

9 класс
Первый день

9.1. Как-то после уроков Миша выписал на листке десять натуральных чисел. Все десять чисел попарно различны. Известно, что из десяти написанных чисел можно выбрать три числа, делящихся на 5. Также известно, что из написанных десяти чисел можно выбрать четыре числа, делящихся на 4. Может ли сумма всех написанных на доске чисел быть меньше 75?

9.2. На доске девять раз (друг под другом) написали некоторое натуральное число N . Петя к каждому из 9 чисел приписал слева или справа одну ненулевую цифру; при этом все приписанные цифры различны. Какое наибольшее количество простых чисел могло оказаться среди 9 полученных чисел?

9.3. Дан квадратный трёхчлен $P(x)$, не обязательно с целыми коэффициентами. Известно, что при некоторых целых a и b разность $P(a) - P(b)$ является квадратом натурального числа. Докажите, что существует более миллиона таких пар целых чисел (c, d) , что разность $P(c) - P(d)$ также является квадратом натурального числа.

9.4. В компании некоторые пары людей дружат (если A дружит с B , то и B дружит с A). Оказалось, что среди каждых 100 человек в компании количество пар дружащих людей нечётно. Найдите наибольшее возможное количество человек в такой компании.

9.5. Пусть CE – биссектриса в остроугольном треугольнике ABC . На внешней биссектрисе угла ACB отмечена точка D , а на стороне BC – точка F , причём $\angle BAD = 90^\circ = \angle DEF$. Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника CEF , лежит на прямой BD .