

Тренерский штаб сборной России по астрономии и астрофизике
Методическая комиссия олимпиады школьников по астрономии имени В. Я. Струве



I Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве

**Задания, решения и критерии оценивания
Методическое пособие**

Москва
2022

УДК 52(076.1)

ББК 22.6

I Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве. Задания, решения и критерии оценивания : методическое пособие / Под ред. И. А. Утешева, М. И. Волобуевой. — М.: 2022. — 30 с.

Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве проводится для учащихся 7–8-х классов как дополнение к региональному этапу Всероссийской олимпиады школьников по астрономии, в котором принимают участие 9–11-классники. Олимпиада проводится для популяризации астрономии и других естественных наук, а также для выявления на раннем этапе способных и талантливых учащихся и их привлечения к систематическим занятиям астрономией. Первая олимпиада им. Струве состоялась 26 января 2022 года.

Комплект заданий подготовлен методической комиссией олимпиады школьников по астрономии имени В. Я. Струве
struve.astroedu.ru • struve@astroedu.ru

Авторы-составители: Веселова А. В., СПбГУ (Санкт-Петербург)
Волобуева М. И., РГПУ им. А. И. Герцена (Санкт-Петербург)
Утешев И. А., МФТИ, ЦПМ (Москва)
Шамбин А. И., АГУ (Республика Адыгея)

Редакторы: Утешев И. А.
Волобуева М. И.

Оригинал-макет: Утешев И. А.

Рецензенты: Желтоухов С. Г., МГУ им. М. В. Ломоносова, ЦПМ (Москва)
Фадеев Е. Н., АКЦ ФИАН (Москва)
Эскин Б. Б., СПбГУ (Санкт-Петербург)

Тренерский штаб сборной России по астрономии и астрофизике выражает благодарность Министерству просвещения Российской Федерации и Московскому физико-техническому институту за поддержку инициативы по проведению олимпиады.

Содержание

Общие указания для жюри	4
7 класс	7
7.1 Гигант-рекордсмен	7
7.2 История о Полярном Лисе	9
7.3 В одну линию	11
7.4 Галактический параллакс	13
7.5 Мишки на севере	15
8 класс	17
8.1 Шаровое скопление	17
8.2 Два города	19
8.3 В одну линию	21
8.4 Две планеты	23
8.5 Мишки на севере	25
8.6 Летящая звезда	28
Справочные данные	30

Общие указания для жюри

Характеристика комплекта заданий

Каждая задача оценивается в 8 баллов. Похожие задачи для разных классов имеют одинаковые названия, но разное содержание.

Класс участия	Количество задач	Максимальный результат
7	5	$8 \times 5 = 40$ баллов
8	6	$8 \times 6 = 48$ баллов

Принципы оценивания олимпиадных работ

1. Правильное решение оценивается полным баллом, при этом оно не обязано повторять авторское буквально или логически. Частично верное или совершенно неверное решение оценивается соответственно частичным баллом или нулём.

2. Решение участника разбивается на логические элементы (шаги). Каждый из шагов оценивается независимо в соответствии с критериями, приведёнными после авторского решения задачи. Оценка за задачу равна сумме оценок за каждый из критериев. За каждый из критериев выставляется *целая неотрицательная* оценка. Если критерием предусмотрен штраф, он применяется к полной оценке за критерий. Штрафы в пределах одного критерия складываются*.

3. Каждый критерий оценивается независимо. За одну и ту же ошибку участник не может быть «наказан» дважды.

Так, если критерии подразумевают выполнение последовательности действий и участник допускает ошибку, оценка снижается только за соответствующий шаг, а последующие результаты должны пересчитываться и оцениваться так, будто промежуточный ответ был правильным.

Исключение: если участник получил и проигнорировал заведомо абсурдный ответ (конечный или промежуточный), оценка снижается за все связанные критерии вплоть до нуля.

* Например, если критерий в 3 балла подразумевает вычисление некоторой величины (3 балла), и при этом участник допускает арифметическую ошибку (–1 балл), то итоговая оценка за этот критерий составляет 2 балла.

4. Оригинальные решения, не совпадающие с авторскими, оцениваются по аналогии, если в них возможно выделить аналогичные шаги.

Решение участника может оказаться более эффективным, чем авторское. В таком случае «выпадающие» критерии оцениваются в полном объёме.

5. Если участник совершает ошибку, не предусмотренную в критериях, член жюри самостоятельно определяет величину штрафа.

Оценка *не снижается* за плохой почерк, помарки, недостатки оформления и прочие не относящиеся к сути решения участника элементы, но может быть снижена за запись численных ответов с заведомо абсурдной точностью.

6. Для выставления справедливой оценки необходимо учесть *всю проделанную участником работу*. Некоторые правильные идеи и догадки, имеющие отношение к корректному решению задачи, могут быть оценены суммарно в 1–2 балла даже при отсутствии конкретных продвижений.

7. Не оцениваются элементы, не имеющие отношения к решению конкретной задачи: отвлечённые факты и произвольные формулы. Однако если правильное решение содержит необязательные дополнения и комментарии с грубыми физическими и астрономическими ошибками, оценка может быть снижена.

8. В особенно сложных случаях члены жюри могут обратиться за консультацией в методическую комиссию олимпиады по адресу struve@astroedu.ru.

Организация работы жюри и подведение итогов

0. Жюри олимпиады осуществляет деятельность в соответствии с пунктом 9 Положения об олимпиаде и пунктами 23–35 Требований к организации и проведению олимпиады. Эти документы опубликованы на сайте олимпиады struve.astroedu.ru.

1. Член жюри, ответственный за проверку какой-либо задачи, для обеспечения единообразия проверки должен проверить её решение у *всех* участников соответствующего класса.

2. Каждая задача проверяется независимо двумя членами жюри. В протокол жюри вносится *одна* согласованная оценка за задачу — целое число.

Проверявшие задачу члены жюри проводят совместное обсуждение работ, по оценке которых возникли разногласия. Если устранить разногласия не удалось, окончательное решение принимает председатель жюри или уполномоченный им член жюри. При расхождении оценок за задачу на 1 балл допустимо считать итоговой наибольшую из них без дополнительного обсуждения.

3. Результат участника получается путём сложения итоговых оценок за все задачи.
4. До подведения итогов олимпиады жюри обязано провести показ работ (по запросам участников) и рассмотреть апелляции о несогласии с выставленными баллами. Рассмотрение апелляции проводится в спокойной и доброжелательной обстановке. *Каждый может ошибаться.*
5. Жюри определяет победителей и призёров олимпиады в пределах квоты, установленной организатором олимпиады в субъекте Российской Федерации, исходя из распределения результатов участников каждого класса в отдельности. Рекомендуется избегать ситуаций, когда граница между участниками с разным статусом проводится при небольшой разнице результатов. При определении победителей и призёров крайне рекомендуется исходить исключительно из относительного распределения результатов участников, без оглядки на потенциально возможный максимальный результат. В частности, Положением об олимпиаде *не предусмотрены ограничения* для признания победителем или призёром олимпиады участника, набравшего менее 50 % от максимума.
6. Протоколы жюри направляются в Центральный организационный комитет по адресу **struve@astroedu.ru** в течение трёх рабочих дней со дня их составления.

7 класс

7.1 Гигант-рекордсмен

Красный сверхгигант UY Щита — одна из самых больших известных звёзд. Его радиус достигает 1 900 радиусов Солнца, а масса больше солнечной в 10 раз.

- Оцените среднюю плотность вещества UY Щита. Во сколько раз она больше (или меньше) стандартной плотности земной атмосферы (1.225 кг/м^3)?
- Какие планеты оказались бы внутри этого сверхгиганта, если бы его поместили в центр Солнечной системы вместо Солнца?

Средняя плотность вещества Солнца равна $1.41 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Возможное решение. Плотность ρ звезды прямо пропорциональна массе M звезды и обратно пропорциональна её объёму V . Объём V , в свою очередь, пропорционален кубу радиуса звезды: $V \propto R^3$.

Отношение плотностей UY Щита и Солнца

$$\frac{\rho}{\rho_{\odot}} = \frac{10}{1\,900^3} \approx 1.5 \cdot 10^{-9},$$

откуда плотность UY Щита $\rho \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ кг/м}^3$, что примерно в **600 тысяч раз меньше** плотности земного воздуха.

Рассчитаем радиус UY Щита в астрономических единицах:

$$R = 1\,900R_{\odot} = 1\,900 \cdot 697 \text{ тыс. км} = 1.32 \text{ млрд км} \approx 8.9 \text{ а. е.}$$

Это больше радиусов орбит ближайших к Солнцу пяти планет: **Меркурия, Венеры, Земли, Марса и Юпитера**, но меньше радиуса орбиты Сатурна.

Критерии оценивания:

а1	Утверждение о пропорциональности $V \propto R^3$ либо выражение для объёма $V = \frac{4\pi}{3}R^3$ или аналог	2
	<i>Неверный коэффициент, если приводится равенство</i>	-1
	<i>Неверный показатель степени</i>	-2
а2	Утверждение о пропорциональности $\rho \propto MV^{-1}$ либо выражение $\rho = M/V$	1
а3	Вычисление средней плотности UY Щита непосредственно или в сравнении с Солнцем исходя из формул участника	2
	<i>Арифметическая ошибка</i>	-1
а4	Вычисление отношения плотностей звезды и земной атмосферы исходя из полученного участником значения плотности (допустимая относительная погрешность – 10%)	1
б1	Выражение радиуса UY Щита и (или) радиусов орбит планет в одних единицах измерения	1
б2	Ответ (верное перечисление планет)	1
Всего		8

7.2 История о Полярном Лисе

Небо сегодня было ясное, безоблачное. Толстый Полярный Лис с самого утра смотрел на разгорающуюся зарю в надежде увидеть хотя бы краешек Солнца, как это случилось вчера. Однако надежды не оправдались: вскоре начало темнеть, а Солнце так и не показалось над горизонтом. «Так жить нельзя, — подумал Полярный Лис и решил, что настало время навестить своего дальнего друга, Пустынного Лиса. — У него там Солнца сколько хочешь. Даже тени своей сейчас почти не видно».

- а) В каком направлении Полярный Лис собирался увидеть Солнце?
- б) Что имеет в виду Лис, говоря о поведении теней: «отсутствие» теней наблюдается постоянно или только в какую-то часть дня?
- в) Оцените, какое минимальное расстояние может разделять дома друзей-Лисов.

Рефракцией и угловыми размерами Солнца пренебрегите.

Подсказка. В Антарктиде лисы не водятся.

Возможное решение. В Южном полушарии Земли единственная крупная суша за полярным кругом — это Антарктида. Поскольку «в Антарктиде лисы не водятся», Полярный Лис жил за Северным полярным кругом. В высоких широтах Северного полушария Солнце достигает максимальной высоты над точкой юга. В условии задачи описано наступление полярной ночи, и, очевидно, именно **на юге** и можно было увидеть Солнце в последний раз.

Тени практически «исчезают», когда Солнце находится прямо над головой, вблизи зенита. Такое возможно **около полудня** в близких к экватору областях. Солнце там восходит и заходит каждый день. Утром и вечером, когда высота Солнца над горизонтом мала, наблюдаются длинные тени.

Расстояние будет минимальным, если двигаться строго вдоль географического меридиана. Так как у Полярного Лиса Солнце находится практически на горизонте (едва не взошло), а у Пустынного Лиса — в зените, разница широт их местоположений составляет 90° , что соответствует $1/4$ окружности Земли. Зная длину окружности Земли (или рассчитав её): $C \approx 40$ тыс. км, получаем, что минимальное расстояние составляет **около 10 тыс. км.**

Критерии оценивания:

а1	Полярный Лис находится за Северным полярным кругом	1
а2	Полярный Лис смотрел на юг	1
б1	Тени «исчезают» в полдень <i>либо</i> около полудня	1
б2	Длина теней при этом значительно меняется в течение дня	1
в1	При минимальном расстоянии Лисы — на одном меридиане	1
в2	При этом разность широт Лисов $\approx 90^\circ$ или 1/4 окружности	1
в3	Указание или вычисление длины окружности Земли С	1
в4	Итоговый ответ (допустимая относительная погрешность — 10%)	1
Всего		8

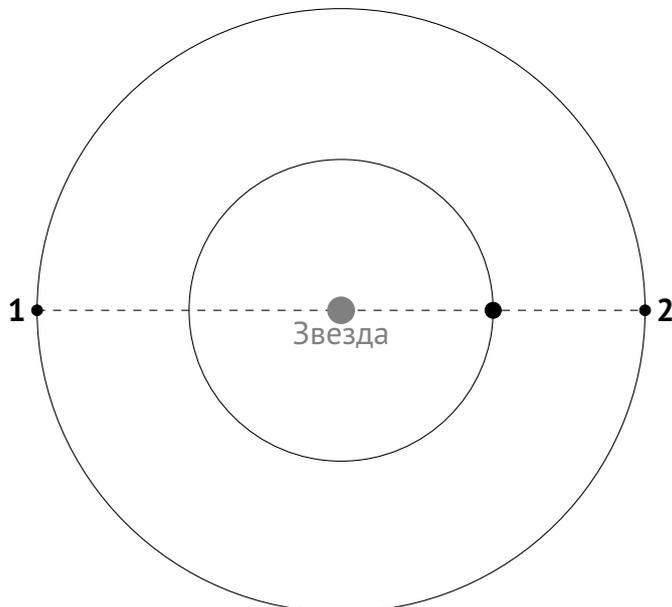
7.3 В одну линию

Наблюдая некоторую звезду, астрономы обнаружили, что в определённый момент времени её центр и центры двух обращающихся вокруг неё экзопланет оказались на одной прямой. Проведя расчёты, учёные пришли к выводу, что в следующий раз центры звезды и планет снова окажутся на одной линии ровно через 10 лет.

- Определите, как часто с дальней от звезды планеты можно наблюдать прохождения ближней планеты по диску звезды.
- Зависит ли ответ от направлений обращения планет вокруг звезды?

Считайте, что планеты обращаются вокруг звезды по круговым орбитам в одной плоскости.

Возможное решение. Будем рассматривать ситуацию относительно более близкой к звезде (внутренней) планеты. Когда центры звезды и планет оказываются на одной линии, более дальняя (внешняя) планета по отношению к внутренней находится либо в соединении (1), либо в противостоянии (2):



Если внешняя планета находится в противостоянии, то через 10 лет наступит соединение, а если она была в соединении, то следующим будет противостояние. Следовательно, промежуток времени между соединением и противостоянием (или наоборот) равен 10 годам.

Прохождение внутренней планеты по диску звезды для наблюдателя на внешней планете происходит, когда внешняя планета находится в противостоянии (в ситуации 2). Интервал между двумя противостояниями в 2 раза больше определённой астрономами величины и составляет **20 лет**.

Ответ от направлений обращения планет **не зависит** (в рассуждениях упоминать о направлениях вообще не потребовалось).

Критерии оценивания:

а1	Планеты и звезда располагаются на одной прямой <i>в двух разных конфигурациях</i>	2
а2	10 лет — промежуток между этими двумя конфигурациями	1
а3	Прохождения внутренней планеты по диску звезды происходят, когда внутренняя планета между звездой и внешней планетой <i>(вне зависимости от конкретного обозначения)</i>	1
а4	Вывод об интервале между прохождениями (ответ)	2
б1	Вывод о независимости ответа от направлений обращения планет	2
Всего		8

7.4 Галактический параллакс

Метод годичного параллакса — один из методов измерения расстояний до звёзд, заключающийся в измерении величины их видимых смещений относительно далёкого фона, обусловленных движением Земли вокруг Солнца. Одна цивилизация терпеливых долгожителей решила по аналогии измерять расстояния с помощью «галактического параллакса», наблюдая удалённые объекты с противоположных точек орбиты их звезды вокруг центра галактики.

- Во сколько раз «галактический парсек» был бы больше привычного нам парсека, если бы терпеливые долгожители жили на Земле?
- Оцените «галактический параллакс» галактики Андромеды для жителей Земли, если расстояние до неё — около 800 килопарсеков. Изменением расстояния между галактиками за время измерения параллакса пренебрегите.

Расстояние от Солнца до центра нашей Галактики составляет 8 килопарсеков.

Возможное решение. Парсек — это расстояние, соответствующее годичному параллаксу в одну угловую секунду. Параллаксы далёких объектов малы, можно считать их пропорциональными длине «базы». В случае обычного параллакса «базой» является расстояние от Земли до Солнца, в случае «галактического параллакса» — расстояние до центра Галактики.

В 1 парсеке содержится 206 265 а. е. Тогда отношение «галактического парсека» к обычному равно

$$\frac{8 \text{ кпк}}{1 \text{ а. е.}} = \frac{8000 \text{ пк}}{\frac{1}{206265} \text{ пк}} = 1.65 \cdot 10^9,$$

то есть «галактический парсек» больше **в 1.65 млрд раз.**

Расстояние до галактики Андромеды в «галактических парсеках» равно

$$\frac{800 \cdot 10^3}{1.65 \cdot 10^9} \approx 4.8 \cdot 10^{-4}.$$

Тогда её «галактический параллакс»

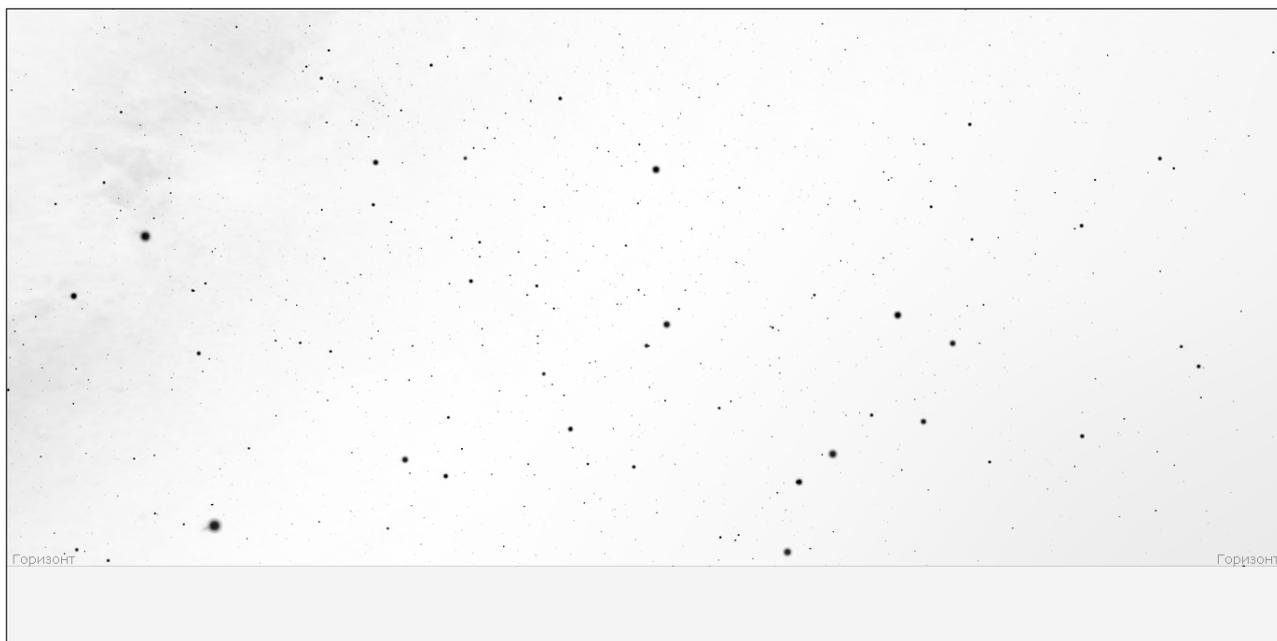
$$\frac{1''}{4.8 \cdot 10^{-4}} = 2083'' \approx 35' \approx 0.6^\circ.$$

Критерии оценивания:

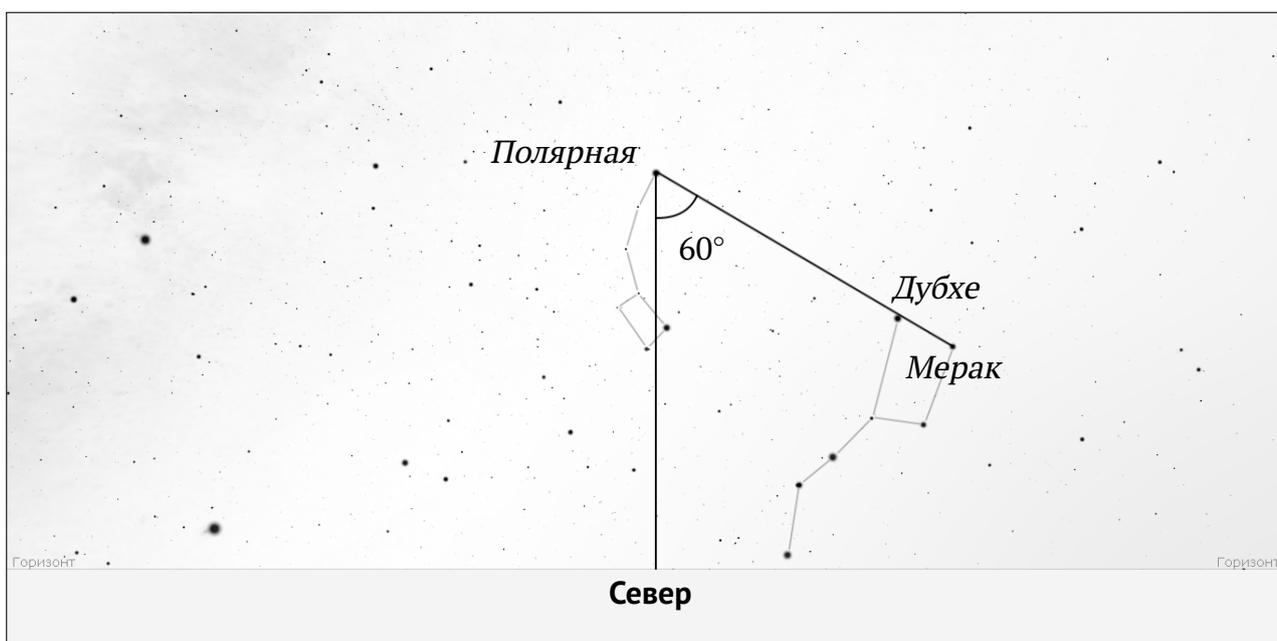
a1	Парсек соответствует [годовому] параллаксу в 1''	1
a2	Величина параллакса [примерно] пропорциональна длине «базы» (обоснование приближением малых углов <i>не требуется</i>)	2
a3	Вычисление отношения «галактического парсека» к обычному <i>В качестве «базы» взят диаметр орбиты, а не радиус</i> <i>Арифметическая ошибка</i>	2 -1 -1
b1	Вычисление «галактического параллакса» галактики Андромеды <i>Арифметическая ошибка</i>	3 -1
Всего		8

7.5 Мишки на севере

Известно, что 22 сентября в 23 часа по местному времени линия, проведённая через крайние звезды «ковша» Большой Медведицы, от Мерака к Дубхе, указывает на Полярную, а от Дубхе к Мераку — упирается точно в точку севера. Какому моменту того же дня соответствует приведённое изображение симуляции звёздного неба?



Возможное решение.



Линия Мерак – Дубхе всегда указывает на Полярную звезду, расположенную около Северного полюса мира, вокруг которого происходит видимое суточное вращение звёзд. Эту линию возможно использовать в качестве аналога стрелки часов.

В начальный момент времени линия Полярная – Дубхе – Мерак расположена вертикально и пересекается с горизонтом в точке севера. Находим на рисунке «ковши» Большой и Малой Медведицы, отмечаем на рисунке новое положение линии Полярная – Дубхе – Мерак, а также вертикальную линию от Полярной к точке севера.

Если смотреть на Полярную звезду, вращение небесной сферы происходит против часовой стрелки. Измеряем получившийся угол поворота — это можно сделать любым способом, например, непосредственно с помощью транспортира или воспользовавшись какими-либо геометрическими построениями (например, можно вспомнить о свойствах прямоугольного треугольника, у которого один из катетов в 2 раза короче гипотенузы). Получаем, что небесная сфера повернулась на 60° .

Полный оборот небесной сферы в 360° соответствует примерно 24 часам. За 1 час небесная сфера поворачивается на $360/24 = 15^\circ$. С начального момента прошло около $60/15 = 4$ часов. Местное время составляет $23 + 4 = 3$ часа ночи.

Критерии оценивания:

1	Метод измерения угла поворота небесной сферы: <i>что</i> измеряем и <i>как</i>	2
2	Величина угла поворота [55° ; 65°] <i>Неточное измерение</i> : [50° ; 70°]	2 -1
3	Угловая скорость вращения небесной сферы <i>либо</i> иное соотношение между углом поворота и временем (без учёта различия между солнечными и звёздными сутками)	2
4	Ответ <i>исходя из полученного участником значения</i> угла (допустимая погрешность — 15 минут) <i>Неверное направление вращения небесной сферы</i>	2 -2
Всего		8

8 класс

8.1 Шаровое скопление

Шаровое звёздное скопление состоит из 100 тысяч звёзд, причём среднее расстояние между соседними звёздами составляет 0.3 парсека. Считая, что звёзды в скоплении распределены однородно, определите видимый угловой диаметр скопления при наблюдении с расстояния 4 килопарсека. Где в нашей Галактике располагаются такие объекты?

Возможное решение. Сначала определим радиус скопления, для чего найдём его объём. Среднее расстояние между звездами скопления $l = 0.3$ пк, тогда в среднем на каждую звезду приходится $l^3 \sim (0.3 \text{ пк})^3 = 0.027 \text{ пк}^3$. Полный объём скопления

$$V = 27 \cdot 10^{-3} \text{ пк}^3 \times 10^5 = 2700 \text{ пк}^3.$$

Считая скопление шаром, оценим его радиус:

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 8.6 \text{ пк}.$$

Величина получилась заниженная, что неудивительно, поскольку в настоящих шаровых скоплениях звёзды распределены неоднородно, внешние части заметно разреженнее ядра. Тем не менее, по нашим расчётам диаметр скопления оказывается равным 17.2 пк.

Определим, под каким углом скопление видно с расстояния 4 кпк. В случае, когда размеры наблюдаемого объекта гораздо меньше расстояния до него, угловые размеры прямо пропорциональны линейным и обратно пропорциональны расстоянию до объекта. Известно, что отрезок длиной 1 а. е. с расстояния 1 пк = 206 265 а. е. наблюдается под углом 1". Тогда угловой диаметр скопления

$$1'' \times \frac{17.2 \text{ пк}}{1 \text{ а. е.}} \times \frac{1 \text{ пк}}{4 \cdot 10^3 \text{ пк}} = 1'' \times \frac{17.2 \text{ пк}}{4 \cdot 10^3 \text{ пк}} \times \frac{1 \text{ пк}}{1 \text{ а. е.}} = 206 \, 265'' \times \frac{17.2}{4 \cdot 10^3} = 887'' \approx 15'.$$

Шаровые звёздные скопления — одни из наиболее старых объектов в Галактике. Они расположены в сфероидальных структурных компонентах: **в гало** и в центральном утолщении — **балдже**.

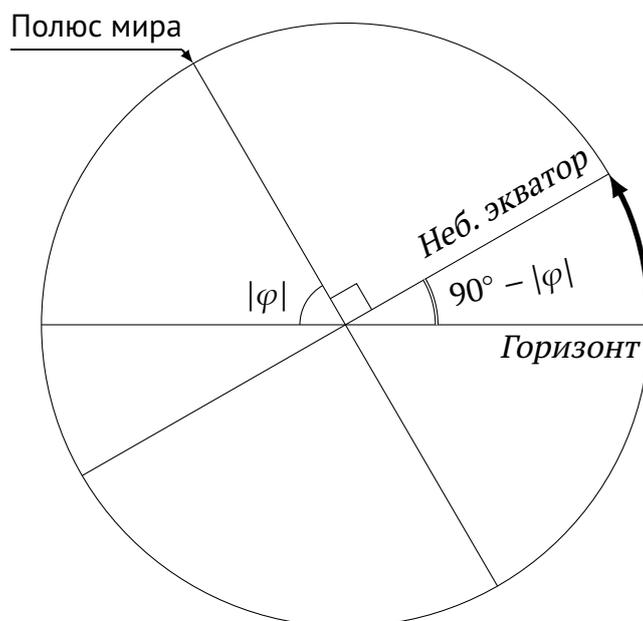
Критерии оценивания:

a1	Оценка объёма V скопления (допустимо оценивать приходящийся на звезду средний объём с коэффициентом $[0.5; 5]$ при l^3). <i>Арифметическая ошибка</i>	2 -1
a2	Вычисление радиуса R или диаметра скопления исходя из полученного участником значения объёма <i>Арифметическая ошибка</i>	2 -1
a3	Вычисление углового диаметра скопления исходя из полученного участником значения радиуса (диаметра) <i>Арифметическая ошибка</i> <i>Перепутаны радиус и диаметр</i>	3 -1 -1
b1	Верное указание хотя бы одного из возможных местоположений (в т. ч. в форме описания, например, «вблизи центра Галактики»)	1
Всего		8

8.2 Два города

Юные любители астрономии Алиса и Базилио наблюдают одну и ту же звезду. Алиса заметила, что звезда находится над горизонтом ровно половину звёздных суток. Базилио определил, что наибольшая высота звезды над горизонтом — всего 21° , и достигается она ровно в тот момент, когда в городе Алисы звезда заходит. Определите координаты пункта, в котором находится Базилио, если Алиса живёт в городе с координатами 54° с. ш., 123° в. д. Атмосферной рефракцией пренебрегите.

Возможное решение. Алиса находится не на экваторе, поэтому из утверждения о том, что звезда половину суток находится над горизонтом, заключаем, что звезда расположена на небесном экваторе, её склонение равно нулю.



Как известно и как нетрудно показать, высота наивысшей точки небесного экватора над горизонтом равна $90^\circ - |\varphi|$. Зная, что для Базилио наибольшая высота звезды составляла 21° , находим возможные широты:

$$\varphi_B = \pm(90^\circ - 21^\circ) = \pm 69^\circ,$$

то есть 69° с. ш. или 69° ю. ш.

Экваториальная звезда для любого наблюдателя находится над горизонтом ровно половину звёздных суток — 12 звёздных часов. От момента достижения максимальной высоты (верхней кульминации) до захода проходит четверть суток — 6 звёздных часов.

Сопоставляя наблюдения, приходим к выводу, что разность долгот Алисы и Базилио составляет 6 часов, то есть 90° . При этом Базилио находится западнее, поскольку для него звезда кульминирует позже, чем для Алисы. Долгота Базилио

$$\lambda_B = 123^\circ - 90^\circ = 33^\circ \text{ в. д.}$$

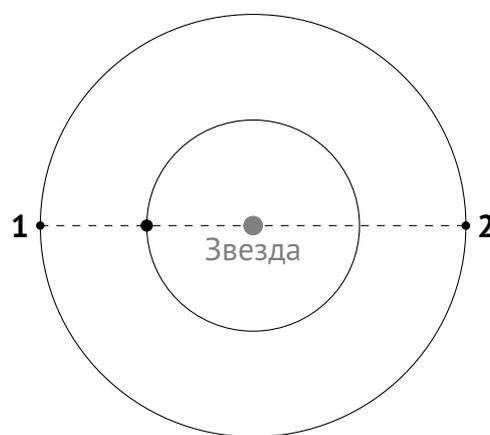
Критерии оценивания:

a1	Звезда находится на небесном экваторе	1
a2	Высота наивысшей точки небесного экватора на широте φ (результат без модуля также засчитывается)	1
a3	Возможные значения широт Базилио φ_B	2
	<i>Потерян один из случаев</i>	-1
	<i>Арифметическая ошибка</i>	-1
b1	Разность долгот Базилио и Алисы	2
b2	Базилио западнее Алисы	1
b3	Долгота Базилио λ_B	1
Всего		8

8.3 В одну линию

Наблюдая некоторую звезду, астрономы обнаружили, что в определённый момент времени произошёл «парад планет»: центры звезды и трёх обращающихся вокруг неё экзопланет оказались на одной прямой (по одну сторону от звезды). Проведя расчёты, учёные пришли к выводу, что в следующий раз центры звезды и планет А и Б снова окажутся на одной прямой ровно через 10 лет. Аналогичное событие для пары планет А и В произойдёт через 12 лет. Как скоро после «парада планет» совпадут направления от звезды к планетам Б и В? Считайте, что планеты обращаются вокруг звезды в одной плоскости и в одном направлении.

Возможное решение. Рассмотрим движение внешней планеты в системе отсчёта, вращающейся вокруг звезды вместе с внутренней планетой. Когда центры звезды и планет оказываются на одной линии, внешняя планета по отношению к внутренней находится либо в противостоянии (1), либо в соединении (2).



Во время «парада планет» каждая пара планет находилась в положении 1. Планеты А и Б переходят от положения 1 к положению 2 за 10 лет, то есть за 10 лет внутренняя планета как более быстрая обгоняет внешнюю на 180° (половину оборота), а за $S_{AB} = 20$ лет — на один оборот; при этом неизвестно, какая из планет А и Б внешняя, а какая — внутренняя.

Пусть T_A и T_B — периоды обращения планет А и Б соответственно. Тогда

$$\frac{S_{AB}}{T_A} - \frac{S_{AB}}{T_B} = \pm 1 \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} = \pm \frac{1}{S_{AB}}.$$

Для пары планет А и В аналогичным образом приходим к выражению

$$\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} = \pm \frac{1}{S_{AB}},$$

где $S_{AB} = 12 \text{ лет} \times 2 = 24$ года.

Кроме того, для интересующей нас пары Б и В

$$\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_B} = \pm \frac{1}{S_{BB}}.$$

Заметим, что

$$\left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B}\right) - \left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B}\right) = \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_B} = \boxed{\pm \frac{1}{S_{AB}} \mp \frac{1}{S_{AB}} = \pm \frac{1}{S_{BB}}},$$

причём в последнем выражении знаки плюс-минус (минус-плюс) независимы и отражают отношения порядка между T_A , T_B и T_B . Поскольку заведомо $S_{BB} > 0$,

$$S_{BB} = \left| \frac{1}{S_{AB}} \pm \frac{1}{S_{AB}} \right|^{-1} = \left[\frac{120}{11} \text{ года} \approx 10.9 \text{ года}, \right. \\ \left. 120 \text{ лет}^\dagger \right].$$

Заметим, что направления от звезды к планетам Б и В совпадут как раз при условии, что одна из этих планет обгонит другую на оборот, то есть через промежуток времени S_{BB} после «парада планет»: **10.9 или 120 лет.**

Критерии оценивания:

a1	Две планеты и звезда располагаются на одной прямой в двух разных конфигурациях	1
a2	За указанные в условии периоды одна из планет в паре обгоняет другую на половину оборота либо периоды между одинаковыми конфигурациями в паре планет — 20 и 24 года для (А, Б) и (А, В)	1
б1	Связь между синодическим периодом S_{\bullet} и периодами обращения T_{\bullet} либо аналогичное уравнение	2
б2	Связь между синодическими периодами S_{\bullet} всех трёх планет либо аналогичное уравнение	2
б3	Ответы (возможные значения синодического периода S_{BB}) <i>Потерян один из случаев</i>	2 -1
Всего		8

Примечание. При потере одного из случаев **на этапе формул** суммарная оценка за критерии б1 – б3 не может превышать 3 баллов.

[†]Для сомневающихся предъявим для каждого из обнаруженных случаев возможный набор значений периодов планет:

$$T_A = 20 \text{ лет},$$

$$T_A = 15 \text{ лет},$$

$$T_B = 10 \text{ лет},$$

$$T_B = 60 \text{ лет},$$

$$T_B = 120 \text{ лет};$$

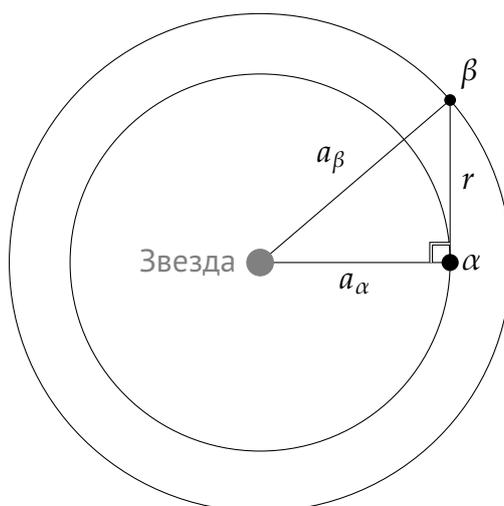
$$T_B = 40 \text{ лет}.$$

8.4 Две планеты

Вокруг звезды солнечной массы по круговым орбитам обращаются планеты Альфа и Бета с периодами обращения 4.00 и 6.00 года соответственно. Радиус Альфы равен 5 тыс. км, Беты — 12 тыс. км. Плоскости орбит совпадают, а оси вращения планет им перпендикулярны. Радиолокацию Беты проводят в день, когда на экваторе Альфы восход планеты происходит за четверть суток до восхода звезды.

- Сколько времени пройдет между отправкой и приёмом сигнала в обсерватории на экваторе Альфы?
- Какова фаза Альфы при наблюдении с Беты в этот момент (в процентах)?

Возможное решение. Поскольку Бета восходит за четверть суток до звезды, угол между Бетой и звездой для наблюдателя на Альфе составляет 90° . Иными словами, Бета находится в квадратуре, а треугольник Бета – Альфа – звезда прямоугольный.



Для определения продолжительности радиолокации необходимо определить расстояние между планетами. Для этого сперва определим радиусы орбит планет. Масса звезды равна массе Солнца, поэтому возможно применить третий закон Кеплера в простой формулировке:

$$\left(\frac{T}{1 \text{ год}}\right)^2 = \left(\frac{a}{1 \text{ а. е.}}\right)^3 \quad \longrightarrow \quad a = (T [\text{в годах}])^{2/3} \text{ а. е.}$$

Получаем радиус орбиты Альфы $a_\alpha = 2.52 \text{ а. е.}$, Беты — $a_\beta = 3.30 \text{ а. е.}$

Расстояние между планетами определяем по теореме Пифагора:

$$r = \sqrt{a_{\beta}^2 - a_{\alpha}^2} = \sqrt{3.30^2 - 2.52^2} \text{ (а. е.)} \approx 2.13 \text{ а. е.}$$

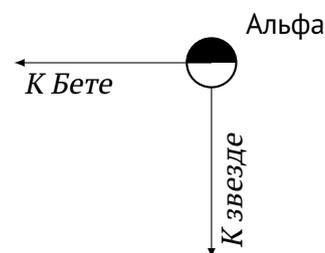
Сигнал должен преодолеть это расстояние дважды: по пути к Бете и обратно, всего

$$2 \times 2.13 \text{ а. е.} = 4.26 \text{ а. е.} = 6.37 \cdot 10^8 \text{ км.}$$

Радиосигнал, двигаясь со скоростью света, преодолевает такой путь за

$$\frac{6.37 \cdot 10^8 \text{ км}}{3 \cdot 10^5 \text{ км/с}} = 2.1 \cdot 10^3 \text{ с} = \mathbf{35 \text{ мин.}}$$

Угол между направлениями на Бету и звезду для наблюдателя на Альфе прямой, поэтому наблюдатель на Бете видит ровно половину освещённой поверхности Альфы — её фаза равна **50 %**.



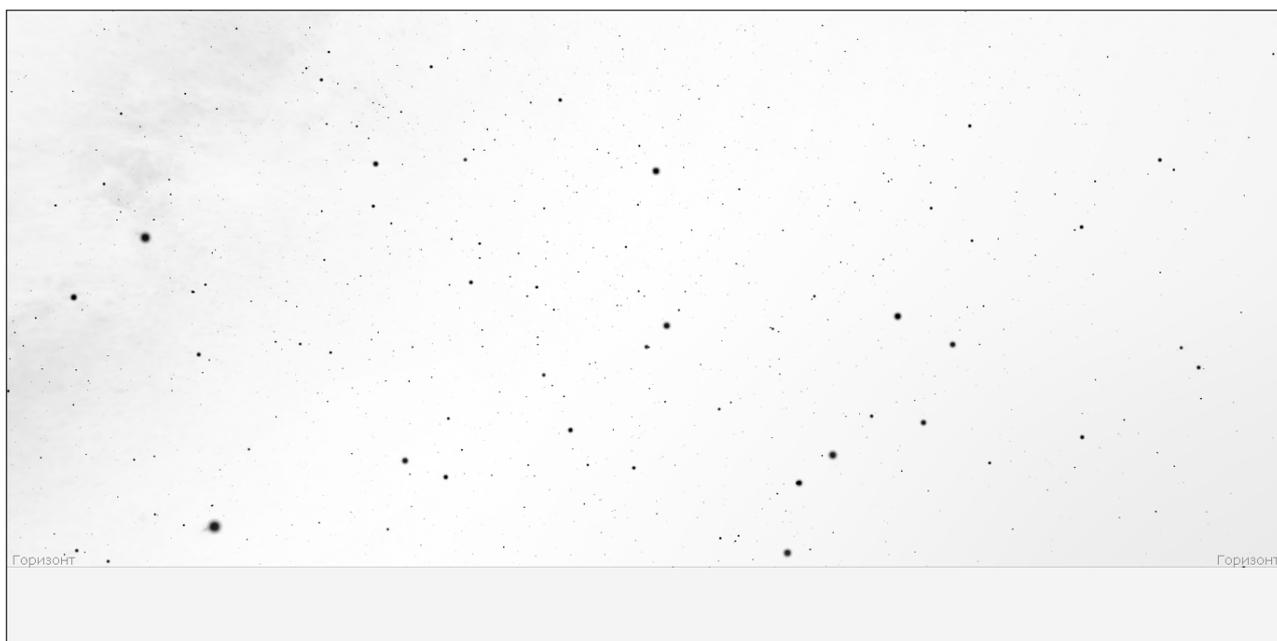
Критерии оценивания:

а1	Угол звезда – Альфа – Бета прямой	1
а2	Третий закон Кеплера либо уравнение кругового движения, связывающее периоды обращения и радиусы орбит	1
а3	Радиусы орбит a_{α} и a_{β}	1 + 1
а4	Выражение для расстояния между планетами	1
а5	Ответ для продолжительности радиолокации	2
	Потерян коэффициент 2 («туда–обратно»)	-1
	Неверная скорость радиосигнала	-1
	Арифметическая ошибка	-1
б1	Фаза в процентах	1
Всего		8

8.5 Мишки на севере

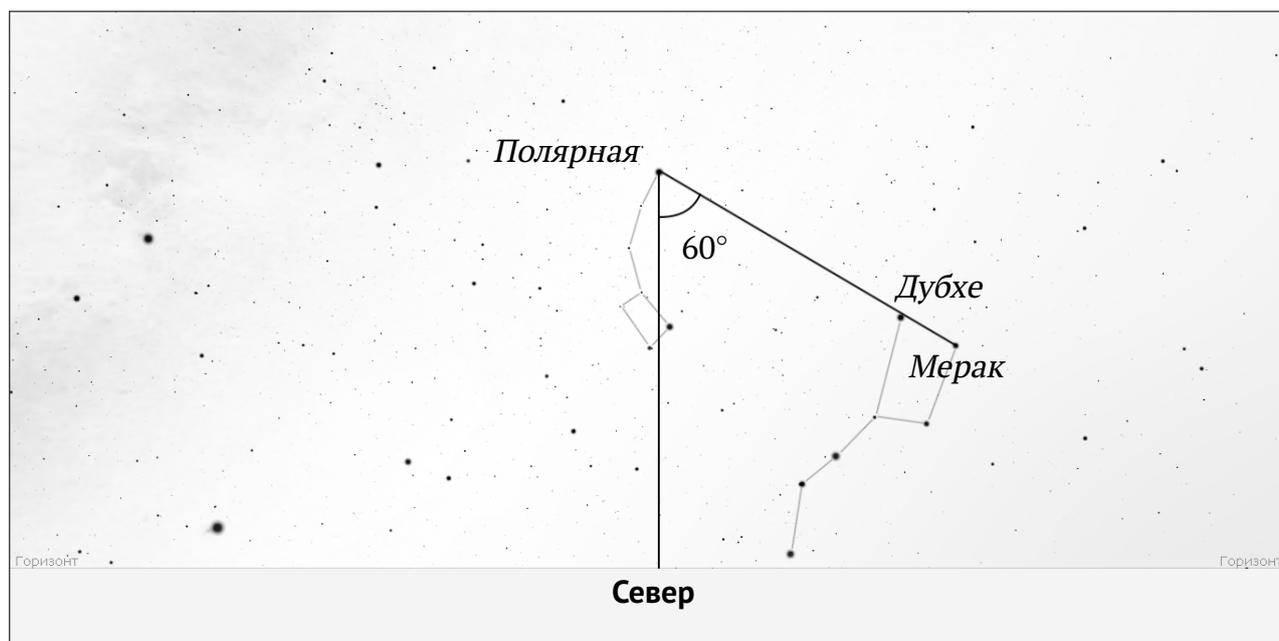
Известно, что 22 сентября в 23 часа по местному времени линия, проведённая через крайние звезды «ковша» Большой Медведицы, от Мерака к Дубхе, указывает на Полярную, а от Дубхе к Мераку — упирается точно в точку севера. Какому моменту соответствует приведённое изображение симуляции звёздного неба:

- а) на тот же день (22 сентября);
- б) на 21 декабря?



Возможное решение. Линия Мерак – Дубхе всегда указывает на Полярную звезду, расположенную около Северного полюса мира, вокруг которого происходит видимое суточное вращение звёзд. Эту линию возможно использовать в качестве аналога стрелки часов.

В начальный момент времени линия Полярная – Дубхе – Мерак расположена вертикально и пересекается с горизонтом в точке севера. Находим на рисунке «ковши» Большой и Малой Медведицы, отмечаем на рисунке новое положение линии Полярная – Дубхе – Мерак, а также вертикальную линию от Полярной к точке севера.



Если смотреть на Полярную звезду, вращение небесной сферы происходит против часовой стрелки. Измеряем получившийся угол поворота — это можно сделать любым способом, например, непосредственно с помощью транспортира или воспользовавшись какими-либо геометрическими построениями (например, можно вспомнить о свойствах прямоугольного треугольника, у которого один из катетов в 2 раза короче гипотенузы). Получаем, что небесная сфера повернулась на 60° .

Рассмотрим ситуацию, когда действие происходит внутри одного дня (22 сентября). Полный оборот небесной сферы в 360° соответствует примерно 24 часам. За 1 час небесная сфера поворачивается на $360/24 = 15^\circ$. С начального момента прошло около $60/15 = 4$ часов. Местное время составляет $23 + 4 = 3$ часа ночи.

Что изменится через 3 месяца, 21 декабря? Теперь придётся учесть, что солнечные сутки слегка длиннее звёздных из-за движения Земли по орбите вокруг Солнца. В звёздных сутках 23 ч 56 мин 04 с, поэтому любое конкретное расположение звёзд относительно горизонта на следующий день повторяется на 3 минуты 56 секунд *раньше*, чем в предыдущий. За год накапливается расхождение на целые сутки. Соответственно, за 3 месяца = $1/4$ года расхождение составит $1/4$ суток = 6 часов, то есть 21 декабря приведённое изображение соответствует $23 + 4 - 6 = 21$ часу.

Критерии оценивания:

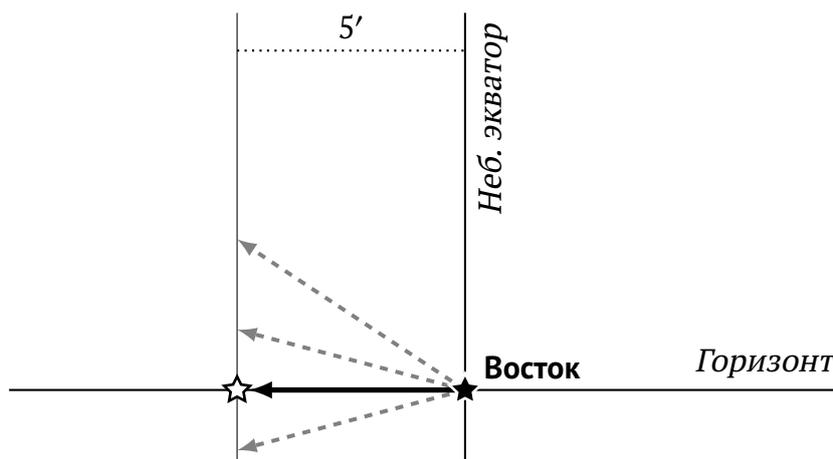
а1	Метод измерения угла поворота небесной сферы: что измеряем и как	2
а2	Величина угла поворота [55°; 65°]	1
а3	Угловая скорость вращения небесной сферы либо иное соотношение между углом поворота и временем (без учёта различия между солнечными и звёздными сутками)	1
а4	Ответ для 21.09 исходя из полученного участником значения угла (допустимая погрешность — 15 минут) <i>Неверное направление вращения небесной сферы</i>	1 -1
б1	Накопленная разница между солнечным и звёздным временем (допустимая погрешность — 15 минут)	2
б2	Ответ для 21.12 исходя из полученных участником значений <i>Учёт накопленной разницы с неверным знаком</i>	1 -1
Всего		8

8.6 Летящая звезда

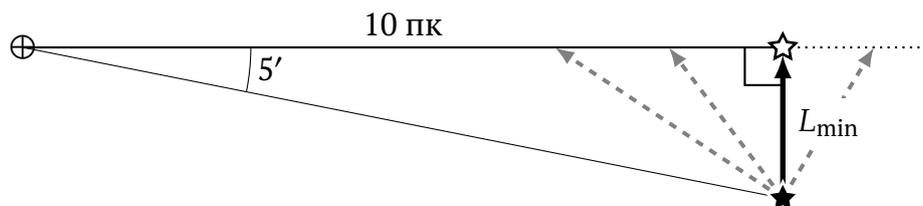
100 лет назад звезда восходила точно в точке востока, а в настоящее время для экваториального наблюдателя она восходит в точке с астрономическим азимутом $269^\circ 55'$. Оцените наименьшую возможную скорость звезды относительно Солнца, если в настоящее время расстояние до неё составляет 10 парсеков. Считайте, что изменение экваториальных координат (склонения и прямого восхождения) светила обусловлено только его собственным движением.

Возможное решение. Астрономический азимут точки востока — ровно 270° , откуда сделаем вывод, что за 100 лет азимут точки восхода звезды изменился на $5'$.

На земном экваторе суточные параллели светил образуют с горизонтом прямой угол, поэтому смещение звезды на небе составило не менее $\ell_{\min} = 5'$:



Определим минимальное расстояние L_{\min} , которое звезда должна была пройти за 100 лет, чтобы её угловое смещение составило ℓ_{\min} . В оптимальном случае перемещение происходит перпендикулярно лучу зрения:



$$L_{\min} = 10 \text{ пк} \times \operatorname{tg} \ell_{\min} = 0.0145 \text{ пк} = 3000 \text{ а. е.} = 4.5 \cdot 10^{11} \text{ км.}$$

Поскольку угол ℓ_{\min} мал, можно провести расчёт и без использования тригонометрии. Длина отрезка L_{\min} оценивается как длина соответствующей дуги:

$$L_{\min} \approx 2\pi \times 10 \text{ пк} \times \frac{5'}{360^\circ} = 0.0145 \text{ пк}.$$

В результате имеем наименьшую возможную скорость звезды

$$v_{\min} = \frac{L_{\min}}{100 \text{ лет}} = 30 \text{ а. е./год} = \frac{4.5 \cdot 10^{11} \text{ км}}{100 \times 365.25 \times 86400 \text{ с}} = 142 \text{ км/с}.$$

Впрочем, возможно было и сразу связать тангенциальную скорость и собственное движение звезды ($5' = 300''$), зная, что $1 \text{ пк} \times 1'' = 1 \text{ а. е.}$:

$$v_{\min} = \frac{10 \text{ пк} \times 300''}{100 \text{ лет}} = 30 \text{ а. е./год}.$$

Критерии оценивания:

1	Величина изменения азимута	1
2	Минимальное угловое смещение ℓ_{\min}	2
3	Минимальное расстояние L_{\min}	3
4	Наименьшая возможная скорость звезды v_{\min} <i>(в любых единицах)</i>	2
Всего		8

Справочные данные

Некоторые основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Масса протона	$m_p = 1.673 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса электрона	$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Астрономическая единица	$1 \text{ а. е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Парсек	$1 \text{ пк} = 206\,265 \text{ а. е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Данные о Солнце, Земле и Луне

Светимость Солнца	$L_{\odot} = 3.88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
Видимая звёздная величина Солнца	$m_{\odot} = -26.8^{\text{m}}$
Эффективная температура Солнца	$T_{\odot, \text{eff}} = 5.8 \cdot 10^3 \text{ К}$
Поток энергии на расстоянии Земли	$E_{\odot} = 1.4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$
Тропический год	$= 365.24219 \text{ сут.}$
Средняя орбитальная скорость	$= 29.8 \text{ км/с}$
Звёздные сутки	$= 23 \text{ ч } 56 \text{ мин } 04 \text{ с}$
Наклон экватора к эклиптике	$\varepsilon = 23.44^{\circ}$
Сидерический месяц	$= 27.32 \text{ сут.}$
Синодический месяц	$= 29.53 \text{ сут.}$
Видимая звёздная величина полной Луны	$m_{\zeta} = -12.7^{\text{m}}$

Характеристики Солнца, планет Солнечной системы и Луны

	Радиус орбиты, а. е.	Орбитальный период	Масса, кг	Радиус, 10^3 км	Осевой период
☉ Солнце			$1.989 \cdot 10^{30}$	697	25.38 сут.
☿ Меркурий	0.3871	87.97 сут.	$3.302 \cdot 10^{23}$	2.44	58.65 сут.
♀ Венера	0.7233	224.70 сут.	$4.869 \cdot 10^{24}$	6.05	243.02 сут.
♁ Земля	1.0000	365.26 сут.	$5.974 \cdot 10^{24}$	6.37	23.93 ч
☾ ↔ Луна	0.0026	27.32 сут.	$7.348 \cdot 10^{22}$	1.74	<i>синхр.</i>
♂ Марс	1.5237	686.98 сут.	$6.419 \cdot 10^{23}$	3.40	24.62 ч
♃ Юпитер	5.2028	11.862 лет	$1.899 \cdot 10^{27}$	71.5	9.92 ч
♄ Сатурн	9.5388	29.458 лет	$5.685 \cdot 10^{26}$	60.3	10.66 ч
♅ Уран	19.1914	84.01 лет	$8.683 \cdot 10^{25}$	25.6	17.24 ч
♆ Нептун	30.0611	164.79 лет	$1.024 \cdot 10^{26}$	24.7	16.11 ч