

# Пригласительный школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

## 9 класс, условия задач

май 2021 г.

**Задача 9.1.** В таблице  $3 \times 3$  расставлены цифры от 1 до 9 (каждая цифра записана ровно в одной клетке). Цифры 1, 2, 3, 4 расположены, как показано на рисунке. Также известно, что сумма цифр, стоящих в клетках, соседних по стороне с цифрой 5, равна 9. Найдите сумму цифр, стоящих в клетках, соседних по стороне с цифрой 6.

1		3
2		4

**Задача 9.2.** В первый час смены мастер изготовил 35 деталей. Затем он понял, что, сохранив текущую скорость, ему придётся задержаться на час, чтобы выполнить план на смену. Увеличив свою скорость на 15 деталей в час, он выполнил план на полчаса раньше окончания смены. Сколько деталей должен изготовить мастер за смену?

**Задача 9.3.** Фермер сказал: «У меня есть  $N$  кроликов. Длинные уши ровно у 13 из них. А умеют далеко прыгать ровно 17 из них».

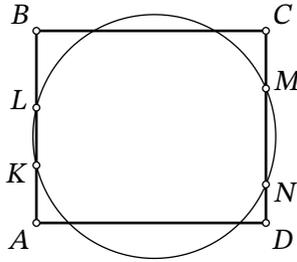
Путник справедливо заметил: «Следовательно, среди Ваших кроликов гарантированно хотя бы 3 кролика одновременно и имеют длинные уши, и умеют далеко прыгать».

Какое наибольшее значение может принимать число  $N$ ?

**Задача 9.4.** За круглым столом сидят 40 рыцарей и 10 самураев. Ровно у 7 рыцарей сосед справа — самурай. Какое наибольшее количество рыцарей могло сидеть рядом с двумя рыцарями?

**Задача 9.5.** Дан прямоугольник  $ABCD$ . Окружность пересекает сторону  $AB$  в точках  $K$  и  $L$ , а сторону  $CD$  — в точках  $M$  и  $N$  соответственно ( $K$  лежит между  $A$  и  $L$ ,  $M$  лежит между

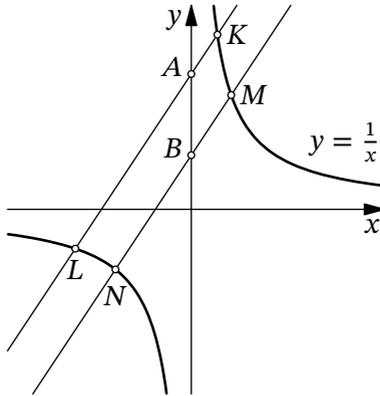
С и N). Найдите длину отрезка MN, если  $AK = 10$ ,  $KL = 17$ ,  $DN = 7$ .



**Задача 9.6.** Учитель написал на доске число. Саша решил разделить его с остатком на 102, а Маша — на 103. Оказалось, что частное, полученное Сашей, и остаток, полученный Машей, в сумме дают 20. Какой остаток получил Саша? Укажите все возможные варианты.

**Задача 9.7.** Через точки  $A(0; 14)$  и  $B(0; 4)$  проведены две параллельные прямые. Первая прямая, проходящая через точку  $A$ , пересекает гиперболу  $y = \frac{1}{x}$  в точках  $K$  и  $L$ . Вторая прямая, проходящая через точку  $B$ , пересекает гиперболу  $y = \frac{1}{x}$  в точках  $M$  и  $N$ .

Чему равно  $\frac{AL - AK}{BN - BM}$ ?



**Задача 9.8.** Компания ребят решила поиграть в компьютерную игру. Любые два человека либо играют сообща, либо друг против друга; причём если игрок  $A$  играет сообща с  $B$ , а  $B$  играет против  $C$ , то  $A$  тоже играет против  $C$ . Из скольких ребят состоит компания, если у каждого игрока было ровно 15 соперников? Укажите все возможные варианты.