

9 класс

Первый день

- 9.1. Петя и Вася знают лишь натуральные числа, не превосходящие $10^9 - 4000$. Петя считает хорошими числа, представимые в виде $abc + ab + ac + bc$, где a , b и c — натуральные числа, **не меньшие** 100. Вася считает хорошими числа, представимые в виде $xuz - x - y - z$, где x , y и z — натуральные числа, **большие** 100. Для кого из них хороших чисел больше?
- 9.2. У натурального числа ровно 50 делителей. Может ли оказаться, что никакая разность двух различных его делителей не делится на 100?
- 9.3. Двум мальчикам выдали по мешку картошки, в каждом мешке по 150 клубней. Ребята по очереди перекаладывают картошку, каждый своим очередным ходом перекаладывает ненулевое количество клубней из своего мешка в чужой. При этом они должны соблюдать *условие новой возможности*: на каждом ходе мальчик должен переложить больше клубней, чем у него было в мешке перед любым из его предыдущих ходов (если такие ходы были). Так, первым своим ходом мальчик может переложить любое ненулевое количество, а своим пятым ходом мальчик может переложить 200 клубней, если перед его первым, вторым, третьим и четвёртым ходами количества клубней в его мешке были меньше 200. Какое максимальное суммарное количество ходов могут совершить ребята?
- 9.4. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$, в котором $\angle A + \angle D = 90^\circ$. Его диагонали пересекаются в точке E . Прямая ℓ пересекает отрезки AB , CD , AE и ED в точках X , Y , Z и T соответственно. Известно, что $AZ = CE$ и $BE = DT$. Докажите, что длина отрезка XY равна диаметру окружности, описанной около треугольника ETZ .