

Задача №11-Е1. Звук в сосуде

В таблице представлены резонансные частоты спектра в открытой трубе для соответствующего номера гармоники n . Рассчитан шаг между соседними пиками, его среднее значение, среднеквадратичное отклонение и относительная погрешность.

n	f_1 , Гц	f_2 , Гц	f_3 , Гц	f , Гц	$\Delta f_{\text{открыт}}$, Гц
1	336	338	333	336	—
2	673	672	675	673	338
3	1016	1013	1006	1012	338
4	1348	1339	1348	1345	333
5	1695	1699	1698	1697	352
6	2037	2017	2027	2027	330
Среднее					338
Δ					6
ε_f					2 %

Скорость звука для открытой трубки 50 см найдем, используя средний шаг резонансных частот:

$$L = n \frac{\lambda}{2} = \frac{n \cdot c}{2f} \Rightarrow c = 2L \cdot \frac{f}{n} = 2L \cdot \Delta f.$$

$$c_{\text{открыт}} = (338 \pm 10) \text{ м/с},$$

где погрешность $\varepsilon_c = \varepsilon_L + \varepsilon_{\Delta f} = 3\%$.

n	$f_1, \text{Гц}$	$f_2, \text{Гц}$	$f_3, \text{Гц}$	$f, \text{Гц}$	$\Delta f_{\text{закрыт}}, \text{Гц}$
2	506	506	511	508	—
3	840	845	851	845	338
4	1205	1179	1190	1191	346
5	1545	1550	1540	1545	354
6	1873	1879	1884	1879	334
7	2207	2218	2218	2214	336
Среднее					341
Δ					6
ε_f					2 %

Используя те же рассуждения, найдем скорость звука и для закрытой трубки:

$$c_{\text{закрыт}} = (341 \pm 10) \text{ м/с.}$$

Добавляя в цилиндр воду, будем исследовать зависимость основной ($n = 1$) резонансной частоты f от объёма воды V в сосуде.

$$L = n \frac{c}{4f} = \frac{c}{4f}, \quad L = L_0 - \frac{V}{S},$$

где L_0 — высота мерного цилиндра, S — площадь внутреннего поперечного сечения.

$$\frac{1}{f}(V) = \frac{4L_0}{c} - \frac{4}{cS} \cdot V.$$

Результаты измерений и пересчетов представлены в таблице:

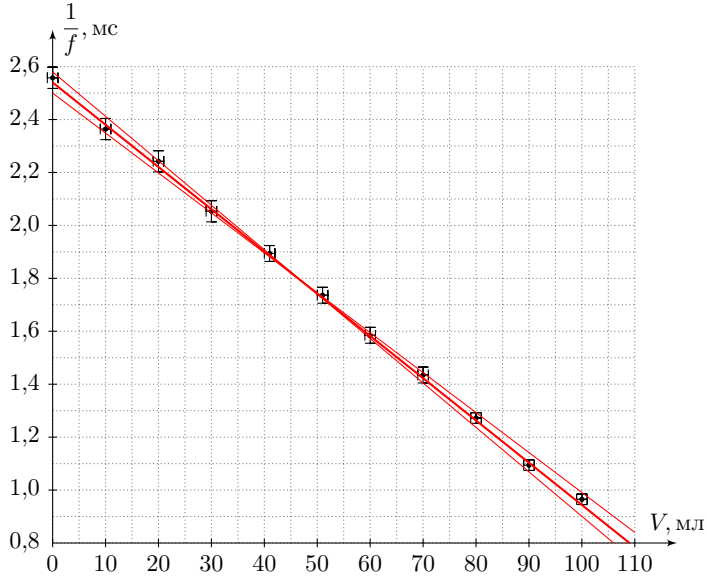
$V, \text{мл}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$f, \text{Гц}$	391	423	446	487	528	576	630	697	786	914	1036
$1/f, \text{мс}$	2,56	2,37	2,24	2,05	1,89	1,74	1,59	1,44	1,27	1,09	0,96

Построим график зависимости $\frac{1}{f}(V)$ и по нему определим высоту L_0 и внутренний диаметр D цилиндра. Погрешность определения объёма воды примем равной цене деления прибора $\Delta V = 1$ мл, относительная погрешность частоты оказалась равна $\varepsilon_f = 2\%$.

Коэффициент наклона $k = (-16,0 \pm 0,8) \text{ с/м}^3$. Относительная погрешность — $\varepsilon_k = 5\%$, для скорости звука из предыдущего эксперимента $\varepsilon_c = 3\%$.

$$k = \frac{4}{cS}, \quad S = \frac{\pi d^2}{4} \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\frac{16}{\pi ck}}; \quad \varepsilon_d = \frac{1}{2}(\varepsilon_k + \varepsilon_c) = 4\%.$$

$$d = (31 \pm 1) \text{ мм.}$$



Для данной прямой $b = (2,55 \pm 0,05)$ мс, значит $\varepsilon_b = 2\%$.

$$b = \frac{4L_0}{c} \quad \Rightarrow \quad L_0 = \frac{bc}{4}; \quad \varepsilon_{L_0} = \varepsilon_b + \varepsilon_c = 5\%.$$

$$L_0 = (21,7 \pm 1,1) \text{ см.}$$

Под $L_{\text{эфф}}$ понимаем длину трубы, соответствующую основной резонансной частоте как

$$L_{\text{эфф}} = \frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4f}.$$

Действительную же высоту цилиндра 50 мл определим, долив до краев известный объем воды из меньшего цилиндра. Зная внутренний диаметр, найдем реальную высоту цилиндра:

$$h \cdot \frac{\pi D^2}{4} = V_0 + \Delta V,$$

где $V_0 = 50$ мл, $\Delta V = 30$ мл. Поскольку в определении объема мы могли опиться дважды на 1 мл, значит относительная погрешность $\varepsilon_h = \varepsilon_V = \frac{2}{80} = 2,5\% \approx 3\%$. Получается $h_0 = (17,1 \pm 0,5)$ см.

Теперь, добавляя некоторый объем воды в цилиндр, мы можем вычислить реальную высоту воздушного столба, в котором возбуждаются звуковые колеба-

ния:

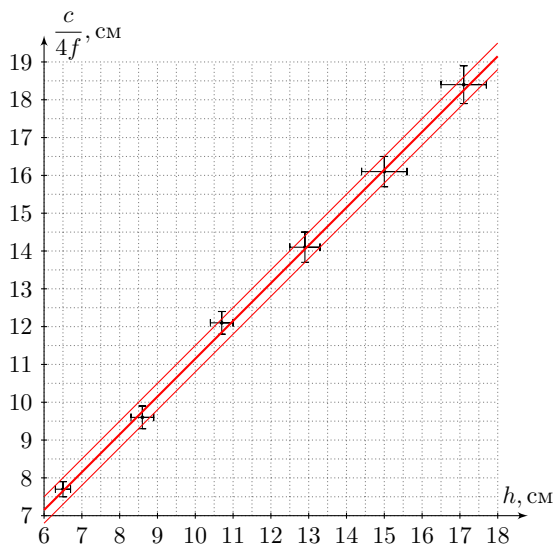
$$h = h_0 - \frac{4V}{\pi D^2}.$$

Запишем связь частоты f и высоты h :

$$\frac{c}{4f} = h + \beta D.$$

Проведем измерения основных резонансных частот f для различных высот h и построим график зависимости $\frac{c}{4f}(h)$. Для расчетов будем применять значение скорости звука в воздухе из полученных ранее результатов ($c = 341$ м/с). Относительная погрешность величины $\frac{c}{4f}(h)$ можно считать равной относительной погрешности $c \varepsilon_{\frac{c}{4f}} = \varepsilon_c = 3\%$.

V , мл	f , Гц	h , см	$c/(4f)$, см
0	463	17,1	18,4
10	530	15,0	16,1
20	605	12,9	14,1
30	706	10,7	12,1
40	885	8,6	9,6
50	1105	6,5	7,7



Учитывая, что теоретически мы ожидаем коэффициент наклона $k = 1$, то погрешность определения b составит по графику $\Delta b = 0,25$ см

Величину β определим по коэффициенту b данной линейной функции:

$$\beta = \frac{b}{D} = \frac{(1,20 \pm 0,25) \text{ см}}{2,45 \text{ см}} = 0,5 \pm 0,1.$$

Задача №11-Е2. Солнечные батареи

С помощью мультиметра в режиме омметра измеряем сопротивление потенциометра, **отключенного от СБ**. Затем подключаем потенциометр к СБ и измеряем мультиметром в режиме вольтметра напряжение на нем, включив на короткое время фонарик. Приборная погрешность прямых измерений сопротивления и напряжения мала. По формуле

$$P = \frac{U^2}{R}$$

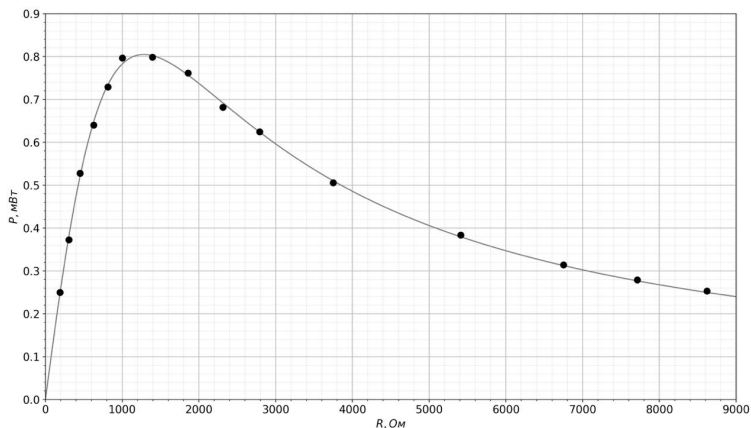
находим мощность, отдаваемую солнечной батареей при данном сопротивлении потенциометра. Этот опыт проделываем для разных сопротивлений потенциометра и заносим данные в таблицу.

R , Ом	U , В	P , мВт	R , Ом	U , В	P , мВт
188	0,217	0,250	2310	1,255	0,682
306	0,338	0,373	2790	1,320	0,625
449	0,487	0,528	3750	1,378	0,506
628	0,634	0,640	5410	1,441	0,384
813	0,77	0,729	6750	1,457	0,314
1003	0,894	0,797	7710	1,476	0,279
1393	1,055	0,799	8620	1,476	0,253
1858	1,190	0,762			

По полученным данным строим график. Из построенного графика определяем максимальную мощность. На графике отчетливо виден максимум, причем линия идет достаточно плавно. Погрешность определения максимальной мощности определяется расположением вершины графика и составляет около 2%.

Отдельно измерим напряжение холостого хода: $U_{xx} = 1,482$ В. В дальнейшем это нам будет необходимо для определения температуры СБ.

Погрешность измерения U_{xx} определяется стабильностью температуры. Ее можно оценить, если измерить величину дважды: в начале серии измерений и в конце. Разность показаний составляет порядка 20 мВ, что по известному угловому коэффициенту зависимости $U_{xx}(t)$ соответствует ~ 2 °С разброса по температуре.



Подключаем элемент Пельтье к выключенному источнику с выкрученным на минимум регулятором напряжения. Далее включаем источник и устанавливаем напряжение около 4 В. Наблюдения за показаниями подтверждают, что изменения напряжения на СБ при отключенном потенциометре происходят достаточно медленно. Выжидаем 20 минут и приступаем к измерениям. Порядок действий аналогичен предыдущему пункту. Полученные данные заносим в таблицу.

Увеличиваем напряжение источника питания примерно на 0,5 В и повторяем опыт. Данные снова заносим в таблицу.

Затем повторяем опыт еще раз для напряжения вблизи 5 В.

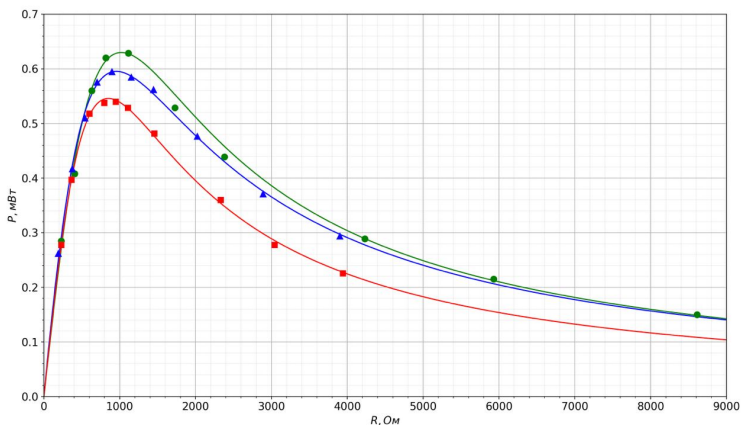
Также определяем все три раза напряжение холостого хода (ниже приведены средние значения величин).

R , Ом	U , В	P , мВт	R , Ом	U , В	P , мВт
228	0,255	0,285	1727	0,956	0,529
406	0,407	0,408	2380	1,022	0,439
630	0,594	0,560	4230	1,105	0,289
815	0,711	0,620	5930	1,130	0,215
1113	0,837	0,629	8610	1,137	0,150

R , Ом	U , В	P , мВт	R , Ом	U , В	P , мВт
190	0,223	0,262	1150	0,82	0,585
374	0,395	0,417	1444	0,901	0,562
540	0,525	0,510	2020	0,982	0,477
702	0,636	0,576	2890	1,035	0,371
896	0,73	0,595	3900	1,07	0,294

R , Ом	U , В	P , мВт	R , Ом	U , В	P , мВт
230	0,253	0,278	1107	0,765	0,529
364	0,380	0,397	1457	0,838	0,482
597	0,556	0,518	2330	0,916	0,360
793	0,653	0,538	3040	0,920	0,278
947	0,715	0,540	3940	0,944	0,226

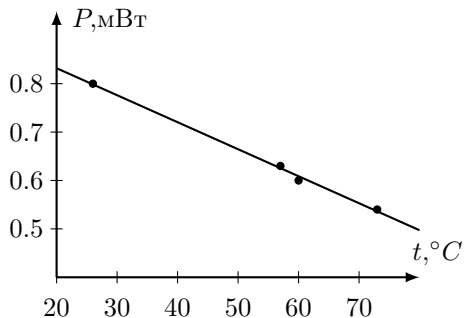
Несмотря на то, что в условии сказано, что графики строить не обязательно, учитывая удобство графического способа нахождения экстремума, построим графики зависимости мощности, отдаваемой СБ, от сопротивления потенциометра.



Из графиков видно, что в пределах точности измерений величина сопротивления потенциометра, соответствующая максимуму мощности, практически не изменяется.

По найденным значениям максимальных мощностей, соответствующих им напряжениям и известным значениям комнатной температуры и углового коэффициента в зависимости $U_{xx}(t)$ для трех значений напряжения питания рассчитываем значения температур. Записываем результаты расчетов в таблицу зависимости $P_{\max}(t)$, по которой далее строим график.

t , °C	P_{\max} , мВт	U_{\max} , В
26	0,80	1,482
57	0,63	1,198
60	0,60	1,164
73	0,54	1,047



Из построенного в пункте 2 итогового графика находим угловой коэффициент

$$k = \frac{\Delta P_{\max}}{\Delta t} = -5,5 \text{ мкВт}/^\circ\text{C}.$$

Погрешность определения углового коэффициента около 5%.

Используя рассчитанный в пункте 3 угловой коэффициент k , определяем значения мощности СБ для всех температур, приведенных в таблице условия (дополняем таблицу двумя столбцами).

Обозначим месячную инсоляцию буквой I , тогда выработка энергии за месяц пропорциональна произведению $I \cdot P_{\max}$. Выработываемая энергия за период в полгода вычисляется как сумма месячных выработок и прямо пропорциональна величине:

$$S = \sum_{i=3}^8 I_i P_{\max}^i,$$

где i – номер месяца. Поскольку СБ, размещенные в Чите и в Сочи, были выбраны одинаковыми, отношение выработанных энергий равно отношению сумм S :

$$\frac{S_{\text{Сочи}}}{S_{\text{Чита}}} = \frac{856,3}{832,6} = 1,03.$$

Абсолютная погрешность рассчитанного отношения составляет порядка 10%. Отношение суммарных инсоляций составляет при этом:

$$\frac{I_{\text{Сочи}}}{I_{\text{Чита}}} = \frac{1044,0}{961,5} = 1,086.$$

Вывод можно сделать следующий: в пределах погрешности измерений данные отношения одинаковы.

Заключительный этап Всероссийской олимпиады по физике 10 апреля 2023 г.

Сочи

Месяц	$t, ^\circ\text{C}$	$I,$ кВт·час/м ²	$P_{\text{max}},$ мВт	$I \cdot P_{\text{max}},$ Вт ² · час/м ²
Март	11,0	123,6	0,883	109,1
Апрель	14,9	138,6	0,861	119,4
Май	20,2	176,7	0,832	147,0
Июнь	25,0	203,7	0,806	164,1
Июль	27,8	212,7	0,790	168,0
Август	28,8	188,7	0,788	148,7

Чита

Месяц	$t, ^\circ\text{C}$	$I,$ кВт·час/м ²	$P_{\text{max}},$ мВт	$I \cdot P_{\text{max}},$ Вт ² · час/м ²
Март	-1	158,4	0,949	150,3
Апрель	5,5	165,6	0,913	151,2
Май	14,6	173,7	0,863	149,9
Июнь	21,1	169,2	0,827	139,9
Июль	24,3	153,9	0,809	124,6
Август	20,7	140,7	0,829	116,7