

9.1. Ослик Иа-Иа составил из шести палочек два треугольника. Затем он разобрал треугольники и покрасил шесть палочек в два цвета: три самых коротких — в желтый цвет, а три остальных — в зеленый. Обязательно ли ослику удастся составить два треугольника, один — из трех желтых палочек, а другой — из трех зеленых?

9.2. Два ненулевых числа x и y удовлетворяют неравенствам $x^2 - x > y^2$ и $y^2 - y > x^2$. Какой знак может иметь произведение xy ?

9.3. Рассмотрим такие натуральные числа a , b и c , что дробь

$$k = \frac{ab + c^2}{a + b}$$

является натуральным числом, меньшим a и b . Какое наименьшее количество натуральных делителей может быть у числа $a + b$?

9.4. Окружности Ω и ω касаются друг друга внутренним образом в точке A . Проведем в большей окружности Ω хорду CD , касающуюся ω в точке B (хорда AB не является диаметром ω). Точка M — середина отрезка AB . Доказать, что окружность, описанная около треугольника CMD , проходит через центр ω .

9.5. Петя и Вася играют на доске 100×100 . Изначально все клетки доски белые. Каждым своим ходом Петя красит в черный цвет одну или несколько белых клеток, стоящих подряд по диагонали. Каждым своим ходом Вася красит в

| | | | |
|---|---|--|---|
| | | | |
| | П | | В |
| П | | | В |
| | | | В |

черный цвет одну или несколько белых клеток, стоящих подряд по вертикали. (На рисунке справа показаны возможные первые ходы Пети и Васи на доске 4×4 .) Первый ход делает Петя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?