Задача №10-1. Три тигра

Поскольку углы в треугольнике, образованном тиграми, остаются постоянными, то в любой момент времени образованный тиграми треугольник подобен исходному. Из этого следует, что все тигры встретятся одновременно.

Найдем скорость изменения расстояния АB. Так как модули скоростей тигров и углы между ними остаются постоянными, то искомая скорость равна $v_{AB} = v_1$ и она постоянна. Время до встречи первого и второго тигров равно $t = L/v$.

Выразим скорости изменения расстояний BC и AC:

$$v_{BC} = v_2 + \frac{v_3}{\sqrt{2}},$$

$$v_{AC} = v_3 + \frac{v_1}{\sqrt{2}}.$$

Поскольку углы в треугольнике ABC остаются постоянными, сохраняются и соотношения между его сторонами. Это означает, что скорости изменений сторон треугольника им пропорциональны:

$$\frac{v_{AB}}{AB} = \frac{v_{BC}}{BC} = \frac{v_{AC}}{AC}.$$

Найдём v_{AC}:

$$\frac{v}{L} = \frac{v_3 + \dfrac{v}{\sqrt{2}}}{L\sqrt{2}} \Rightarrow v_3 = \frac{v}{\sqrt{2}}.$$

Теперь найдём v_{BC}:

$$\frac{v}{L} = \frac{v_2 + \dfrac{v}{2}}{L} \Rightarrow v_2 = \frac{v}{2}.$$

Поскольку модуль скорости второго тигра всегда вдвое меньше модуля скорости первого тигра, а направления скоростей в любой момент взаимно перпендикулярны, то траектории их движения будут подобны друг другу с коэффициентом подобия 2:1. Отсюда следует, что вектора перемещения также будут взаимно перпендикулярны и отличаться по модулю в два раза.

Можно доказать это и строго математически. Рассмотрим малый момент времени dt. Пусть угол между скоростью первого тигра и осью x равен α, тогда угол между скоростью второго тигра и осью x будет равен $\alpha + 90°$. Запишем изменения координат тигров за малое время:

$$dx_1 = v \cos\alpha \cdot dt,$$

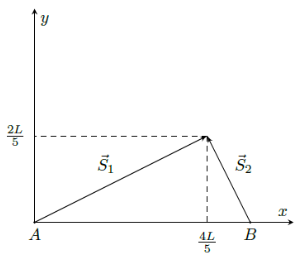
$$dy_1 = v \sin\alpha \cdot dt,$$

$$dx_2 = \frac{v}{2}\cos(\alpha + 90°) \cdot dt = -\frac{v}{2}\sin\alpha \cdot dt,$$

$$dy_2 = \frac{v}{2}\sin(\alpha + 90°) = \frac{v}{2}\cos\alpha \cdot dt.$$

Из полученных уравнений видно, что для любого момента времени $dx_1 = 2dy_2$, $dy_1 = -2dx_2$, это означает, что вектора полных перемещений также отличаются в два раза по модулю и взаимно перпендикулярны.

Поскольку тигры встретились: $\vec{S_1} = \vec{AB} + \vec{S_2}$. Тогда из прямоугольного треугольника находим: $(x_в, y_в) = (4L/5, 2L/5)$.



Величины ускорений тигров не должны превышать μg, поскольку сила трения — единственная сила, действующая на них в горизонтальной плоскости.

Ускорения тигров имеют только нормальную компоненту. Заметим, что в любой момент векторы скоростей тигров вращаются с одинаковыми угловыми скоростями, равными угловой скорости ω вращения треугольника в данный момент времени. Найдём её, рассматривая движение второго тигра относительно первого:

$$\omega = \frac{v_2}{AB} = \frac{v}{2AB},$$

тогда для ускорений получим: $a_1 = \omega v_1$, $a_2 = \omega v_2$, $a_3 = \omega v_3$.

Ускорение первого тигра a_1 всегда больше ускорений двух других, значит, он первым не сможет поддерживать данное движение. Для зависимости a_1 от времени t получим:

$$a_1(t) = \frac{v^2}{2(L - vt)} \leq \mu g,$$

откуда:

$$t \leq \frac{L}{v} - \frac{v}{2\mu g}.$$

Проанализируем полученный ответ. При малых значениях коэффициента трения тигры не смогут даже начать такое движение, поэтому: $\tau = 0$ при $\mu \leqslant \dfrac{v^2}{2gL}$, иначе: $\tau = \dfrac{L}{v} - \dfrac{v}{2\mu g}$ при $\mu > \dfrac{v^2}{2gL}$.

Задача №10-2. Поле цилиндра

Электрическое поле внутри металлического цилиндра равняется нулю. Значит, заряды распределятся по его поверхности так, что создаваемое ими внутри цилиндра электрическое поле равно $\vec{E} = -\vec{E}_0$. Так как распределение зарядов на поверхности второго цилиндра такое же, как на первом, то внутри него создано однородное электрическое поле с напряженностью $-\vec{E}_0$.

При перемещении точечного заряда из левой точки в правую уже сила тяжести не совершит работу. Изменение потенциальной энергии будет равно минус работе электрического поля: $\Delta W_{\text{пот}} = -A_E = 2qE_0R$.

Способ №1.

Введем декартову систему координат, связанную с центром цилиндра. Ось x направим горизонтально вправо, а ось y – вертикально вверх. Запишем функцию потенциальной энергии в зависимости от угла θ.

$$W_{\text{пот}}(\theta) = mgR\sin\theta + E_0qR\cos\theta$$

Обозначим $A = R\sqrt{(mg)^2 + (E_0q)^2}$, тогда

$$W_{\text{пот}}(\theta) = A\left(\frac{mgR}{A}\sin\theta + \frac{E_0qR}{A}\cos\theta\right).$$

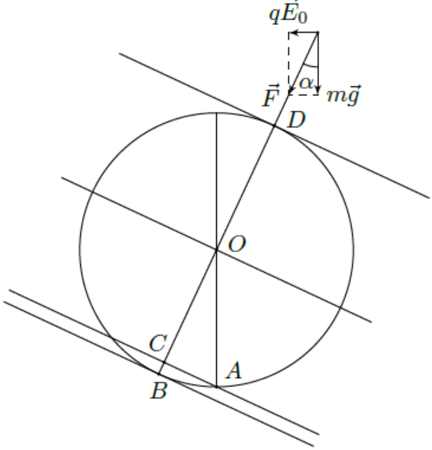
Введем угол $\alpha = \arcsin\dfrac{mgR}{A}$. Легко заметить, что $\cos\alpha = \dfrac{E_0qR}{A}$, тогда выражение для потенциальной энергии примет вид $W_{\text{пот}}(\theta) = A\cos(\theta - \alpha)$.

Скорость будет максимальной в точке, где энергия минимальна. Минимум потенциальной энергии равен $W_{\text{мин}} = -A$. Начальная потенциальная энергия равна $W_0 = -mgR$.

Запишем закон сохранения энергии $W_0 + \frac{mv_0^2}{2} = W_{\text{мин}} + \frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}$. Отсюда

$$v_{\text{макс}} = \sqrt{\left(v_0^2 + \frac{2R}{m}\left(\sqrt{(mg)^2 + (E_0q)^2} - mg\right)\right.} = \sqrt{v_0^2 + 2R\left(\sqrt{g^2 + \left(\frac{qE_0}{m}\right)^2} - g\right)}.$$

Способ №2.



Поле силы тяжести и электростатическое поле однородны, поэтому на шарик будет действовать постоянная равнодействующая F, направленная под углом α к вертикали. $x = \operatorname{tg}\alpha = \frac{E_0q}{mg}$, $F = \frac{mg}{\cos\alpha} = mg\sqrt{x^2+1}$. При действии постоянной силы потенциальная энергия определяется как $W_{\text{пот}} = Fh$, где ось h направлена противоположно направлению силы.

Запишем закон сохранения энергии

$$W_0 + \frac{mv_0^2}{2} = W_{\text{мин}} + \frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}.$$

Минимальная потенциальная энергия будет в точке B.

$$W_0 - W_{\text{мин}} = F \cdot CB = FR(1-\cos\alpha) = mgR\left(\sqrt{x^2+1} - 1\right)$$

Отсюда

$$v_{\text{макс}} = \sqrt{v_0^2 + 2gR\left(\sqrt{x^2+1} - 1\right)} = \sqrt{v_0^2 + 2Rg\left(\sqrt{\left(\frac{qE_0}{m}\right)^2 + 1} - 1\right)}.$$

Способ №1.

Чтобы точечный заряд мог совершить полный оборот, его скорость в любой точке должна быть больше нуля, и сила реакции опоры со стороны оболочки также должна быть больше нуля.

Так как заряд находится в однородном поле сил, являющемся суммой поля тяжести и электрического поля, то максимум потенциальной энергии достигается в точке, где результирующая сила, действующая со стороны поля, перпендикулярна поверхности цилиндра.

Запишем условие отсутствия отрыва

$$ma_{\text{ц}} = \frac{mv^2}{R} > \sqrt{(mg)^2 + (E_0q)^2}.$$

Выразим кинетическую энергию в этой точке

$$W_{\text{мин}} = \frac{mv^2}{2} > \frac{A}{2}.$$

Запишем закон сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} - mgR = W_{\text{мин}} + A,$$

откуда

$$v_0 > \sqrt{\frac{2R}{m}\left(\frac{3}{2}\sqrt{(mg)^2 + (E_0q)^2} + mg\right)}.$$

Способ №2.

Чтобы точечный заряд мог совершить полный оборот, его скорость в любой точке должна быть больше нуля, и сила реакции опоры со стороны оболочки также должна быть больше нуля.

Максимум потенциальной энергии достигается в точке D, где результирующая сила, действующая со стороны поля, перпендикулярна поверхности цилиндра. Запишем закон сохранения энергии

$$W_0 + \frac{mv_0^2}{2} = W_D + \frac{mv^2}{2},$$

где $W_D - W_0 = F \cdot CD = FR(1+\cos\alpha) = mgR\left(\sqrt{x^2+1}+1\right)$.

Запишем условие отсутствия отрыва:

$$ma_{\text{ц}} = \frac{mv^2}{R} > F,$$

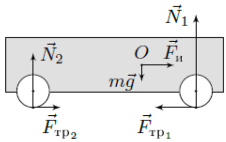
т.е. $v_0^2 = \dfrac{2}{m}(W_D - W_0) + v^2 > 2gR\left(\sqrt{x^2+1}+1\right) + gR\sqrt{x^2+1}$ или

$$v_0 > \sqrt{Rg\left(3\sqrt{\left(\frac{qE_0}{mg}\right)^2+1}+2\right)}.$$

Задача №10-3. Электрическая тележка

Способ №1.

Введем ось x, направленную горизонтально вправо. Пусть тележка движется с горизонтальным ускорением $\vec{a}$. Перейдем в НИСО, связанную с центром масс тележки, при этом добавится сила инерции $\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}$, приложенная к центру масс. Также на тележку будут действовать сила тяжести mg, силы нормального давления N_1 и N_2 со стороны дороги, силы трения μN_1 и μN_2, направленные против скорости нижних точек колёс.



В выбранной системе отсчета тележка покоится, поэтому сумма действующих на нее сил должна быть равна нулю и сумма моментов сил тоже должна быть равна нулю.

Рассмотрим сумму моментов сил относительно точки касания пола левым колесом:

$$mg(l+x) - N_2 \cdot 2l - ma_x h = 0.$$

Выразим силу N_2:

$$N_2 = \frac{mg(l+x) - ma_x h}{2l}.$$

Аналогично поступим с правым колесом:

$$N_1 \cdot 2l - mg(l-x) - ma_x h = 0,$$

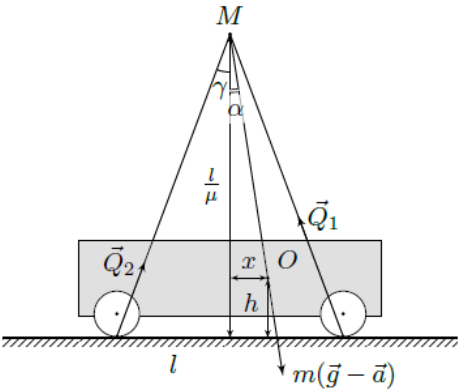
$$N_1 = \frac{mg(l-x) + ma_x h}{2l}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось: $F_{\text{тр}_1} - F_{\text{тр}_2} - ma_x = 0$. Так как по условию колеса начинают быстро вращаться, то они проскальзывают по полу. В таком случае $F_{\text{тр}_i} = N_i$. Учитывая это выразим ускорение:

$$a_x = \frac{gx}{h-l}.$$

По условию $\mu < l/h$, значит $a_x < 0$, значит тележка будет двигаться влево с ускорением, равным по модулю $a = \dfrac{\mu g x}{l - \mu h}$.

Способ №2.



Пусть $\vec{a}$ — ускорение тележки. Объединим силы нормальных реакций опор и трения, действующие на колёса, в полные реакции опор $\vec{Q} = \vec{N} + \vec{F}$.

Перейдём в систему отсчёта, связанную с тележкой. В данной системе отсчёта все силы можно свести к трём: полным реакциям опоры $\vec{Q}_{\text{л}}$ и $\vec{Q}_{\text{п}}$, действующим на левую и правую пары колёс соответственно, а также равнодействующей сил тяжести и инерции $m(\vec{g} - \vec{a})$, приложенной к центру масс тележки.

Поскольку в этой системе отсчёта тележка покоится и на нее действуют силы, приложенные к трём точкам, то по теореме о трёх непараллельных силах продолжения линий действия этих сил пересекаются в одной точке M. Учитывая, что полные реакции опор составляют угол $= \operatorname{arctg}\mu$ с вертикалью, они пересекутся в точке M, находящейся над серединой тележки на высоте $OM = l/\mu$ над поверхностью. Изобразим это на рисунке.

Тогда равнодействующая сил тяжести и инерции должна составлять с вертикалью угол $= \operatorname{arctg}\dfrac{x}{l/\mu - h}$.

Отсюда ускорение тележки равно $a = g\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\alpha g x}{l - \mu h}$ и направлено влево.

Способ №1.

Найдем условие отсутствия переворота. Если тележка не переворачивается, то $N_1, N_2 > 0$.

Для первого условия

$$\frac{mg(l+x) - m\dfrac{\mu g x}{\mu h - l}h}{2l} > 0$$

получим $x > h - l$.

Рассмотрим второе условие

$$\frac{mg(l-x) + m\dfrac{\mu g x}{\mu h - l}h}{2l} > 0,$$

откуда получим $x < l - \mu h$.

Заметим, что с учетом ограничения, данного в условии задачи, второе условие ($\mu h - l < 0$) выполняется всегда. Окончательно получим $x < l - \mu h$.

Способ №2.

Если $\vec{Q}_\text{п}$ проходит ниже центра масс электрокара, то для отсутствия вращения необходимо отрицательное значение нормальной реакции опоры, действующей на левую пару колёс, что невозможно. Значит, левая пара колёс отрывается от поверхности.

Колёса не отрываются при условии $\mu < (l - x)/h$ или $x < l - \mu h$.

Задача №10-4. Неизвестная жидкость под поршнем

Из условия следует, что поршень оторвался от опор и поднялся на высоту $2H$. Если поршень не лежит на опорах, то на него действуют только три силы: сила тяжести, сила атмосферного давления и сила давления паров жидкости. Так как первые две силы постоянны, то и третья будет постоянной. На графике мы видим конечный участок нагрева, на котором давление паров постоянно, следовательно, на этом участке поршень не лежит на опорах. Запишем условие его равновесия.

$$1.5\ p_0 S = Mg + p_0 S,$$

откуда:

$$M = \frac{p_0 S}{2g} = \frac{10^5 \cdot 0.01}{2 \cdot 9.8} = 51 \text{ кг}$$

По условию, изначально под поршнем была только жидкость, а затем установилось термодинамическое равновесие. Значит, возможны два варианта: либо под поршнем изначально находится только пар, либо смесь жидкости и ее насыщенного пара. Если бы к окончанию процесса нагрева жидкость испарилась не полностью, то при постоянном давлении содержимого (равном давлению насыщенного пара жидкости) была бы постоянна и его температура. Из графика видно, что температура содержимого на последнем этапе возрастала при постоянном давлении. Следовательно, к моменту достижения поршнем высоты $2H$ вся жидкость испарилась. Запишем уравнение состояния в момент достижения поршнем высоты $2H$:

$$1.5\ p_0 \cdot 2SH = \frac{m_0 R \cdot 1.5 T_0}{\mu}$$

откуда:

$$m_0 = \frac{2\mu p_0 SH}{RT_0} = \frac{2 \cdot 0.018 \cdot 10^5 \cdot 0.01 \cdot 1}{8.31 \cdot 350} = 12.4\ \text{г}$$

Из уравнения состояния найдём массу пара $m_{\text{п}1}$ под поршнем в момент его отрыва от опор:

$$m_{\text{п}1} = \frac{1.5\ p_0 SH\mu}{1.1\ T_0 R} = 8{,}4\ \text{г}$$

Заметим, что $m_{\text{п}1} < m_0$, это означает, что процесс подъема поршня можно разделить на два этапа. На первом этапе под поршнем при постоянной температуре находится насыщенный пар и жидкость продолжает испаряться. На втором этапе все содержимое цилиндра оказывается в газообразном состоянии и происходит изобарическое расширение с увеличением температуры.

Первый этап представлен на графике одной точкой с координатами $(1.1\ T_0; 1.5\ p_0)$, а второй — горизонтальным отрезком.

Рассмотрим, на что тратится энергия на первом этапе. Жидкость испаряется, при этом часть энергии тратится на разрушение энергии связей между молекулами жидкости $\Delta U_{\text{жидк}}$, а часть — на работу по расширению образовавшегося пара в окружающую среду $A_1 = p(V_\text{г} - V_\text{ж})$. Величина $\Delta U_{\text{жидк}}$ зависит от температуры, при которой происходит фазовый переход. Покажем, что, если объемом вещества в жидком состоянии можно пренебречь по сравнению с объемом в газообразном состоянии, то величина A_1 так же определяется температурой и не зависит от внешнего давления. Действительно, в условиях приближения $A_1 = pV_\text{г} = \nu_\text{г} RT$, где $\nu_\text{г}$ — количество испарившегося вещества. По определению удельная теплота парообразования включает в себя как затраты энергии на разрыв связей между молекулами, так и затраты энергии на совершение работы по расширению в атмосферу. Теплоту Q_1, подведенную на первом этапе, можем выразить:

$$Q_1 = L(m_0 - m_{\text{п}1}).$$

На втором этапе происходит изобарический нагрев пара от температуры $1.1T_0$ до $1.5T_0$. Так как по условию пар можно считать многоатомным газом, то его молярная теплоемкость в данном процессе равна $c_p = 4R$, и эта теплоемкость учитывает как изменение внутренней энергии газа, так и работы по расширению как против сил атмосферного давления, так и против силы тяжести поршня. Тогда тепло, подведенное на втором этапе, можно выразить:

$$Q_2 = \frac{c_p m_0 (1.5T_0 - 1.1T_0)}{\mu} = \frac{16}{5} p_0 SH.$$

Общее количество теплоты, подведенное в процессе подъема поршня:

$$Q = Q_1 + Q_2 = p_0 SH \left(\frac{7\mu L}{11RT_0} + \frac{16}{5} \right) = 10^3 \cdot (8.7 + 3.2) = 11.9 \text{ кДж}$$

Задача №10-5. Термоисточник

При протекании через резистор тока I он нагревается до температуры t. В стационарном режиме, выделяющаяся электрическая мощность равна мощности тепловых потерь. Следовательно, $\beta(t - t_0) = I^2 R_0 \left(1 + \alpha(t - t_0)\right)$, где β — коэффициент тепловых потерь. Откуда

$$t - t_0 = \frac{I^2 R_0}{\beta - I^2 R_0 \alpha}.$$

Установившееся напряжение между клеммами A и B задается выражением:

$$U_{AB} = \mathcal{E} - IR_0 \left(1 + \alpha(t - t_0)\right).$$

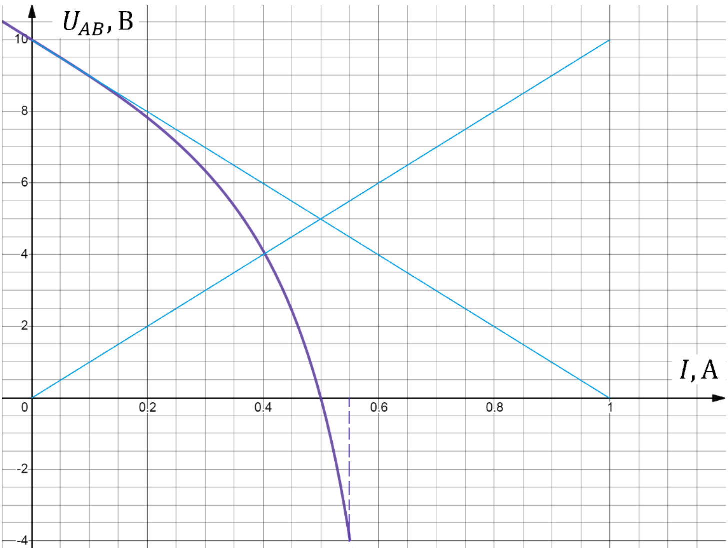
Решая систему уравнений, получим:

$$U_{AB} = \mathcal{E} - \frac{IR_0 \beta}{\beta - I^2 R_0 \alpha}.$$

При $I = 0$ $U_{AB} = \mathcal{E}$. Из графика найдем $\mathcal{E} = 10$ В.

При малых I выражение (*) упрощается до: $U_{AB} = \mathcal{E} - IR_0$.

Проведем касательную к начальному участку графика. Из углового коэффициента определяем $R_0 = 10$ Ом.



Напряжение на клеммах A и B, при подключении к ним резистора с сопротивлением 10 Ом, найдем графически. Построим ВАХ резистора на графике с нагрузочной кривой. Пересечение графиков даст искомый ответ 4.0 В.

График пересекает ось абсцисс при силе тока 0.5 А. При этом

$$\mathcal{E} = \frac{IR_0\beta}{\beta - I^2R_0\alpha},$$

следовательно, $\beta/\alpha = 5.0$ Вт. Аналогичное значение получается при подстановке других точек. При температуре плавления

$$t_{\text{пл}} - t_0 = \frac{I_1^2R_0}{\beta - I_1^2R_0\alpha} = \frac{3.025}{1{,}975\alpha} = 306\ ^\circ\text{C},$$

откуда

$$\alpha = 5.1 \cdot 10^{-3}\ ^\circ\text{C}^{-1}.$$

Выразим ток в зависимости от температуры

$$I^2 = \frac{\beta(t - t_0)}{R_0(1 + \alpha(t - t_0))} = \frac{\beta}{R_0\left(1/(t - t_0) + \alpha\right)}.$$

При $t \to \infty$, $I \to I_{\text{макс}} = \sqrt{\beta/(R_0\alpha)} = 0.71$ А. Значит любой ток более 0.71 А резистор гарантированно не сможет пропустить ни при какой температуре плавления.

Задача **Ru22-10-T1. Три тигра** $\sum =$

Шифр

	Пункт разбалловки	Балл	Наличие
1.1	Показано, что скорость сближения 1 и 2 тигров постоянна и равна	0.50	
1.2	Определено время встречи $t = \frac{L}{v}$	1.00	
2.1	**M1** Отношение скоростей сближения равно отношению сторон.	1.00	
2.2	**M1** Выражение для скорости сближения 2 и 3 тигров $v_{BC} = v_2 + \frac{v_3}{\sqrt{2}}$.	0.50	
2.3	**M1** Выражение для скорости сближения 1 и 3 тигров $v_{AC} = v_3 + \frac{v_1}{\sqrt{2}}$.	0.50	
2.4	**M2** Равенство угловых скоростей вращения сторон треугольника $\omega_{AB} = \omega_{BC} = \omega_{AC}$	0.50	
2.5	**M2** Выражение для угловой скорости вращения стороны AB $\omega_{AB} = \frac{v_2}{AB}$	0.50	
2.6	**M2** Выражение для угловой скорости вращения стороны BC $\omega_{BC} = \frac{v_3}{\sqrt{2}BC}$	0.50	
2.7	**M2** Выражение для угловой скорости вращения стороны AC $\omega_{AC} = \frac{v_1}{\sqrt{2}AC}$	0.50	
2.8	Найдена скорость $v_3 = \frac{v}{\sqrt{2}}$	1.00	
2.9	Найдена скорость $v_2 = \frac{v}{2}$	1.00	
3.1	**M1** Указано, что для длительного периода времени: - векторы перемещений 1 и 2 тигров взаимно перпендикулярны; - модули перемещений соотносятся как 2:1.	2×0.50	
3.2	**M1** Обоснованно, что для длительного периода времени: - векторы перемещений 1 и 2 тигров взаимно перпендикулярны; - модули перемещений соотносятся как 2:1.	2×0.50	
3.3	**M1** Верно записано условие встречи тигров $\vec{S_1} = \vec{AB} + \vec{S_2}$	0.50	
3.4	**M2** Верные утверждения, позволяющие определить место встречи	0.50	
3.5	**M2** Утверждение полностью обоснованно.	2.00	
3.6	**M2** Утверждение частично обоснованно	1.00	
3.7	**M2** Утверждение не обоснованно.	0.00	
3.8	Верная координата $x_в = \frac{4L}{5}$	0.50	
3.9	Верная координата $y_в = \frac{2L}{5}$	0.50	
4.1	Выражение для ускорений тигров через угловую скорость вращения сторон $a_i = \omega v_i$	1.00	
4.2	Выражение для угловой скорости вращения $\omega = \frac{v}{2(L-vt)}$	0.50	
4.3	Выражение для ускорений тигров от времени $a_i(t) = \frac{v}{2(L-vt)} v_i$	0.50	
4.4	Определение какой из тигров раньше начнет проскальзывать	0.20	
4.5	Определено время $\tau = \frac{L}{v} - \frac{v}{2\mu g}$	0.40	
4.6	Рассмотрен случай $\tau = 0$ при $\mu \leq \frac{v^2}{2gL}$	0.40	

Задача **Ru22-10-T2. Поле цилиндра**
Шифр

$\sum =$

	Пункт разбалловки	Балл	Наличие
1.1	Поле внутри металлического цилиндра равно нулю	0.50	
1.2	Поле в незаряженном цилиндре равно $-\vec{E}_0$	0.50	
1.3	При перемещении по горизонтали работу совершает только электрическое поле	0.50	
1.4	Модуль изменения потенциальной энергии $\lvert W_{\text{пот}}\rvert = 2qE_0R$	0.50	
1.5	При перемещении потенциальная энергия увеличивается: $W_{\text{пот}} > 0$	0.50	
2.1	Получено выражение для потенциальной энергии в зависимости от положения или записана эквивалентная сила и определено ее направление	2.00	
2.2	Найден угол относительно вертикали для положения, соответствующего максимальной скорости (т.е. минимальной потенциальной энергии)	1.00	
2.3	Найдено минимальное значение для потенциальной энергии или изменение потенциальной энергии между начальной точкой и минимальной	0.50	
2.4	Найдено $v_{\text{макс}} = \sqrt{v_0^2 + \frac{2R}{m}\left(\sqrt{(mg)^2 + (E_0q)^2} - mg\right)}$ *Примечание:* пункт засчитывается только в случае, если ответ выражен через величины, данные в условии	1.00	
3.1	Найден угол относительно вертикали для положения, соответствующего минимальной скорости (т.е. максимальной потенциальной энергии)	1.00	
3.2	Найдено максимальное значение потенциальной энергии или изменение потенциальной энергии между начальной точкой и максимальной	0.50	
3.3	Сформулировано утверждение, что для совершения полного оборота в любой точке $N \geq 0$	0.50	
3.4	Записан второй закон Ньютона в точке отрыва: $m\vec{a} = m\vec{g} + q\vec{E} + \vec{N}$	0.50	
3.5	Найдена минимальная скорость в точке возможного отрыва для движения без отрыва	1.00	
3.6	Найдено $v_{\text{крит}} = \sqrt{\frac{2R}{m}\left(\frac{3}{2}\sqrt{(mg)^2 + (E_0q)^2} + mg\right)}$ *Примечание:* пункт засчитывается только в случае, если ответ выражен через величины, данные в условии	1.00	
3.7	$v_0 \geq v_{\text{крит}}$	0.50	

Задача **Ru22-10-T3. Электрическая тележка** $\sum =$

Шифр

	Пункт разбалловки	Балл	Наличие
1.1	Правильный рисунок с указанием всех сил и ускорения Две силы реакции опоры, две силы трения, сила тяжести, ускорение.	1.00	
1.2	На рисунке не указан (указан неправильно) 1 элемент	0.80	
1.3	На рисунке не указаны (указаны неправильно) 2 элемента	0.60	
1.4	На рисунке не указаны (указаны неправильно) 3 элемента	0.40	
1.5	Не рисунка или не указано (указано неправильно) 4 и более элементов	0.00	
1.6	Указано на проскальзывание, записано $$F_{\text{тр}} = \mu N$$	0.50	
1.7	**M1** Выражение для угла наклона полных сил реакции $$tg(\alpha) = \frac{F_{\text{тр}}}{N} = \mu$$	1.00	
1.8	**M1** Выражение для высоты точки пересечения линий действия полных сил реакции опоры $$\frac{l}{H} = tg(\alpha)$$	1.50	
1.9	**M1** Записано условие, что линия действия эффективной силы тяжести проходит через точку пересечения линий действия полных сил реакции опоры $$tg(\beta) = \frac{x}{H-h} = \frac{a}{g}$$	1.50	
1.10	**M2** Закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось $ma_x = F_{\text{тр,лев}} - F_{\text{тр,прав}}$	1.00	
1.11	**M2** Закон Ньютона в проекции на вертикальную ось $mg = N_{\text{прав}} + N_{\text{лев}}$	1.00	
1.12	**M2** Равенство моментов сил в НИСО или в ИСО относительно точки на горизонтальной прямой, проходящей через ц.м.	1.00	
1.13	**M2** Обоснование применения правила моментов для движущегося с ускорением объекта	1.00	
1.14	Верно определено направление ускорения (влево)	0.50	
1.15	Верно определен модуль ускорения $a = \frac{\mu g x}{l - \mu h}$	1.00	
2.1	Указано, что левое колесо не отрывается, если $N_{\text{лев}} > 0$	0.50	
2.2	Указано, что правое колесо не отрывается, если $N_{\text{прав}} > 0$	0.50	
2.3	**M1** Указано, что правое колесо никогда не отрывается: ($N_{\text{прав}}$ всегда больше 0)	1.00	
2.4	**M1** Указано, что $N_{\text{лев}} \leq 0$, когда центр масс правее линии действия полной силы реакции опоры Q_2	1.00	
2.5	**M1** Записано условие отрыва $$tg(\beta) = tg(\alpha) = \mu = \frac{x}{H-h}$$	1.00	
2.6	**M2** Записано выражение для $N_{\text{лев}}$	1.00	
2.7	**M2** Доказано, что для $x > 0 : N_{\text{лев}} < N_{\text{прав}}$ или записано выражение для $N_{\text{прав}}$	1.00	
2.8	**M2** Получены ограничения на x в виде неравенств $x\mu h - l$ и $xl - \mu h$: - для доказанного факта $N_{\text{лев}} < N_{\text{прав}}$ - одно неравенство; - без доказанного факта $N_{\text{лев}} < N_{\text{прав}}$ - два неравенства.	1.00	
2.9	**M2** Получены ограничения на x в виде равенств: - для доказанного факта $N_{\text{лев}} < N_{\text{прав}}$ - одно равенство; - без доказанного факта $N_{\text{лев}} < N_{\text{прав}}$ - два равенства. (либо за одно неравенство без доказанного факта $N_{\text{лев}} < N_{\text{прав}}$)	0.50	
2.10	**M2** Не получены ограничения на x	0.00	
2.11	Окончательный ответ в виде неравенства $xl - \mu h$	1.00	
2.12	Окончательный ответ в виде равенства $x = l - \mu h$ Или окончательный ответ получен без рассмотрения отрыва правого колеса.	0.50	
2.13	Нет ответа	0.00	

Задача **Ru22-10-T4. Неизвестная жидкость под поршнем** $\sum =$

Шифр

	Пункт разбалловки	Балл	Наличие
1.1	Обоснование (или понимание) того, что тело вначале стоит на опорах	0.50	
1.2	Найдена формула $M = \frac{p_0 S}{2g}$	0.50	
1.3	Вычислено $M = 51$кг	0.50	
2.1	Указано, что вся жидкость испарилась .	1.00	
2.2	Обоснование, что вся жидкость испарилась	1.00	
2.3	Найдена формула $m_0 = \frac{2\mu p_0 SH}{RT_0}$	0.50	
2.4	Вычислено $m_0 = 12,4$г	0.50	
3.1	Упоминание того факта, что в точке $(1,5p_0; 1,1T_0)$ происходит фазовый переход, сопровождающийся изменение объема и количества вещества в газообразном состоянии. Примечание: Ставится автоматически, если получено Q_A.	1.00	
3.2	Обоснование предыдущего пункта. Примечание: Ставится автоматически, если получено Q_A.	1.00	
3.3	Найдено $m_1 = \frac{1,5p_0 SH\mu}{1,1T_0 R} = 8,4$г (достаточно формулы)	1.00	
3.4	Указано, что в теплоту фазового перехода входит как изменение внутренней энергии, так и работа по расширению газа. Примечание: ставится автоматически, если получено Q_A.	1.00	
3.5	Найдено $Q_A = \frac{7\mu L p_0 SH}{11RT_0}$	1.00	
3.6	$Q_2 = \nu C_p \Delta T$	0.50	
3.7	$C_p = 4R$ Если этот вывод сделан из того факта, что участник подумал, что это вода, то этот балл не ставится	0.50	
3.8	$\Delta T = 0,4T_0$	0.50	
3.9	Верная конечная формула $Q = HSp_0(\frac{7\mu L}{11RT_0} + \frac{16}{5})$ Оценивается только полностью правильное выражение.	0.50	
3.10	Верный численный ответ $Q = 11,9$кДж Также засчитывается ответ $Q = 12,6$кДж, если к теплоте парообразования добавлялась работа.	0.50	

Задача **Ru22-10-T5. Термоисточник** $\Sigma =$
Шифр

	Пункт разбалловки	Балл	Наличие
1.1	Утверждение, что при нулевом токе $U_{AB} = \mathcal{E}$	0.20	
1.2	Обоснование (засчитывается только при его наличии)	0.50	
1.3	Значение $\mathcal{E} = 10.0$ В из графика	0.30	
2.1	**M1** Записана зависимость $U_{AB}(I)$ при малых токах: $U_{AB} = \mathcal{E} - IR_0$ ИЛИ Указано, что при малых токах $R \approx R_0$	1.00	
2.4	**M1** Корректный способ определения R_0 из графика: по касательной или по близким точкам на прямолинейном участке	0.50	
2.5	**M2** Составлена система аналитических уравнений, позволяющая найти R_0	1.00	
2.6	**M2** Использование хотя бы 2 точек графика с хорошо определяемыми координатами	0.50	
2.7	Значение $R_0 \in [9.5; 10.5]\ \Omega$	1.00	
3.1	**M1** Построение ВАХ резистора 10 Ом поверх нагрузочной кривой	1.00	
3.2	**M2** Получено аналитическое уравнение на точку пересечения ВАХ и нагрузочной кривой	1.00	
3.3	Значение напряжения на резисторе $\in [3.7; 4.3]$ В	0.50	
4.1	Использование точки (точек) графика с хорошо определяемыми координатами	0.50	
4.2	Записаны необходимые уравнения для определения α по координатам выбранной точки	1.00	
4.3	Значение $\alpha \in [4.80; 5.40] \cdot 10^{-3}\ \dfrac{1}{C}$	1.50	
4.4	Значение α попало в ворота, но не указана верная размерность: $[\alpha] = \dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{K}$	1.00	
4.5	Значение α не найдено или не попало в ворота	0.00	
5.1	Зависимость $I(t)$: $I^2 = \dfrac{\beta(t-t_0)}{R_0(1+\alpha(t-t_0))} = \dfrac{\beta}{R_0\left(\dfrac{1}{t-t_0} + \alpha\right)}$ или тождественная	1.00	
5.2	Идея $t \to \infty$ ИЛИ Идея поиска возможных значений I	0.50	
5.3	Найдена связь между β и α или найдено числовое значение β	1.00	
5.4	Значение $I_{\text{макс}} \in [0.67; 0.73]$ А	1.00	
5.5	Указан весь диапазон недопустимых токов: $I \geq I_{\text{макс}}$ *Примечание. Засчитывается только при ЯВНО выписанном ВЕРНОМ неравенстве на НЕДОПУСТИМЫЕ токи*	0.50	