

**Задача 5. Один магазин на две деревни** (12 баллов)

Население деревни Вилларибо проживает равномерно<sup>1</sup> на отрезке  $[0; 1]$ , а деревни Виллабаджо — равномерно на отрезке  $[2; 3]$ . В Вилларибо и Виллабаджо приехал владелец сети магазинов «Кукумбрикс», который объявил, что сеть построит первый и единственный магазин в окрестности, а в какой точке прямой  $(-\infty; +\infty)$  он будет построен — решать жителям деревень. Конечно, каждый житель хочет, чтобы магазин был построен как можно ближе к его дому.

Обычно все общие географические вопросы жители Вилларибо и Виллабаджо решают, используя механизм «Посередине между делегатами». А именно, сначала каждая деревня выбирает по одному делегату. Затем, если дом делегата Вилларибо находится в точке с координатой  $a$ , а дом делегата Виллабаджо имеет координату  $b$ , то решением вопроса является точка с координатами  $\frac{a+b}{2}$ . Делегатом  $a$  будем называть того, который живет в точке с координатой  $a$ .

а) (2 балла) Изобразите на прямой  $(-\infty; +\infty)$  множество всех точек, в которых хотя бы при какой-нибудь паре делегатов может быть построен магазин.

б) (2 балла) Докажите, что жителям Вилларибо для выбора делегата не нужна информация о делегате от Виллабаджо: если житель Вилларибо  $x$  предпочитает делегата от Вилларибо  $a_1$  делегату  $a_2$  при делегате от Виллабаджо  $b_1$ , то житель Вилларибо  $x$  предпочтет делегата от Вилларибо  $a_1$  делегату  $a_2$  при любом другом делегате от Виллабаджо  $b_2$ .

в) (3 балла) В этом и только в этом пункте считаем, что жители деревень выбирают в качестве делегата *победителя по Кондорсе* — такого жителя деревни, что его предпочтет не менее половины жителей этой деревни при голосовании против любого другого жителя деревни (корректность определения следует из предыдущего пункта). Где будет построен магазин?

г) (3 балла) Говорят, что механизм принятия решений является манипулируемым, если существует такая пара делегатов от деревень, что хотя бы одному из делегатов выгодно скрыть настоящее место расположения своего дома и использовать для принятия решения какую-то другую координату. Докажите, что описанный механизм принятия решений является манипулируемым.

д) (2 балла) Предложите какой-нибудь механизм принятия решений, выдающий по паре делегатов  $a$  и  $b$  место для магазина и не являющийся манипулируемым.

**Задача 6. Продажа валютной выручки** (12 баллов)

В стране Альфа национальной валютой является тугрик, а рынок нефти совершенно конкурентный. На рынке присутствует 100 фирм, функция издержек каждой из которых имеет вид  $ТС = 200q^2$ , где  $q$  — выпуск фирмы,  $ТС$  — общие издержки (в тугриках). Внутренний спрос на нефть описывается уравнением  $Q = 100 - P/4$ , где  $P$  — внутренняя цена (в тугриках). Фирмы могут также экспортировать нефть по мировой цене 8 долларов за единицу. Каждая фирма должна оплачивать свои издержки тугриками, а прибыль держит в долларах (при необходимости докупая их). Внутренний спрос делится поровну между фирмами. Импорт нефти в страну запрещен. Изначально на счетах фирм нет долларов и тугриков.

Спрос других экономических агентов на доллары описывается уравнением  $D = 480 - 8e$ , где  $e$  — обратный валютный курс тугрика (цена доллара в тугриках). Спрос может быть отрицательным, если агенты при данном курсе предпочитают продавать доллары, а не покупать. Например, при курсе  $e = 100$  будет иметь место предложение долларов в размере  $|480 - 8 \cdot 100| = 320$ . Нефтяные компании воспринимают валютный курс и все цены как заданные.

а) (3 балла) При каких значениях  $e$  фирмы будут продавать нефть как на внутреннем, так и на внешнем рынке?

б) (2 балла) Найдите функцию предложения долларов нефтяными компаниями (как функцию от  $e$ ) для значений  $e$ , найденных вами в пункте а). Предложение отрицательно, если фирмы предъявляют спрос на доллары.

в) (3 балла) Найдите функцию предложения долларов нефтяными компаниями для всех  $e \geq 0$  и равновесный курс  $e$ .

г) (3 балла) Государство обязало каждую нефтяную компанию обменивать на тугрики как минимум долю  $\alpha \in [0; 1]$  долларовой выручки, а покупать доллары им запретило. Считайте, что каждая фирма стремится сохранить на счете максимальное возможное количество долларов. Найдите равновесный курс  $e$  как функцию от  $\alpha$ .

д) (1 балл) Допустим, вместо того, чтобы обязывать отечественные фирмы продавать долю валютной выручки, государство обязывает иностранцев покупать нефть страны Альфа только за тугрики. Основываясь на ваших результатах выше, определите, чему будет равен равновесный валютный курс в этом случае.

**Задача 7. Размер семьи и предложение труда** (12 баллов)

Как вы знаете из одного из заданий регионального этапа, экономисты исследуют поведение людей в практически любом контексте. Так, важным разделом экономической науки является экономика семьи. Одним из центральных вопросов в этой области является следующий:

*Верно ли, что увеличение количества детей в семье приводит (в смысле причинно-следственной связи) к снижению предложения труда их матери?*

Обсуждению исследований этого вопроса и посвящена данная задача.

а) (2 балла) Объясните, почему ответ на данный вопрос не очевиден, то есть почему увеличение количества детей может теоретически (1) не влиять на предложение труда их матери; (2) привести к увеличению предложения труда их матери.

б) (4 балла) Допустим, в статистических данных вы видите отрицательную корреляцию между количеством детей у женщины и величиной ее предложения труда. Например, в семьях с 0 детей женщина работает в среднем 40 часов в неделю, в семьях с 1 ребенком — 30 часов, с 2 — 25, с 3 и более — 20 часов в неделю. Объясните, почему из этого *не* следует, что рост количества детей является причиной снижения предложения труда женщин. Приведите два разных объяснения.

в) (5 баллов) В 2021 г. Премия Банка Швеции по экономическим наукам памяти Альфреда Нобеля была присуждена за развитие метода *естественных экспериментов*, который позволяет получить ответы на многие исследовательские вопросы в условиях, когда провести «обычный» эксперимент не представляется возможным. Этот метод основан на том, что часть людей может подвергаться случайному воздействию в ходе самой жизни, естественным образом. Это случайное воздействие может быть не связано с разнообразными характеристиками людей. Поэтому сравнивая тех, кто подвергся воздействию, с теми кто не подвергся, можно сделать вывод о том, является ли воздействие причиной изменения других переменных — как если бы мы сами оказывали воздействие на людей в ходе эксперимента.

Какой естественный эксперимент позволяет ответить на вопрос, который мы обсуждаем в этой задаче? (Подсказка: сама природа все время проводит такой эксперимент.) Объясните, как работает этот эксперимент.

г) (1 балл) Вооружившись данными эксперимента, приведенного вами в предыдущем пункте, можно ответить и на другие важные исследовательские вопросы. Приведите пример такого вопроса и объясните, почему важно знать ответ на него.

**Задача 8. У самого синего моря****(12 баллов)**

Старуха посылает Старика к синему морю, чтобы он поймал ей золотую рыбку, которую она ценит в 12 монет. Рыбка нужна только Старухе, больше никому. Старуха обещает дать Старика зарплату в  $w$  монет за поход к морю и ещё дополнительный бонус в  $b$  монет, если он принесёт ей рыбку. Узнав эти условия (которые Старуха обязана исполнить!), Старик может выбрать одно из двух действий:

- пойти к морю, взять у лодочника в аренду лодку и попытаться поймать рыбку — шансы на успех и неудачу при этом равны;
- пойти к морю, посидеть на берегу и вернуться, сказав, что рыбку поймать не удалось.

Арендная плата за лодку составляет 5 монет и платится после получения всех выплат от Старухи. Но может получиться так, что этих выплат не хватит, — тогда Старик впоследствии, когда у него появятся монеты (предположим, что когда-нибудь это произойдёт), будет вынужден выплатить лодочнику сумму долга в двойном размере.

Старуха не может наблюдать, что делает Старик у моря. Она выбирает неотрицательные величины зарплаты  $w$  и бонуса  $b$  так, чтобы максимизировать свой усреднённый выигрыш  $\Pi$ , состоящий из ценности рыбки (в случае, если Старик её поймает) за вычетом всех выплат Старика. Например, если старуха рассчитывает, что Старик попробует поймать рыбку, то ее усреднённый выигрыш равен

$$\Pi = \frac{1}{2} \cdot (12 - w - b) + \frac{1}{2} \cdot (-w).$$

Старик, наблюдая  $w$  и  $b$ , выбирает одно из своих двух действий так, чтобы максимизировать свои усреднённые выплаты за вычетом того, что он должен отдать лодочнику. Усреднение производится по тому же принципу, что и для Старухи. Предполагаем, что, если Старика безразлично, ловить рыбку или нет, то он ловит.

- а) (3 балла)** Найдите оптимальное действие Старика при заданных  $w, b \geq 0$ ;
- б) (3 балла)** Предположим, что Старуха хочет, чтобы Старик ловил рыбку. С учётом ответа на предыдущий пункт найдите  $w$  и  $b$ , оптимальные для неё в этом случае.
- в) (2 балла)** А действительно ли Старуха хочет, чтобы Старик ловил рыбку? Как устроен оптимальный контракт  $(w, b)$  с учётом ответа на этот вопрос?
- г) (4 балла)** Предположим теперь, что Старуха может наблюдать, что делает Старик у моря, и может поставить бонус  $b \geq 0$  в зависимость от этого: если Старик выходил в море на лодке и поймал рыбку, то  $b = b_1$ , а если выходил, но не поймал, то  $b = b_0$ . Теперь Старуха предлагает Старика контракт  $(w, b_0, b_1)$ . Какой контракт будет оптимальным для Старухи?