

10 класс

Второй день

- 10.5. На доске написаны 11 целых чисел (не обязательно различных). Может ли оказаться, что произведение любых пяти из них больше, чем произведение остальных шести?
- 10.6. Дано натуральное число $n > 5$. На кольцевой полоске бумаги написана последовательность из нулей и единиц. Для каждой последовательности w из n нулей и единиц посчитали количество способов вырезать из полоски фрагмент, на котором написана w . Оказалось, что наибольшее количество M достигается на последовательности $11\underbrace{00\dots 0}_{n-2}$, а наименьшее (возможно, нулевое) — на последовательности $\underbrace{00\dots 0}_{n-2}11$. Докажите, что есть и другая последовательность из n нулей и единиц, встречающаяся ровно M раз.
- 10.7. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ отмечена точка E , а на стороне AD — точка F так, что описанная окружность треугольника ABE касается отрезка CF . Докажите, что описанная окружность треугольника CDF касается прямой AE .
- 10.8. Для натурального числа N рассмотрим все различные точные квадраты, которые можно получить из N вычёркиванием одной цифры в его десятичной записи. Докажите, что количество этих квадратов не превосходит некоторой величины, не зависящей от N .