

10 класс

Первый день

- 10.1. В таблице 6×6 изначально записаны нули. За одну операцию можно выбрать одну клетку и заменить число, стоящее в ней, на любое целое число. Можно ли за 8 операций получить таблицу, в которой все 12 сумм чисел в строках и столбцах будут различными положительными числами?
- 10.2. Дан бумажный треугольник, длины сторон которого равны 5 см, 12 см и 13 см. Можно ли разрезать его на несколько (больше одного) многоугольников, у каждого из которых площадь (измеренная в см^2) численно равна периметру (измеренному в см)?
- 10.3. В городе N прошли 50 городских олимпиад по разным предметам, при этом в каждой из этих олимпиад участвовало ровно 30 школьников, но не было двух олимпиад с одним и тем же составом участников. Известно, что для любых 30 олимпиад найдётся школьник, который участвовал во всех этих 30 олимпиадах. Докажите, что найдётся школьник, который участвовал во всех 50 олимпиадах.
- 10.4. Даны натуральные a, b, c такие, что $a > 1, b > c > 1$, а число $abc + 1$ делится на $ab - b + 1$. Докажите, что b делится на a .
- 10.5. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BD и отмечена точка пересечения высот H . Серединный перпендикуляр к отрезку HD пересекает окружность, описанную около треугольника BCD , в точках P и Q . Докажите, что $\angle APB + \angle AQB = 180^\circ$.