причём длина нити 1 на величину  $L$  больше длины нити 2 (см. рис). По нити 1 без трения может перемещаться маленькая бусинка массой  $m_1$ , а небольшой груз массой  $m_2$  прикреплен к концам обеих нитей. Изначально систему, состоящую из цилиндров, нитей, бусинки и груза удерживают в состоянии покоя таким образом, что спица и обе нити находятся в одной вертикальной плоскости, бусинка и груз расположены на одной горизонтали, при этом бусинка расположена на одной вертикали с цилиндром, прикрепленным к нити 1, а груз расположен на одной вертикали с цилиндром, прикрепленным к нити 2. Нити слегка натянуты. Ускорение свободного падения равно  $g$ . Считайте, что размеры цилиндров больше размеров бусинки и груза. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Систему отпускают.



1. Определите скорости  $v_1$  и  $v_2$  бусинки и груза соответственно прямо перед столкновением цилиндров.
2. Определите силы натяжения  $T_1$  и  $T_2$  нитей 1 и 2 соответственно прямо перед столкновением цилиндров.

### Задача №3. Из архива ЦПМК

В архиве ЦПМК 2011 года была обнаружена задача, в которой описывалось довольно странное устройство для экспериментов с идеальным газом. Закрытая снизу тонкостенная цилиндрическая трубка длиной  $L$ , установленная вертикально, жёстко соединена с закреплённым цилиндрическим сосудом, ось которого также вертикальна, а диаметр во много раз превышает диаметр трубки (см. рис.). Верхняя часть трубки расположена на расстоянии  $l$  выше дна сосуда. В трубке без трения может перемещаться тонкий лёгкий герметичный поршень. Под поршнем находится воздух, который можно считать идеальным газом. В верхней части трубки расположены небольшие упоры, ограничивающие движение поршня вверх.



В стенке сосуда вблизи его дна проделано небольшое отверстие. С помощью тонкой трубочки через отверстие сосуд очень медленно

наполняют ртутью, а затем так же медленно понижают уровень ртути в сосуде до его дна.

Далее везде  $h$  обозначает уровень ртути в сосуде относительно верхней части трубки, а  $x$  – расстояние между поршнем и упорами. Считайте, что в процессе изменения уровня ртути в сосуде температура воздуха под поршнем и атмосферное давление остаются постоянными.

Параметры установки:  $L = 3,04$  м,  $l = 0,04$  м, атмосферное давление  $p_0$  равно гидростатическому давлению столба ртути высотой  $h_0 = p_0/\rho g = 0,76$  м, где  $\rho$  – плотность ртути, а  $g$  – ускорение свободного падения. Величины  $p_0$ ,  $\rho$  и  $g$  считайте неизвестными.

Во всех пунктах задачи приведите как аналитические выражения, так и численные значения для ответов.

Изначально ртути в сосуде и над поршнем нет, а давление воздуха под поршнем превышает величину атмосферного давления. В пунктах 1 – 3 считайте, что когда уровень ртути в сосуде достиг максимального значения  $h_{max} = 1,52$  м, расстояние между поршнем и упорами составило  $x_{max} = 2,28$  м.

1. Рассмотрим процесс повышения уровня ртути в сосуде. При каком значении уровня  $h_1$  ртути в сосуде поршень пришёл в движение?

2. Пусть уровень ртути в сосуде в процессе его повышения составил  $h_1 + \Delta h$ , где  $0 < \Delta h \ll h_1$ . Найдите возможные значения  $x_1$  между поршнем и упорами.

3. На каком расстоянии  $x_2$  до упоров будет находиться поршень, когда уровень ртути в сосуде понизится до его дна? Ответ обоснуйте.

4. Ртуть полностью откачали из сосуда и пространства над поршнем, после чего изменили количество воздуха под поршнем. Далее процессы повышения и понижения уровня в сосуде с помощью трубочки через отверстие повторили. Оказалось, что когда уровень ртути в сосуде достиг величины  $h_{max} = 1,52$  м, расстояние между поршнем и упорами составило  $x'_{max} = 1,52$  м. При каком значении уровня  $h_2$  ртути в сосуде в процессе его понижения поршень достигает упоров?

#### Задача №4. Полёты стержня

В распоряжении экспериментатора Глюка были закреплённая равномерно заряженная по поверхности зарядом  $Q$  непроводящая сфера радиусом  $R$  и **очень длинный** тонкий прямолинейный непроводящий стержень массой  $m$ , заряженный равномерно по длине с линейной плотностью заряда  $\lambda$ . Известно, что заряды стержня и сферы были одноимёнными.

В первой серии экспериментов Глюк помещал стержень на поверхность сферы таким образом, что стержень касался поверхности сферы своей серединой.

Сначала Глюк отпустил стержень из состояния покоя, и когда расстояние между центрами сферы и стержня достигло неизвестной величины  $l > R$ , стержень двигался со скоростью  $u_0 = \sqrt{Q\lambda/(2\pi\epsilon_0 m)}$  (см. рис. 1).

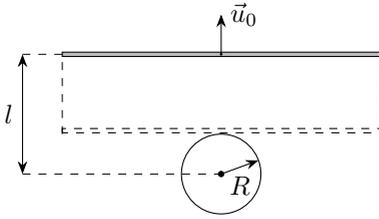


Рис. 1

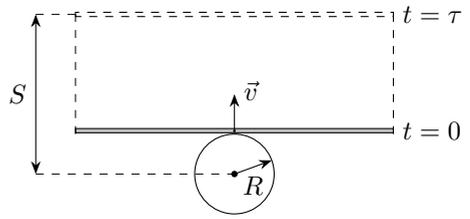


Рис. 2

Затем Глюк стал приводить стержень в движение так, что он начал поступательное движение с различными значениями начальной скорости  $v$  в направлении, перпендикулярном стержню и лежащем в плоскости, содержащей стержень и центр сферы. Глюк получил зависимость от начальной скорости  $v$  стержня времени  $\tau$ , прошедшего от момента старта, через которое расстояние между центрами сферы и стержня достигало неизвестной величины  $S > R$  (см. рис. 2). График полученной зависимости приведён ниже на рис. 3 в координатах  $y(x)$ , где  $y = \tau/\tau_0$ ,  $x = v/v_0$ , а величины  $\tau_0$  и  $v_0$  определяются выражениями:

$$\tau_0 = R\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 m}{Q\lambda}}, \quad v_0 = \sqrt{\frac{Q\lambda}{4\pi\varepsilon_0 m}}.$$

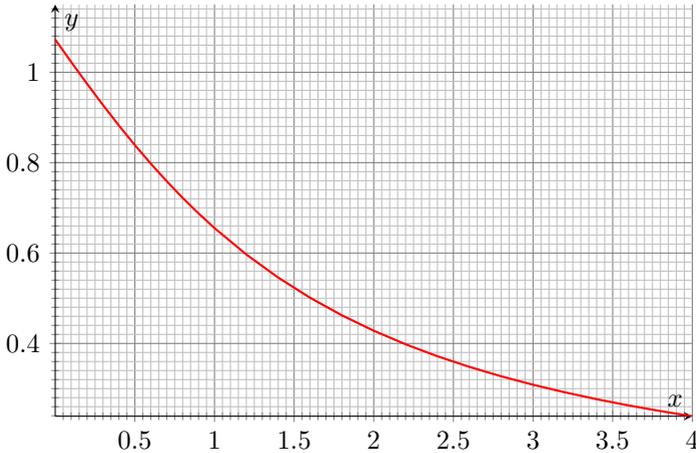


Рис. 3

Для второго эксперимента Глюк проделал в поверхности сферы небольшое отверстие, поместил конец  $A$  стержня внутрь сферы таким образом, что он оказался в центре сферы (см. рис. 4) и отпустил стержень без начальной скорости. Трения между стержнем и отверстием нет.

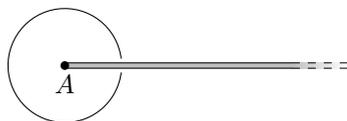


Рис. 4

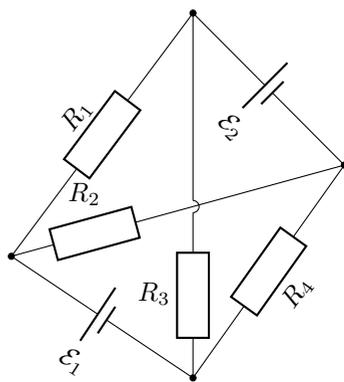
Во всех экспериментах стержни двигались поступательно. Силой сопротивления воздуха и гравитацией можно пренебречь. Величины  $S$  и  $l$  во много раз меньше длины стержня.

Для второго эксперимента определите:

1. время  $T_1$ , прошедшее от момента старта, через которое конец  $A$  стержня оказался на поверхности сферы, а также скорость стержня  $V_1$  в этот момент времени;
2. скорость  $V_2$  стержня в момент, когда его конец  $A$  находился на расстоянии  $l$  от центра сферы;
3. время  $T$ , прошедшее от момента старта, через которое конец  $A$  стержня оказался на расстоянии  $S$  от центра сферы.

### Задача №5. Электротетраэдр

Электрическая цепь представляет собой тетраэдр, в двух противоположных рёбрах которого находятся первый и второй идеальные источники постоянного напряжения с ЭДС  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  соответственно. В остальных рёбрах расположены четыре резистора  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$  (см. рис.). Значения ЭДС источников и сопротивление одного из резисторов известны:  $\mathcal{E}_1 = 6$  В,  $\mathcal{E}_2 = 12$  В,  $R_2 = 3$  Ом. Величина силы тока через первый источник равна  $I_1 = 1$  А и не изменяется при смене полярности подключения этого источника. Величина силы тока через второй источник при указанной на рисунке полярности равна  $I_2 = 2$  А. Сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь.



1. Чему будет равна величина силы тока через второй источник, если полярность первого источника изменить?
2. Найдите величину силы тока через второй источник, если: а) первый источник удалить из цепи; б) первый источник заменить перемычкой с нулевым сопротивлением.
3. Чему равны сопротивления резисторов  $R_1$ ,  $R_3$  и  $R_4$ ?