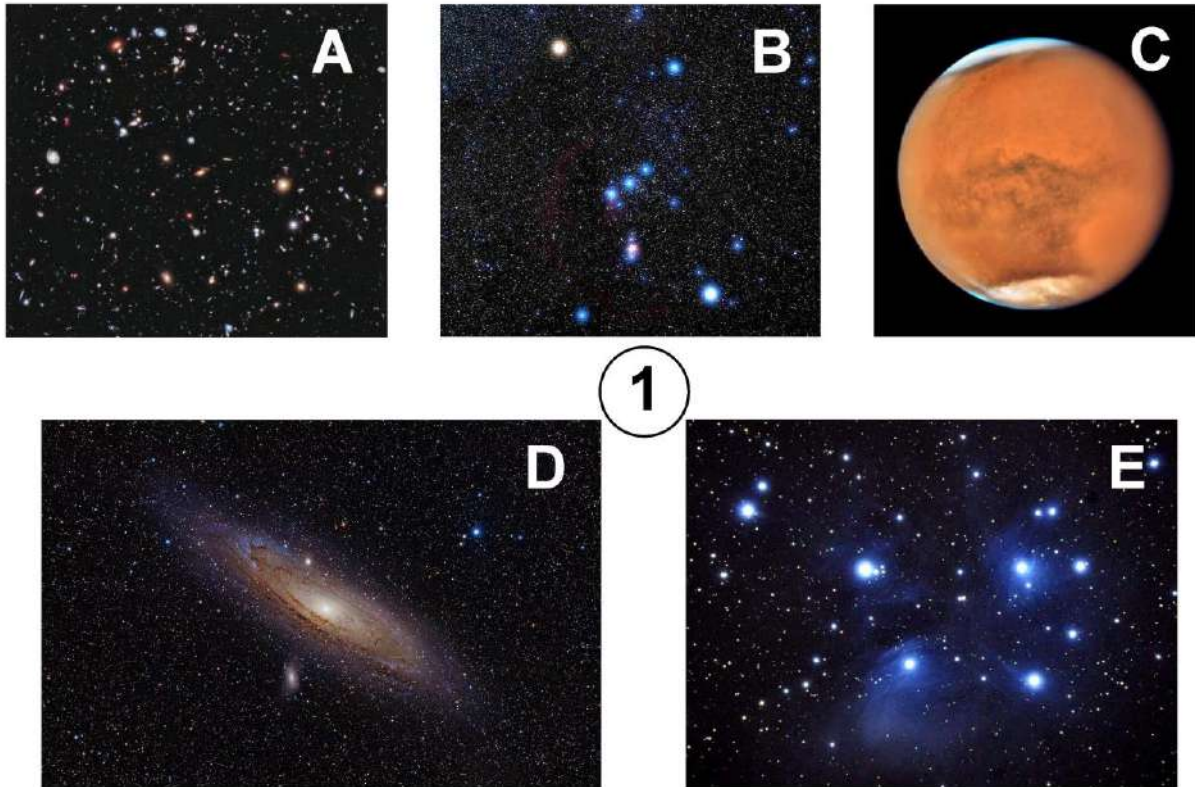


## Третий (тестовый) тур

### 9/10/11.1. Масштабное многообразие

**Условие.** Перед Вами пять фотографий. Четыре из них (В-Е) сделаны с Земли. Фото А – «ультра-глубокое поле телескопа Хаббла» – получено с околоземной орбиты, и все объекты на нем – далекие галактики. Расположите пять фотографий в порядке возрастания углового размера на небе, соответствующего горизонтальной стороне фотографии.



**Решение.** Приведем характерные угловые размеры участков неба, приведенных на фотографиях:

А: «Ультра-глубокое» поле телескопа Хаббла (Hubble Ultra-Deep Field), угловой размер около  $3'$ .

В: Участок неба, на который попала большая часть созвездия Ориона, размер порядка  $20^\circ$ .

С: Планета Марс. Даже во время великого противостояния его угловой диаметр в небе Земли не превышает  $25''$ .

Д: На фото – спиральная галактика Андромеды с периферией, угловой размер около  $5^\circ$ .

Е: Центральная часть рассеянного звездного скопления Плеяды, размер  $1.5^\circ$ .

**Ответ:** С, А, Е, D, В.

**Алгоритм оценивания.** Общая оценка складывается из количества правильных пар в ответе участников. Всего возможных пар из пяти объектов – 10, в каждой из них объекты в ответе должны идти в правильном порядке. Например, для пары А-В правильным считается ответ, в котором буква А стоит раньше буквы В (угловой размер глубокого поля Хаббла меньше созвездия Ориона).

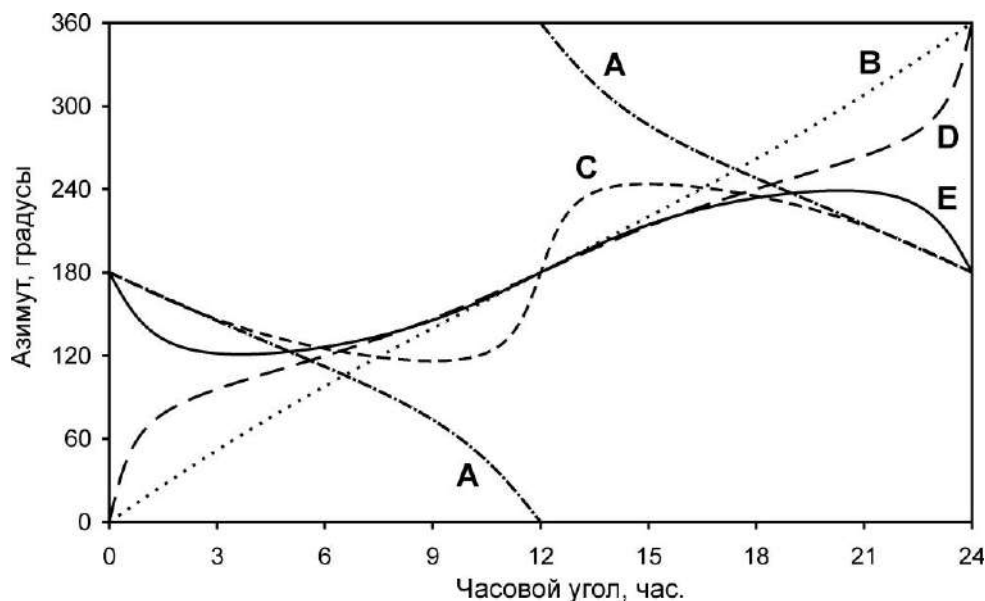
При появлении в решении двух или трех противоположных пар (например, ответ АВАВ или АВАС с парами АВ и ВА) все эти пары, в том числе правильные, не оцениваются. При дублировании одной пары без противоположной (например, ответ ААВВ) эта пара оценивается только один раз. Итоговая оценка зависит от числа правильных пар N следующим образом:

N	Баллы	N	Баллы
0	1*		
1	0	6	2
2	0	7	3
3	1	8	3
4	1	9	4
5	2	10	5

\*Примечание: "компенсационный" балл за ответ, написанный в строго обратном порядке, при отсутствии правильных пар, выставляются при условии отсутствия пустых клеток и повторов ответов у участника, то есть только за ответ В-D-E-A-C. В других случаях ответ с 0 правильных пар оценивается в 0 баллов.

### 9/10/11.2. Азимутальные петли

**Условие.** На рисунке представлены графики зависимости азимута Веги (склонение  $+39^\circ$ ) в градусах от ее часового угла (в часах) на разных широтах. Во всех случаях азимут отсчитывается от точки юга к западу. Расположите кривые в порядке возрастания широты пункта (от самой южной до самой северной).



**Решение.** Часовой угол равен нулю в верхней кульминации. Таким образом, в случаях В и D верхняя кульминация происходит к югу от зенита ( $A = 0^\circ$ ) во всех остальных – к северу ( $A = 180^\circ$ ). Нижняя кульминация в четырех случаях (кроме случая А) происходит в северном направлении.

Вега – звезда северного полушария небесной сферы, при этом она находится далеко и от небесного экватора, и от полюса мира, как мы можем видеть по ее склонению. Нижняя кульминация может происходить на юге, только если мы находимся глубоко в южном полушарии с широтой  $\varphi < -\delta$ . Итак, пункт А – самый южный из пяти, и с него нужно начать

ответ. Об этом говорит еще и то, что только в этом пункте азимут Веги постоянно уменьшается со временем и претерпевает скачок при ее нижней кульминации на юге.

Чтобы Вега оказалась к югу от зенита в верхней кульминации, наблюдатель должен находиться в северных широтах, превышающих склонение:  $\varphi > \delta$ . Следовательно, кривые В и D соответствуют наибольшим широтам. Практически линейное возрастание азимута в течение всех суток характерно для полярных широт, где угол наклона суточных параллелей к горизонту мал. По мере движения на юг изменение азимута вблизи верхней кульминации будет становиться всё более резким. Таким образом, кривая В соответствует самой северной широте и должна быть записана последней, а перед ней по порядку идет пункт D.

Нам осталось разобраться с пунктами С и Е – какой из них должен быть записан в ответе вторым, а какой – третьим. В обоих пунктах азимут Веги не совершает полный круг от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ , а лишь отклоняется на некоторый угол от направления на север ( $180^\circ$ ), что характерно для тропических широт. Мы видим, что в случае Е азимут быстрее всего меняется в верхней кульминации, а в случае С – в нижней. Это говорит об относительной близости соответствующих точек к зениту и надиру, соответственно. С учетом того, что склонение Веги положительно, получаем, что кривая Е относится к северным широтам, а кривая С – к южным.

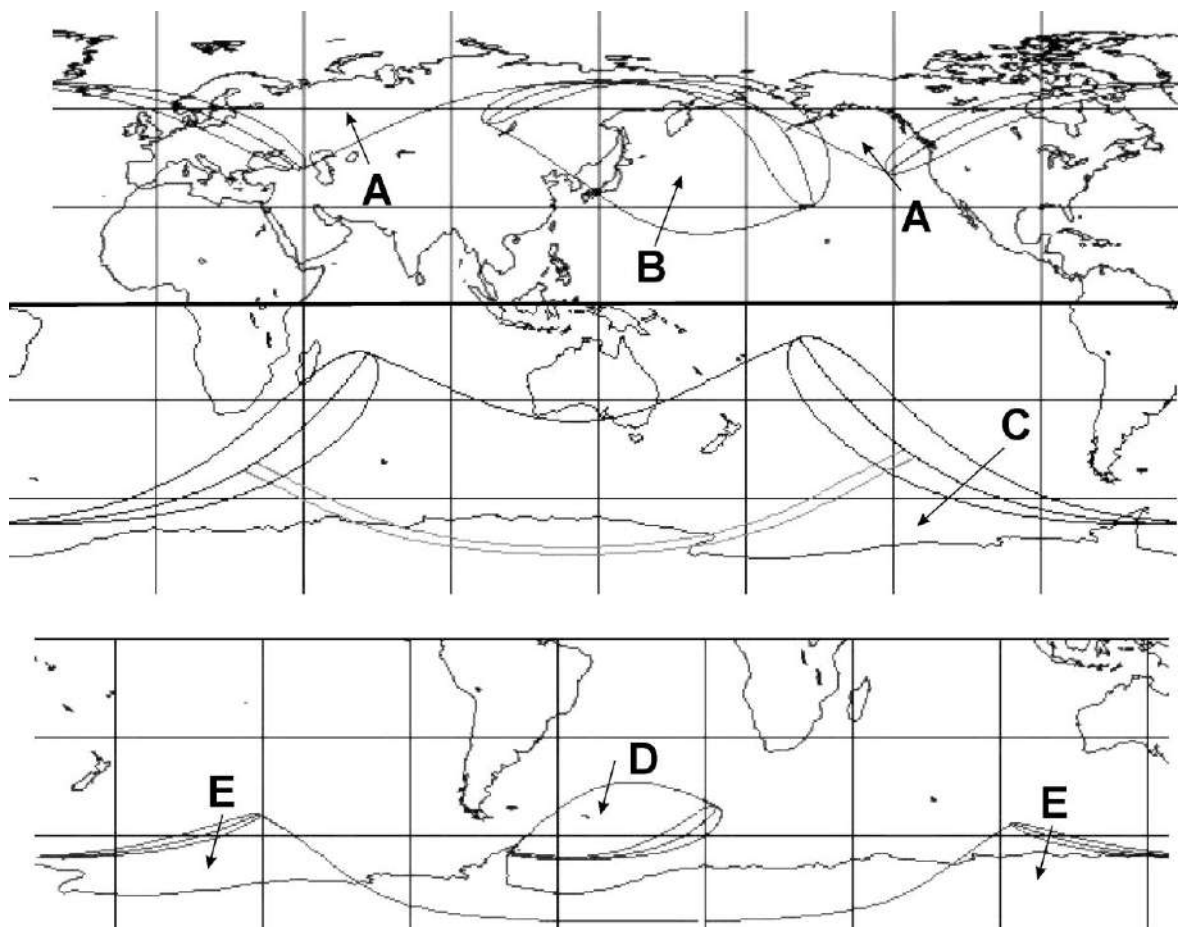
**Ответ:** А (реальная широта  $-60^\circ$ ), С ( $-30^\circ$ ), Е ( $+25^\circ$ ), D ( $+45^\circ$ ), В ( $+80^\circ$ ).

**Алгоритм оценивания.** Оценка определяется числом правильных пар в ответе участника аналогично заданию 1.

### 9/10/11.3. Год пяти затмений

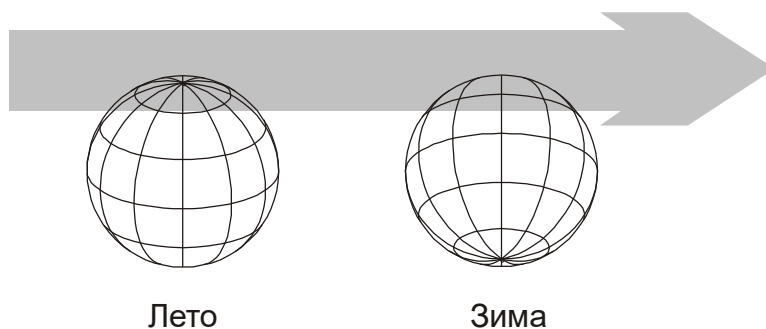
**Условие.** В одном календарном году (с 1 января по 31 декабря по новому стилю) на Земле произошло пять солнечных затмений. Перед Вами карты их видимости. Расставьте затмения в хронологии от начала до конца года – от первого до последнего.

*Примечание: одинарная линия на границе области видимости затмения – линия, на которой фаза равна нулю, диски Солнца и Луны касаются друг друга. Тройная линия на границе – точки, где начало/середина/конец затмения наблюдаются на горизонте. Если затмение центральное (полное или кольцеобразное) – приведена полоса видимости полной или кольцеобразной фазы (двойная линия, в соответствии с границами полосы).*



**Решение.** Пять солнечных затмений в один год может произойти только в том случае, если четыре из них будут группироваться в пары с интервалом в один лунный месяц одно после другого. Два затмения в одной паре видны всегда из разных полушарий и практически всегда – лишь частные (в крайне редких случаях одно из них может быть центральным, при этом полоса центрального затмения едва задевает Землю). Одна из этих пар происходит в середине года (летом в северном полушарии), а другая – в самом начале или конце. В зависимости от этого, в конце или начале года происходит еще одно затмение. Во всех пяти случаях лунная полутень вступает на Землю не полностью, с северной или южной стороны.

Если в этом полушарии лето – в область видимости может попасть полярная зона с широким диапазоном долгот, а тройная линия (Солнце на горизонте) будет ограничивать область видимости затмения со стороны меньших широт. Если же затмение зимнее – долготный диапазон видимости будет точно узким, а тройная линия ограничит область видимости с полярной стороны. При этом направление движения полутени будет с запада на восток.



Обратимся к графикам и найдем два затмения, прошедшие в середине года. Это затмение А (северная полярная зона) и затмение D (ограниченная область долгот в южном полушарии). Обратим внимание, что во время затмения А среднее движение лунной полутени было параллельно экватору, а во время затмения D полутень смещалась на северо-восток. Следовательно, затмение D произошло раньше, до дня летнего солнцестояния, когда Луна в своем движении смещалась в северную сторону.

Теперь обратимся к «зимним» затмениям. Одно из них (В) произошло в северном полушарии, и при этом лунная тень смещалась к юго-востоку. Таким образом, это затмение попадает еще на астрономическую осень – скорее всего, на конец ноября или начало декабря. Оба южных затмения (С и Е) происходят ближе к солнцестоянию и началу либо концу года.

Итак, зимняя «пара» затмений состоялась в конце года, и первым из них было затмение В. Следующим в этой паре, очевидно, было затмение Е, которое было также частным. Получается, затмение С произошло в начале года. Можно также обратить внимание на небольшое смещение полутени Луны к северу по ходу затмения, которого нет у затмения Е. Это также указывает, что именно затмение С произошло в январе.

**Ответ:** С, D, А, В, Е. Описанная в условии задачи ситуация относится к 2206 году. Даты затмений:

- С – 10 января 2206 (кольцеобразное, южное полушарие)
- D – 7 июня 2206 (частное, южное полушарие)
- А – 7 июля 2206 (частное, северное полушарие)
- В – 1 декабря 2206 (частное, северное полушарие)
- Е – 30 декабря 2206 (частное, южное полушарие)

**Алгоритм оценивания.** Хотя данная задача требует правильной расстановки пяти событий в определенной последовательности, система оценивания отличается от стандартной процедуры для таких заданий. Это связано с цикличностью условий освещения Земли Солнцем в течение года и значительной вероятностью спутать как соседние события, так и первое затмение с последним, которые имеют схожие свойства.

Оценка формируется суммированием трех составляющих:

1. Правильное указание затмений, происходящих в середине года. События D и А должны идти либо вторым и третьим, либо третьим и четвертым в последовательности. В этом случае выставляется 1 балл. Если при выполнении этого условия они еще и стоят в правильном порядке (D раньше А) – выставляется еще 1 балл.
2. Правильное указание, что затмение В идет четвертым в последовательности, в этом случае выставляется 1 балл.

3. Правильное указание, что затмения С и Е идут первым и пятым в последовательности, что оценивается в 1 балл. Если при выполнении этого условия они оказываются на своих верных местах (затмение С – первое, затмение Е – последнее) – выставляется еще 1 балл.

Максимальная оценка, соответствующая полностью верному ответу, составляет  $2+1+2 = 5$  баллов. При повторе или пропуске любой буквы в ответе все этапы, связанные с этой буквой (А и D на первом этапе, В на втором этапе и С и Е на третьем этапе) – не засчитываются.

#### 9/10/11.4. Пролетая перед Солнцем

**Условие.** Пять малых тел Солнечной системы А, В, С, D, Е пролетели между Солнцем и Землей. В это время все они двигались на небе Земли точно перпендикулярно эклиптике с угловой скоростью  $3.5^\circ$  в сутки. Расстояние от Солнца до этих тел в момент нижнего соединения составляло 0.1 а.е. (А), 0.3 а.е. (В), 0.5 а.е. (С), 0.7 а.е. (D), 0.9 а.е. (Е). Расставьте все малые тела в порядке возрастания эксцентриситета орбит. Известно, что они все в этот момент находились на них в точках перигелия или афелия. Орбиту Земли считать круговой.

**Решение.** Пусть  $r$  – расстояние малого тела от Солнца в указанный момент. Тогда его расстояние от Земли есть  $r_0 - r$ , где  $r_0$  – радиус орбиты Земли. Геоцентрическая скорость тела есть  $\omega(r_0 - r)$ , где  $\omega$  – гелиоцентрическая угловая скорость тела, заданная в условии. Так как астероид находится в перигелии или афелии, он не имеет продольной скорости относительно линии «Солнце – Земля» как в геоцентрической, так и в гелиоцентрической скорости. Гелиоцентрическая скорость астероида есть его геоцентрическая скорость, сложенная с орбитальной скоростью Земли по теореме Пифагора:

$$v^2 = \omega^2 (r_0 - r)^2 + v_0^2 = \omega^2 (r_0 - r)^2 + \frac{GM}{r_0}.$$

Так как тело находится в перигелии или афелии, его гелиоцентрическая скорость связана с эксцентриситетом как

$$v^2 = \frac{GM}{r}(1 \pm e).$$

Здесь знак «+» относится к перигелию, «-» – к афелию. Формула справедлива как для эллиптических, так и параболических и гиперболических орбит. Тогда мы можем записать выражение для эксцентриситета, считая его отрицательным в случае афелия:

$$e = \frac{v^2 r}{GM} - 1 = \frac{r \omega^2 (r_0 - r)^2}{GM} + \frac{r}{r_0} - 1.$$

Для упрощения расчетов мы можем ввести расстояние  $r_c$ , на котором скорость  $\omega$  есть скорость движения по круговой орбите. Оно определяется как:

$$r_c = \left( \frac{GM}{\omega^2} \right)^{1/3} = \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{2/3} = 0.43 \text{ а.е.}$$

Здесь  $\omega_0$  – угловая скорость орбитального вращения Земли. Тогда для эксцентриситета мы имеем:

$$e = \frac{r(r_0 - r)^2}{r_c^3} + \frac{r}{r_0} - 1.$$

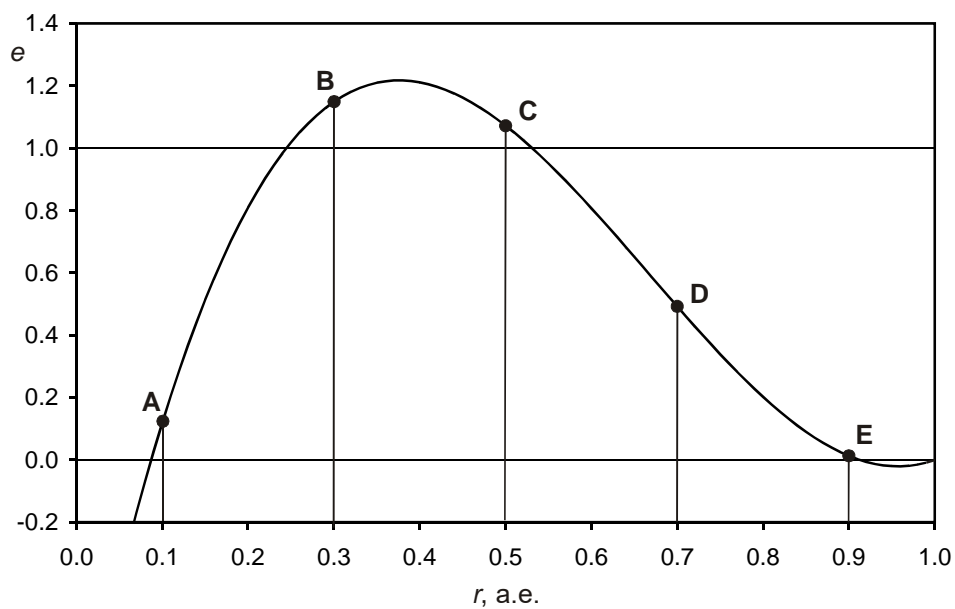
Определяем величины эксцентриситета для пяти интересующих нас расстояний  $r$ :

	$r$ , а.е.	$e$
А	0.1	0.12
В	0.3	1.15
С	0.5	1.07

D	0.7	0.49
E	0.9	0.01

Получаем, что все пять тел находились в перигелии своих орбит, а у двух из них эти орбиты – гиперболические.

**Ответ:** E, A, D, C, B.



**Алгоритм оценивания.** Оценка определяется числом правильных пар в ответе участника аналогично заданию 1.

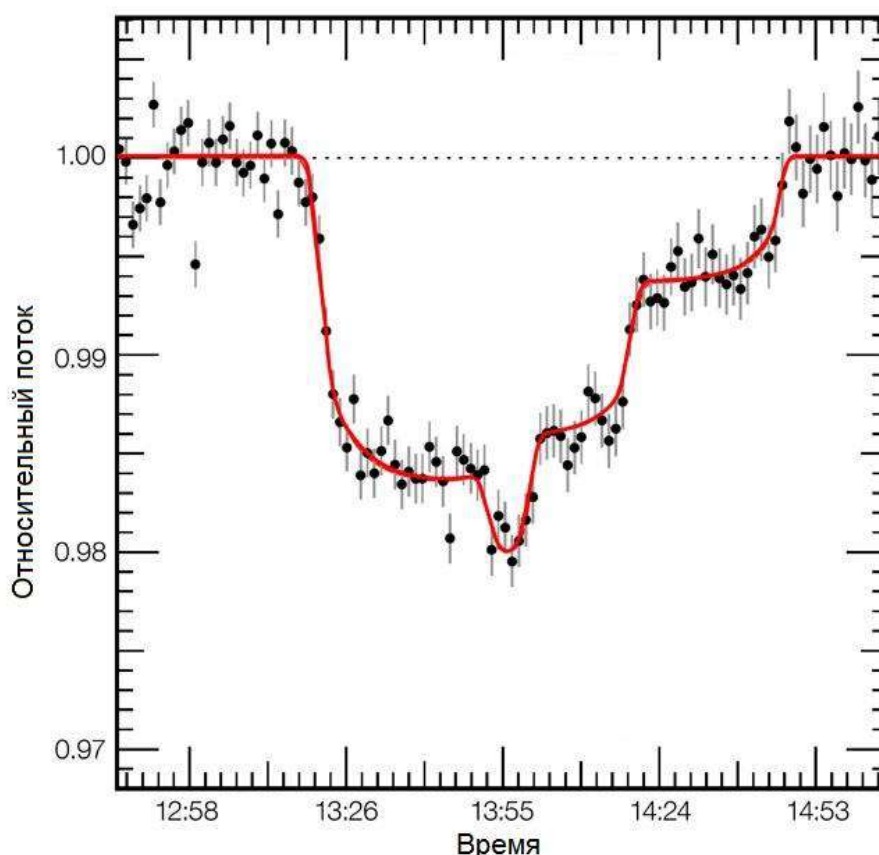


### 9/10/11.5. Тройной транзит TRAPPIST

**Условие (9 класс).** На рисунке представлена кривая блеска звезды – холодного красного карлика TRAPPIST-1 радиусом 0.1 радиуса Солнца при прохождении по её диску трёх планет 11 декабря 2015 года. Для определённости обозначим планеты в порядке окончания их транзита (транзит планеты А закончился первым, планеты С – последним). Известно, что орбиты планет круговые и лежат на луче зрения, а две из трех планет имеют одинаковый размер.

**Условие (10-11 класс).** На рисунке представлена кривая блеска звезды спектрального класса M8V TRAPPIST-1 при прохождении по её диску трёх планет 11 декабря 2015 года. Для определённости обозначим планеты в порядке окончания их транзита (транзит планеты А закончился первым, планеты С – последним). Известно, что орбиты планет круговые и лежат на луче зрения, а две из трех планет имеют одинаковый размер.

- 1) Расставьте в первых трех клетках на листе ответов три планеты в порядке возрастания их радиусов орбит – от меньшего к большему.
- 2) Поставьте в четвертую клетку букву, соответствующую планете, чей размер отличается от двух других;
- 3) Поставьте в пятую клетку символ «А», если планеты схожи по своим размерам с крупнейшими планетами-гигантами Солнечной системы. В противном случае поставьте туда символ «В».

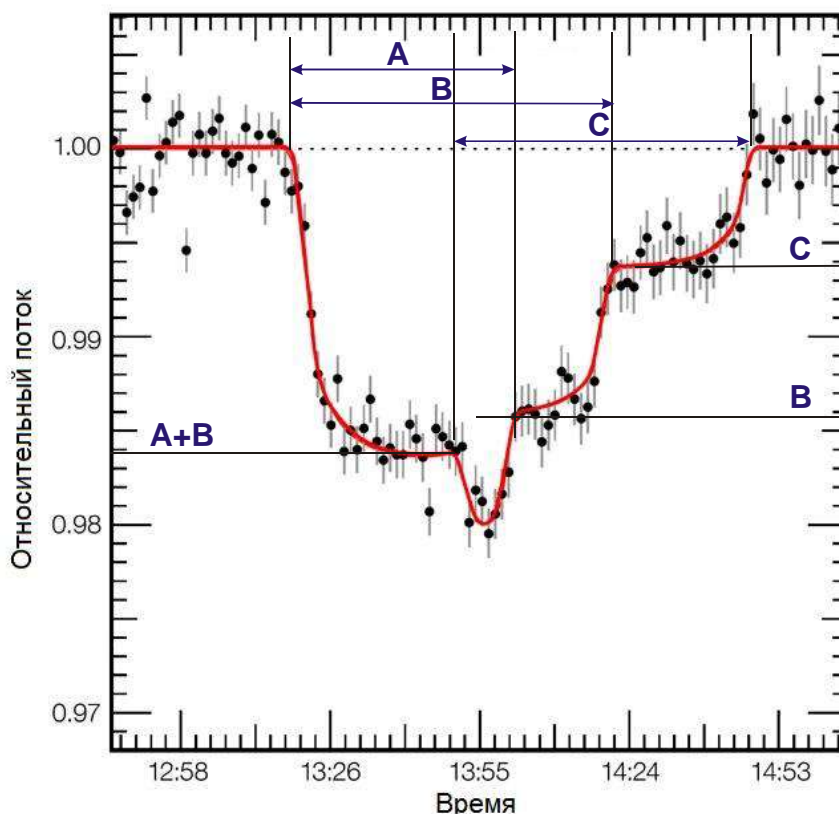


**Решение.** Мы видим, что планеты А, В и С сходили с диска звезды последовательно. Проблема заключается в том, что планета А начала сходиться еще в тот момент, когда на диск заступала другая планета. Это могла быть планета В или С. Другая из этих планет

(соответственно, С или В) заходила на диск звезды вместе с планетой А. Мы видим, что первоначальное уменьшение яркости звезды идет без характерных плато, что позволяет судить о практически одновременном входе двух планет (но без перекрытия их дисков друг с другом, что также было бы заметно).

Нам надо разобраться, какая из двух планет – В или С – вступила на диск звезды раньше, вместе с планетой А. Для этого попробуем оценить видимые площади дисков планет (по отношению к диску звезды). Это можно сделать по фотометрическим данным на выходе планет: для С видимая площадь есть примерно 0.006 от видимой площади звезды, для планеты В – 0.008 от видимой площади звезды. Для планеты А эту величину сразу определить не удастся, так как ее выход совпал со входом на диск другой планеты.

Однако мы можем определить суммарную видимую площадь двух планет, вступивших вместе на диск звезды, она равна 0.016 от видимой площади звезды. Одна из этих планет – А. Если бы второй планетой была С – то видимые площади трех планет составили бы 0.010, 0.008 и 0.006 от видимой площади звезды. Это противоречит условию задачи, в котором сказано, что размер двух планет одинаков. Следовательно, первыми на диск вступили одинаковые по размеру планеты А и В, закрыв по 0.008 поверхности звезды. Планета С чуть меньше, и мы можем сразу поставить букву С в четвертую клетку на листе ответов.



Теперь мы знаем моменты входа и схождения на диск звезды всех трех планет и можем определить длительность прохождения каждой. Мы получаем 33 минуты для планеты А, 65 минут для планеты В и 60 минут для планеты С. Чем дальше планета от звезды – тем дольше она будет находиться на диске при центральном прохождении. Фактор разных размеров планет здесь не играет существенной роли. Действительно, радиус планеты С есть 0.08 от радиуса звезды, радиус планеты В – 0.09 от радиуса звезды. В ходе прохождения вместе с частными фазами планеты В и С проходят путь в 1.09 и 1.08 от диаметра звезды

соответственно. Разница в 1% не компенсирует почти 10% разницы времени прохождения. Итак, в первые три клетки нужно вписать буквы А, С, В.

Наконец, отметим, что красные карлики – холодные звезды малого размера, их радиусы существенно меньше солнечных. Поэтому планеты, имеющие радиус меньше 0.1 радиуса звезды больше похожи по размерам на Землю, чем на Юпитер или Сатурн. В последнюю клетку нужно поставить букву В.

**Ответ:** А, С, В, С, В. Планеты А, В и С – это TRAPPIST-1c, 1f и 1e соответственно. Исходная публикация со схемой транзита:

<https://www.eso.org/public/images/eso1706g/>

**Алгоритм оценивания.** Ответы в первых трех клетках оцениваются, исходя из количества правильных пар в последовательности, аналогично предыдущим задачам. В данном случае максимальное количество правильных пар составляет 3, и оценка за эту часть задания определяется следующим образом:

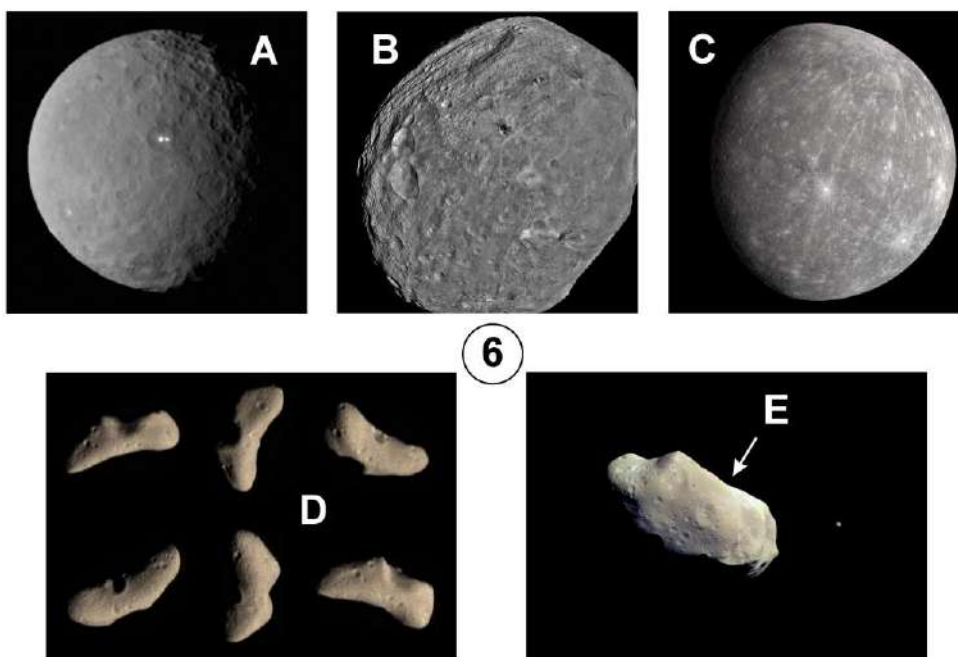
N	Баллы	N	Баллы
0	1*	2	2
1	1	3	3

Правило выставления компенсационного балла (\*) аналогично предыдущим заданиям, он ставится только в том случае, если все три буквы написаны в обратной последовательности (В-С-А). Аналогичны и правила оценивания пропущенных и повторенных ответов в первых трех клетках.

1 балл ставится за правильный ответ (С) в четвертой клетке, 1 балл – за правильный ответ (В) в пятой клетке. Оценка за полностью правильный ответ – 5 баллов.

### 9.6. От малого к большому

**Условие.** Перед Вами фото пяти тел Солнечной системы. Расположите их по размерам – от самого маленького до самого большого.



**Решение:** чем крупнее объект, тем проще ему сохранять сферически-симметричную форму. Следовательно, самым крупным объектом будет объект С, это Меркурий (диаметр 4880 км). Следующий по размеру объект – Церера (А, 900 км). Чуть меньше по размерам будет объект В, это Веста (550 км). С двумя оставшимися объектами ситуация несколько сложнее, но можно заметить на последнем фото (Е) маленький объект рядом с крупным – на снимке изображен двойной астероид. Наиболее известный из них – Ида со спутником Дактиль, довольно крупный объект (размер 60 км). Оставшийся астероид наиболее неправильной формы (D) – Эрос, наименьший по размерам среди представленных объектов (30 км).

**Ответ:** D, E, B, A, C

**Алгоритм оценивания.** Оценка определяется числом правильных пар в ответе участника аналогично заданию 1.

### 9/10/11.7. Звездные соседи

**Условие.** В таблице приведены данные о звездах, расположенных в Галактике недалеко от Солнца: их болометрическая звездная величина при наблюдении с Земли и эффективная температура. Расположите эти звезды в порядке возрастания расстояния от Солнца – от самой близкой до самой далекой. При решении считать, что для этих звезд и Солнца светимость пропорциональна массе в четвертой степени, а радиус – массе в первой степени.

	Звезда	$m_b$	T, К
A	Альтаир	0.8	8000
B	$\tau$ Кита	3.3	5350
C	$\varepsilon$ Эридана	3.4	5100
D	51 Пегаса	5.3	5800
E	Звезда Барнарда	6.3	3130

**Решение.** По закону Стефана-Больцмана, светимость звезды  $L$  пропорциональна квадрату радиуса и четвертой степени температуры:  $L \sim R^2 T^4$ . Для приведенных в условии задачи звезд она также пропорциональна массе в четвертой степени  $L \sim M^4$ . Сама же масса пропорциональна радиусу:  $M \sim R$ . В итоге, мы имеем:

$$L \sim R^4; \quad L \sim R^2 T^4.$$

Отсюда мы получаем, что  $R \sim T^2$  и, в конечном итоге  $L \sim T^8$ . Абсолютная болометрическая звездная величина звезды равна

$$m_{b0} = m_b - 20 \lg (T/T_s),$$

где  $T_s$  – эффективная температура Солнца (5800 К),  $m_{b0}$  – его абсолютная болометрическая звездная величина. Расстояние до звезды в парсеках есть

$$\lg r = 1 + \frac{m_b - m_{b0}}{5}.$$

В данном случае нам даже не нужно вычислять сами расстояния, достаточно определить разности ( $m_b - m_{b0}$ ) и расставить звезды в порядке их возрастания. Результаты представлены в таблице. Там же приведены вычисленные в рамках предположений условия задачи и реальные расстояния  $r_c$  до этих звезд.

	Звезда	$m_b$	T, К	$m_{b0}$	$m_b - m_{b0}$	$r$ , пк	$r_c$ , пк
A	Альтаир	0.8	8000	1.9	-1.1	6.0	5.2
B	$\tau$ Кита	3.3	5350	5.4	-2.1	3.8	3.7
C	$\varepsilon$ Эридана	3.4	5100	5.8	-2.4	3.3	3.2
D	51 Пегаса	5.3	5800	4.7	0.6	13.1	15.0
E	Звезда Барнарда	6.3	3130	10.1	-3.8	1.8	1.8

**Ответ:** E, C, B, A, D.

**Алгоритм оценивания.** Оценка определяется числом правильных пар в ответе участника аналогично заданию 1.