

**Задание 11.1. «Газировка (II)».** Некоторые газы хорошо растворяются в жидкостях. Например, углекислый газ прекрасно растворяется в воде, что используется при приготовлении всем хорошо знакомой газировки. При постоянной температуре и не слишком больших давлениях количество газа, растворённого в жидкости, прямо пропорционально парциальному давлению этого газа над жидкостью (закон Генри)

$$v = \alpha Vp.$$

Здесь  $V$  – объём жидкости,  $p$  – парциальное давление газа,  $\alpha$  – коэффициент, зависящий от температуры и измеряемый в моль/(Па·м<sup>3</sup>).

1. Убедитесь, что сила трения поршня о стенки корпуса шприца мала по сравнению с силой атмосферного давления на поршень. Опишите, как вы это сделали.
2. Определите давление газа в бутылке газированной воды.
3. Определите величину  $\alpha$  для углекислого газа и воды при комнатной температуре.

Считайте, что внутри бутылки находятся углекислый газ в газообразном состоянии и вода с растворённым в ней углекислым газом. При аккуратном открытии бутылки (не трясите её и не взбалтывайте перед этим!) за малый промежуток времени изменение концентрации газа в растворе незначительно.

**Оборудование:** 1) две бутылки минеральной газированной воды; 2) шприц 20 мл; 3) заглушка на шприц; 4) одноразовый стакан 200 мл; 5) одноразовая пластиковая тарелка и салфетки для поддержания рабочего места в чистоте.

**Примечания:**

- 1) Рекомендуется одну бутылку использовать для пробных экспериментов, а вторую для итоговых. Не рекомендуется трясти бутылку перед тем, как её открывать.
- 2) Если вода находится в спокойном состоянии, то концентрация растворённого в ней газа приходит в равновесное состояние за относительно длительное время, но, если воду перемешивать или взбалтывать (в закрытой бутылке), равновесное состояние устанавливается гораздо быстрее (несколько минут).

***Постарайтесь работать аккуратно, чтобы не облить себя и соседей, не залить водой рабочее место! Одноразовая посуда и салфетки выданы Вам для поддержания рабочего места в порядке.***

**Возможное решение.** Силу трения поршня о стенки можно считать несущественной по сравнению с силой давления газа на поршень. В этом можно убедиться, сжимая воздух в пустом шприце, закрытом заглушкой.

Откроем бутылку и аккуратно наберём из неё некоторое количество газировки в пустой шприц (около 5 мл). Сразу же заткнём кончик шприца заглушкой. Поскольку бутылка была только что открыта, то концентрация растворённого в ней углекислого газа соответствует давлению внутри бутылки.

Будем встряхивать шприц, чтобы ускорить переход системы в равновесное состояние. При этом поршень шприца должен иметь возможность свободно перемещаться, обеспечивая равенство давления внутри шприца атмосферному давлению  $p_0$ . Газ, растворённый в воде, выделяется в газовую фазу при давлении, равном  $p_0$ , и объём под поршнем увеличивается на величину объёма газа  $V_{\Gamma}$  (рис.1).

Спустя некоторое время (5 – 10 минут) установится равновесное состояние, при котором количество растворённого углекислого газа будет соответствовать  $p_0$ , а давление углекислого газа под поршнем равно  $p_0$ .

Для порции воды, набранной в шприц из бутылки,  $\nu_0 = \alpha V_{\text{В}} p$ , где  $V_{\text{В}}$  – объём воды, набранной в шприц,  $\nu_0$  – количество растворённого в ней газа,  $p_0$  – давление газа в бутылке. После установления равновесия в воде в растворённом виде

находится  $\nu_{\text{в}} = \alpha V_{\text{В}} p_0$  моль газа, в газовой фазе  $\nu_{\Gamma} = \frac{V_{\Gamma} p_0}{RT}$ . Приравнивая  $\nu_0 = \nu_{\text{в}} + \nu_{\Gamma}$ , получаем:

$$\alpha V_{\text{В}} p = \alpha V_{\text{В}} p_0 + \frac{V_{\Gamma} p_0}{RT},$$

откуда

$$\alpha = \frac{V_{\Gamma} p_0}{RT V_{\text{В}} (p - p_0)}.$$

Повторим измерения несколько раз, в каждом случае аккуратно открывая и тут же закрывая бутылку.

Теперь определим давление углекислого газа в бутылке. Эту процедуру лучше проводить после предыдущих измерений с набором воды в шприц, чтобы минимизировать потери газа. Для этого выдвинем поршень шприца в положение 20 мл, установим заглушку и аккуратно поместим шприц внутрь бутылки с водой, сразу закрыв пробку бутылки. Встряхивая бутылку, периодически наблюдаем за положением поршня в шприце. Через некоторое время (5 – 10 минут) в бутылке установится равновесное дав-



LIV Всероссийская олимпиада школьников по физике  
Региональный этап. Экспериментальный тур. 25 января 2020 г.

ление  $p$ , а объём воздуха в шприце уменьшится от первоначального значения  $V_1 = 20$  мл, до некоторого значения  $V_2 = V_1 p / p_0$  (рис.2).



Отсюда  $p = p_0 V_1 / V_2$ .

Отметим, что при выполнении части работы, связанной с помещением шприца в бутылку, потери газа становятся заметными (по нашим данным давление при повторных измерениях уменьшается примерно на 5% при каждом последующем измерении), поэтому это измерение есть смысл с учётом ограниченного количества бутылок выполнять однократно.

Приведём результаты, полученные нами при использовании бутылки (0,5 л) минеральной воды «Aqua minerale»:  $V_1 = (20,0 \pm 0,5)$  мл,  $V_2 = (7,0 \pm 0,5)$  мл,  $p = (2,85 \pm 0,25)$  атм.

Измерения объёма газа под поршнем с целью определения  $\alpha$ :  $T = 298\text{K}$ ,

№	$V_B$ , мл	$V_r$ , мл	$\alpha$ , моль / (Па · м <sup>3</sup> )
1	6	10,5	$3,8 \cdot 10^{-4}$
2	6	10,5	$3,8 \cdot 10^{-4}$
3	7	11,0	$3,4 \cdot 10^{-4}$
4	5	8,5	$3,7 \cdot 10^{-4}$
5	7,5	12,5	$3,7 \cdot 10^{-4}$

Оценка систематической погрешности определения  $\alpha$ :

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \approx \sqrt{\left(\frac{\Delta V_r}{V_r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V_B}{V_B}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(p-p_0)}{(p-p_0)}\right)^2} \approx 0,15.$$

Случайная погрешность для  $\alpha$  по данным таблицы:  $\Delta\alpha \approx 0,15 \cdot 10^{-4}$  моль / (Па · м<sup>3</sup>)

Окончательно  $\alpha = (3,7 \pm 0,7) \cdot 10^{-4}$  моль / (Па · м<sup>3</sup>).

LIV Всероссийская олимпиада школьников по физике  
Региональный этап. Экспериментальный тур. 25 января 2020 г.

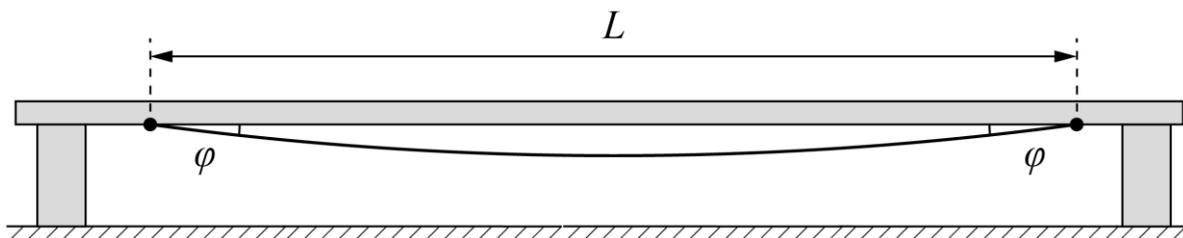
**Критерии оценивания**

- |  |           |
|--|-----------|
| 1. Предложен и реализован метод проверки малости силы трения поршня о стенки шприца  | 1 балл    |
| 2. Предложена идея метода определения давления газа в бутылке  | 2 балла   |
| <i>Примечание: кроме авторского, возможны иные способы определения давления, связанные с анализом формул, линеаризацией зависимостей и т.д. Большинство таких методов не позволяют получить хорошую точность, и идея такого метода оценивается в 1 балл.</i> |           |
| 3. Проведены эксперименты по определению давления газа по предложенному методу и получены численные результаты   | 1 балл    |
| 4. Результат определения давления в бутылке отличается от результатов контрольных экспериментов, проведённых членами жюри, не более, чем   |           |
| а) на 15%  | 2 балла   |
| б) на 15-30%   | 1 балл    |
| 5. Проведена разумная оценка систематической погрешности определения давления  | 0,5 балла |
| 6. Предложен и доведён до формул осуществимый метод определения коэффициента $\alpha$  | 2 балла   |
| 7. Проведено достаточное количество измерений для реализации п.6   |           |
| а) не менее пяти   | 3 балла   |
| б) не менее трёх   | 2 балла   |
| в) одно измерение  | 1 балл    |
| 8. При обработке экспериментальных данных по п.7 получено значение $\alpha$ в пределах   |           |
| а) $(3,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-4}$ моль/(Па · м <sup>3</sup> )   | 3 балла   |
| б) $(3,5 \pm 1,0) \cdot 10^{-4}$ моль/(Па · м <sup>3</sup> )   | 2 балла   |
| в) $(3,5 \pm 2,0) \cdot 10^{-4}$ моль/(Па · м <sup>3</sup> )   | 1 балл    |
| 9. Проведена разумная оценка погрешности определения $\alpha$  | 0,5 балла |

**Требования к оборудованию:**

- 1) Бутылки с газированной водой: две бутылки с минеральной **газированной** водой, объёмом 0,5 литра, не вскрытые. Выдаются участникам при комнатной температуре. Также важно обеспечить минимальное взбалтывание воды. В идеале надо расставить её на рабочих местах с вечера и дать отстояться до начала тура. Хорошие результаты получаются с «Аква минерале», но подойдёт и любая другая вода без сахара. Необходимо проверить, что размеры пустой бутылки позволяют поместить внутрь шприц с полностью выдвинутым поршнем. **Этикетки с бутылок необходимо удалить!!! Каждому участнику выдаются новые бутылки!!!**
- 2) Шприц 20 мл с ценой деления 1 мл, **обязательно с резиновым поршнем**. Поршень внутри шприца должен перемещаться с небольшим трением. Для проверки наберите в шприц воздух примерно на половину объёма шприца, заткните отверстие и надавите на поршень. После прекращения давления поршень должен возвращаться в исходное состояние. Также поршень не должен пропускать воздух, если давление внутри шприца больше или меньше атмосферного примерно в 3 раза. Шприц выдаётся без иглы. На корпусе шприца должны быть нанесены хорошо читающиеся деления. **ВАЖНО!!!** Упоры для пальцев на корпусе шприца необходимо аккуратно обрезать острым ножом так, чтобы шприц с выдвинутым поршнем (без иглы!) полностью помещался внутрь пустой бутылки. **Допускается повторное использование шприца, но лучше иметь запас на случай порчи оборудования предыдущим участником.**
- 3) Заглушка на шприц. Изготавливается из иглы, идущей в комплекте. Нужно отломить металлическую иголку от пластмассового основания (канюли) и загерметизировать канюлю. Для герметизации можно затолкать и уплотнить с помощью зубочистки или спички небольшое количество пластилина или жевательной резинки. Подготовленная таким образом канюля должна плотно надеваться на носик шприца. **ВАЖНО!!!** Проверьте герметичность заглушки при давлениях внутри шприца от  $3P_{\text{атм}}$ , так как герметичность принципиальна в этой задаче. **Допускается повторное использование затычки, но лучше иметь запас на случай порчи оборудования предыдущим участником.**
- 4) Одноразовые стакан, нож и тарелка. Подойдут любые из наборов пластмассовой посуды, продающихся в магазинах. Однако, тарелки лучше выбрать большого размера. Стакан и тарелка используются для поддержания рабочего места в чистоте, нож – для удаления этикетки с бутылок.
- 5) Салфетки. Лучше использовать бумажные салфетки в рулоне. Каждому участнику выдаётся 3-4 салфетки для поддержания рабочего места в чистоте. Необходимо иметь достаточный запас салфеток у дежурных по аудитории (примерно, рулон на 10 человек).

**Задание 11.2. Упругая лента.** Изгиб подвешенной за концы резиновой ленты определяется при равновесии упругих сил и силы тяжести. Для растянутой ленты, линейную плотность которой можно считать постоянной, её натяжение  $T = ES\Delta L/L$ , где  $E$  модуль Юнга,  $S$  и  $L$  площадь сечения и длина ленты в нерастянутом виде,  $\Delta L$  её удлинение. Закрепим концы ленты на одной горизонтали на расстоянии, равном её длине  $L$  в нерастянутом виде (рис.1). Провисшая под собственным весом лента образует с горизонталью некоторый угол  $\varphi$ , а середина ленты ниже этой горизонтали на некоторое расстояние  $h$ , называемое стрелой прогиба.



### ЗАДАНИЕ

1. При помощи предложенного оборудования, измерьте стрелы прогиба  $h$  не менее чем для 10 значений длины ленты в **ненатянтом виде**  $L$  в диапазоне от 30 до 120 см. Результаты представьте в виде таблицы и графика  $h(L)$ .
2. Используя полученные вами в п.1 экспериментальные результаты, считая, что  $h = A \cdot L^n$ , при использовании графической обработки, определите значение  $n$  ( $n$  – не обязательно целое число). Сравните полученный результат с теоретической моделью по п.1. Оцените погрешность определения  $n$ .
3. При  $\varphi \ll 1$  или  $h \ll L$  можно считать, что лента имеет постоянную линейную плотность и растянута по дуге окружности. Выведите в этом приближении теоретическое выражение для зависимости  $h$  от  $L$ , считая заданными: плотность резины  $\rho$ , модуль Юнга  $E$ , ускорение свободного падения  $g$ . В пределе малых углов можно использовать следующие приближения:

$$\sin \varphi \cong \varphi - \varphi^3/6; \cos \varphi \cong 1 - \varphi^2/2; \operatorname{tg} \varphi \cong \varphi + \varphi^3/3.$$

Сравните полученную формулу с результатом, полученным в п.2

4. Используя теоретическую зависимость, выведенную Вами в п.3 и результаты, полученные в п.1, определите значение модуля Юнга. Плотность резины  $\rho = 1,25 \text{ г/см}^3$ , ускорение свободного падения  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Оцените погрешность определения  $E$ .

**Оборудование:** дюралевый уголок длиной 120 см; два бруска 15x10x3 см как опоры; тонкая резиновая лента длиной 120 см и шириной 2-3 см (отрезать от резинового медицинского бинта); два зажима для фиксации ленты на уголке (из гвоздя и кольцевой «денежной» резинки, или короткая деревянная линейка и канцелярская клипса); мерная лента; миллиметровая бумага для построения графиков; скотч.

**Возможное решение.** Под длиной резиновой ленты понимается длина её участка между фиксирующими зажимами. С помощью мерной ленты размечается уголок и резиновая лента, положенная сверху на горизонтальную или даже наклонную поверхность уголка. После фиксации зажимами уголок поворачивают так, чтобы резиновая лента могла свободно провисать от горизонтальной поверхности. К другой стороне уголка (вертикальной) прикрепляем скотчем миллиметровую бумагу, и для указанных значений  $L$  измеряем стрелу прогиба.

Результаты измерений вносим в таблицу, с дополнительными столбцами для дальнейшей обработки.

2. Строим график зависимости  $\ln h$  ( $\ln L$ ). По угловому коэффициенту определяем величину  $n$ . С учётом разброса экспериментальных данных с помощью этого же графика оцениваем погрешность определения  $n$ .

3. При  $\varphi \ll 1$  или  $h \ll L$  можно считать, что лента имеет постоянную линейную плотность и растянута по дуге окружности некоторого радиуса  $R$ . Раз горизонтальная проекция натяжения неизменна, то  $T \cos \varphi = T_0$ , где  $T_0$  натяжение в нижней точке, а  $T$  натяжение вблизи точки подвеса. Отсюда для малого  $\varphi$  имеем  $T \cong T_0$ .

Из равновесия по вертикали  $2T \sin \varphi = \rho g L S$ , а тогда  $T \cong \rho g L S / 2 \varphi$ .

Относительное удлинение  $\Delta L / L = 2R(\varphi - \sin \varphi) / 2R \sin \varphi \cong \varphi^2 / 6$ .

После подстановок из  $T = ES \Delta L / L$  находим для модуля Юнга  $E = 3 \rho g L / \varphi^3$ .

Так как  $h = R(1 - \cos \varphi)$ , а  $L = 2R \sin \varphi$ , то  $\varphi = 4h / L$ , а  $E = 3 \rho g L^4 / 64 h^3$ .

Использованы приближения:  $\sin \varphi \cong \varphi - \varphi^3 / 6$ ;  $\cos \varphi \cong 1 - \varphi^2 / 2$ ;  $\operatorname{tg} \varphi \cong \varphi + \varphi^3 / 3$ .

4. Для определения модуля Юнга можно построить график зависимости  $h(L^{4/3})$  и по наклону графика определить  $E$ . Другая возможность решения – расчёт по полученной формуле зависимости  $h(L)$  значений  $E$  для разных  $L$  с последующим усреднением.

### Критерии оценивания

1. Наличие таблицы экспериментальных результатов по п.1 (количество точек не менее 10) – (по 0,4 балла за точку. Точки, отличающиеся друг от друга по  $L$  менее, чем на 5 см, считаются за одну!) 4 балла.

*Примечание.* Экспериментальные результаты, значимо (более чем на 15%) отличающиеся от контрольных значений, полученных жюри при тестировании оборудования, не учитываются!

**Максимальная оценка за пункт – 4 балла.**

2. Построен график  $h(L)$ . При этом график хорошо читается, подписаны координатные оси, выбран удобный масштаб и т.д. При выполнении указанных требований 1 балл.

При недостатках в построении графика оценка за график может быть снижена на 0,5 балла.

**Максимальная оценка за пункт – 1 балл**

3. Определено значение  $n$  (п.2) при *обязательном* построении графика в логарифмическом масштабе. Если полученное значение  $n$  попадает в диапазон значений от 1,15 до 1,5, ставится 2,5 балла. В диапазоне от 1,05 до 1,6 ставится 1,5 балла. За результат в диапазоне от 0,9 до 1,75 ставится 0,5 балла.

Проведена оценка погрешности определения  $n$  с помощью графика в логарифмических координатах – 0,5 балла.

**Максимальная оценка за пункт – 3 балла**

4. При выводе теоретической зависимости  $h(L)$  обоснованно получено выражение

$$h = \left( \frac{3\rho g L^4}{64E} \right)^{1/3}. \quad 3 \text{ балла.}$$

**Максимальная оценка за пункт – 3 балла.**

5. При обработке экспериментальных результатов (п.1) с использованием теоретической зависимости  $h = \left( \frac{3\rho g L^4}{64E} \right)^{1/3}$  определены значения модуля Юнга резины  $E$ .

5.1 - использован график в координатах  $h(L^{4/3})$  или рассчитаны значения модуля Юнга по полученной в п.3 формуле  $h(L)$ , при этом определено среднее значение для различных  $L$  – 1,5 балла

5.2 Полученное значение модуля Юнга попадает в диапазон

3,0 - 4,0 МПа	2 балла
2,5 - 4,5 МПа	1,5 балла
2,0 - 5,0 МПа	1 балл
1,0 - 6,0 МПа	0,5 балла

*Примечание.* модули Юнга резиновой ленты могут отличаться в зависимости от региона и т.д. В этом случае жюри вправе скорректировать диапазоны оценивания модуля Юнга по своим данным, полученным при тестировании оборудования.

5.3 – оценка погрешности определения модуля Юнга – 0,5 балла.

**Максимальная оценка за пункт – 4 балла**