



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО ЭКОНОМИКЕ. 2019–2020 уч. г.  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

**Решения и критерии оценивания**

**Тестовые задания**

**Выберите один правильный ответ. Ответы запишите в бланке работы.**

1. Для производственной функции  $Q = \sqrt[7]{K^3 L^5}$  верно:

- а) Данная функция характеризуется убывающей отдачей от масштаба.
- б) В краткосрочном периоде при запасе капитала, равном 1 единице, и ставке заработной платы, также равной 1, величина средних переменных издержек равна 4 при объёме выпуска, равном 32 единицам.
- в) Коэффициент эластичности выпуска по труду равен 1,4 в краткосрочном периоде при запасе капитала, равном 1 единице.
- г) Если  $K = K_1 + K_2$  и  $L = L_1 + L_2$ , то  $Q = \sqrt[7]{K^3 L^5} = \sqrt[7]{K_1^3 L_1^5} + \sqrt[7]{K_2^3 L_2^5} = Q_1 + Q_2$

*Комментарий:*

- а)  $\frac{3}{7} + \frac{5}{7} = \frac{8}{7} > 1$ . Следовательно, возрастающая отдача от масштаба.
- б)  $TC = wL + FC = 1 * (Q)^{\frac{7}{5}} + FC$ ;  $AVC = (Q)^{\frac{2}{5}}$ ;  $AVC(32) = (2^5)^{\frac{2}{5}} = 4$ .
- в) Коэффициент эластичности выпуска по труду равен 5/7.
- г) Неверно. Можно убедиться, подставив  $K_1 = L_2 = 1$  и  $K_2 = L_1 = 0$ .

2. Какое из утверждений характеризует экономику России на текущий момент наиболее точно?

- а) Центральный банк России строго придерживается границ валютного коридора.
- б) В России наблюдается тенденция к сокращению притока прямых иностранных инвестиций.
- в) В России, как и во Франции, применяется прогрессивная шкала налогообложения дохода физических лиц.
- г) Как и в Японии, в России последние 5 лет наблюдается дефляция.

*Комментарий:* в) В России используется пропорциональная шкала налогообложения для доходов физических лиц. г) Последние 5 лет в России наблюдается инфляция, как, собственно, и в Японии.

3. 1 декабря 2019 года ФРС США понизила базовую процентную ставку на 1 п.п. Выберите наиболее вероятную цепочку событий, которая при прочих равных условиях произойдёт в развивающейся стране Россия в результате понижения ставки в США.

- а) Развивающиеся страны становятся относительно более привлекательными для долговых инвесторов → спрос на валюту России растёт → рубль укрепляется относительно доллара (т. е. за 1 доллар дают меньше рублей).
- б) Развивающиеся страны становятся относительно менее привлекательными для долговых инвесторов → спрос на валюту России падает → рубль укрепляется относительно доллара (т. е. за 1 доллар дают меньше рублей).
- в) Развивающиеся страны становятся относительно более привлекательными для долговых инвесторов → спрос на валюту России растёт → рубль обесценивается относительно доллара (т. е. за 1 доллар дают больше рублей).
- г) Развивающиеся страны становятся относительно более привлекательными для долговых инвесторов → спрос на валюту России падает → рубль обесценивается относительно доллара (т. е. за 1 доллар дают больше рублей).

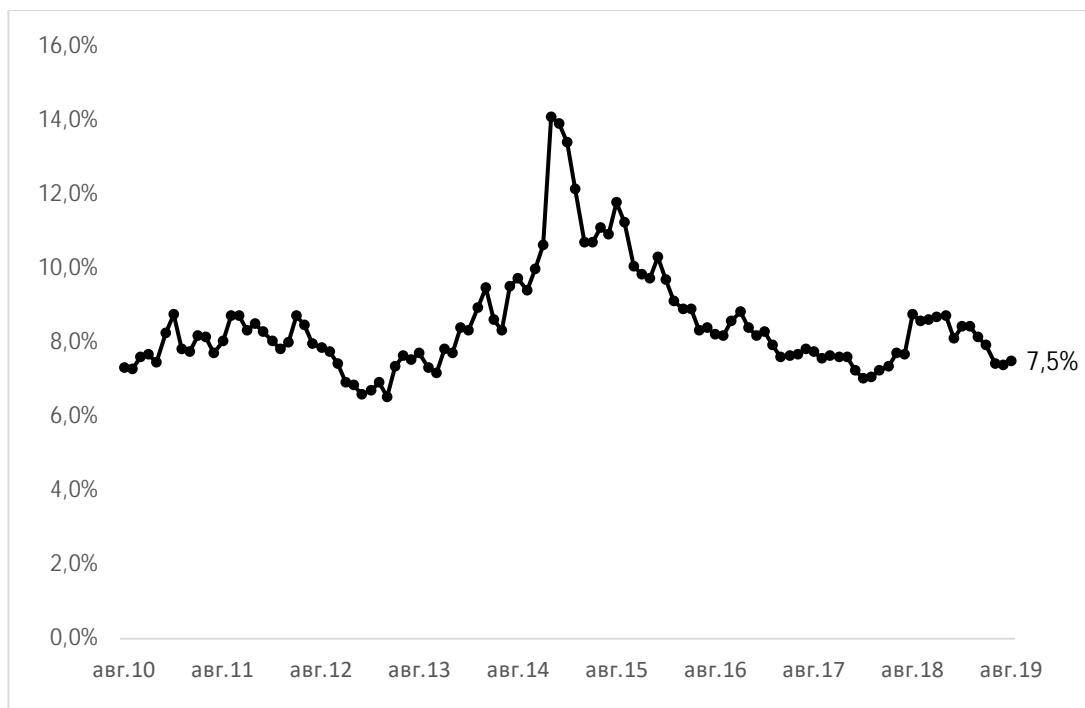
4. На рынке некоторого товара изменение его цены на  $X$  рублей приводит к изменению величины спроса и предложения на  $X$  единиц. Спрос и предложение на рынке линейны и имеют нормальный вид, государственное регулирование отсутствует. Что можно сказать об излишках потребителей и производителей на таком рынке в равновесии?

- а) Излишек потребителей равен излишку производителей.
- б) Излишек потребителей больше излишка производителей.
- в) Излишек потребителей меньше излишка производителей.
- г) Определённо о соотношении излишков сказать нельзя.

5. На диаграмме ниже приведена динамика 10-летней доходности государственной облигации России (ОФЗ). Доходность облигации приведена в годовом выражении и отражает, сколько инвестор может получить процентов годовых, если купит и продержит купленную облигацию в течение 10 лет до её погашения. Например, в августе 2019 года, покупая облигацию за  $X$  рублей и продержав её в течение 10 лет до погашения, инвестор мог бы заработать 7,5 % годовых.

Укажите период, в котором можно было купить 10-летнюю облигацию по *наименьшей* цене, считая, что сумма погашения облигации остаётся неизменной на протяжении всего отображённого периода.

Всероссийская олимпиада школьников по экономике 2019–2020 уч. г.  
Муниципальный этап. 11 класс. Критерии



- а) август 2012 – август 2013
- б) август 2013 – август 2014
- в) август 2014 – август 2015
- г) август 2017 – август 2018

**Таблица ответов на тестовые задания**

№	1	2	3	4	5
Ответ	б	б	а	а	в

**По 4 балла за каждый правильный ответ.**  
**Максимум за тестовые задания – 20 баллов.**

**Задания с кратким ответом**

**6.** Центральный банк (ЦБ) готовится принять очередное решение по ставке процента. Ставка процента определяется согласно правилу Тейлора:  $i_t = 2(p_t - 0,5) + 4(x_t - 0)$ , где  $p_t$  – инфляция в процентах,  $x_t$  – разрыв ВВП в процентах (отклонение фактического ВВП от потенциального),  $i_t$  – ставка процента. Центральный банк принимает решение, минимизируя функцию общественных издержек:  $L = (p_t - 1)^2 + x_t^2$ . При этом ЦБ учитывает кривую Филлипса при принятии решения, которая выглядит следующим образом:  $x_t = 2 - 2p_t$ . Какую ставку выберет ЦБ?

**Ответ: 1 % (6 баллов)**

Решение:

Подставим кривую Филлипса в функцию общественных издержек ЦБ и минимизируем её:

$$L = (\pi_t - 1)^2 + (2 - 2\pi_t)^2 = 5\pi_t^2 - 10\pi_t + 5$$

Получаем инфляцию 1 % и разрыв ВВП 0 %. Таким образом, ЦБ выберет ставку  $2 * (1 - 0,5) + 4 * (0 - 0) = 1$  %.

*Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.*

7. На рынке железобетонных труб производственная функция фирмы имеет вид  $Q = (KL)^{1/2}$ .

Рыночный спрос на железобетонные трубы представлен как  $Q = 4000 - 200p$ .

Чему равны долгосрочные средние издержки фирмы в равновесии, если стоимость единицы труда и капитала равны 1?

**Ответ: 2 (6 баллов)**

Решение:

Фирма минимизирует издержки  $TC = wL + rK = L + K$  при условии выпуска  $Q = (KL)^{1/2}$ . Можно выразить из производственной функции  $K$  через  $L$  и фиксированный уровень выпуска  $Q$ :

$$TC = L + \frac{Q^2}{L} \geq 2\sqrt{Q^2} = 2Q$$

Минимум достигается при  $L = Q$ . Тогда

$$TC = 2L$$

$$AC = 2L/Q = 2L/(KL)^{1/2} = 2L/L = 2$$

Возможно также альтернативное решение.

В равновесии выполняется соотношение  $\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$ .

Левая часть равна  $\frac{\frac{K}{2} * (KL)^{\frac{1}{2}}}{\frac{L}{2} * (KL)^{1/2}} = K/L$ .

Так как  $w = r = 1$ , то капитал и труд будут использоваться в пропорции 1:1.

Функция общих издержек в этом случае будет равна

$$TC = wL + rK = L + K = 2L$$

$$AC = 2L/Q = 2L/(KL)^{1/2} = 2L/L = 2$$

*Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.*

8. При цене пистолета-зажигалки 5 евро/шт. на чёрном рынке предъявляют спрос только три мафиози с линейными функциями спроса. Первый из них приобрёл 15 пистолетов-зажигалок, и эластичность его спроса по цене составила  $(-2/3)$ , второй – 25 шт., и эластичность его спроса по цене составила  $(-0,5)$ . Третий мафиози приобрёл 10 шт. Эластичность рыночной кривой спроса при цене пистолета-зажигалки 5 евро/шт. составила  $(-0,75)$ . Найдите коэффициент эластичности кривой спроса третьего мафиози при цене 5 евро/шт.

**Ответ:  $-1,5$  (6 баллов)**

Решение:

Общий объём рыночного спроса при  $P = 5$  составляет

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 15 + 25 + 10 = 50 \text{ шт.}$$

Функции спроса линейные, следовательно

$$Q_i^d = a_i - b_i P \Rightarrow E_P^{di} = Q'_{i(P)} \frac{P}{Q_i} = -b_i \frac{P}{Q_i} \Rightarrow b_i = -E_P^{di} \frac{Q}{P}$$
$$b_1 = \frac{2}{3} * \frac{15}{5} = 2; \quad b_2 = \frac{1}{2} * \frac{25}{5} = 2,5; \quad E_P^{d3} = -b_3 * \frac{5}{10}$$
$$Q_{рын.}^d = Q_1^d + Q_2^d + Q_3^d = (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3)P \Rightarrow$$
$$\Rightarrow E_P^{dрын.} = Q'_{рын.(P)} \frac{P}{Q_{рын.}} = -(b_1 + b_2 + b_3) \frac{P}{Q_{рын.}} =$$
$$= -(2 + 2,5 + b_3) \frac{5}{50} = -0,75 \Rightarrow b_3 = 3; \Rightarrow E_P^{d3} = -b_3 * \frac{5}{10} = -1,5$$

*Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.*

9. На рынке совершенной конкуренции действует 10 фирм. Предельные издержки фирмы с номером  $i$  имеют вид:  $MC_i = \frac{q_i}{i}$ . Спрос задаётся функцией  $Q = 112 - P$ . Найдите равновесную цену.

**Ответ: 2 (6 баллов)**

Решение:

Предложение каждой фирмы определяется равенством предельных издержек и цены:  $MC_i = \frac{q_i}{i} = p$ .

Тогда  $q_i = i * p, Q = p + 2p + 3p + \dots + 10p = 55p$

Приравняв спрос и рыночное предложение, имеем  $p = 2$ .

*Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.*

10. Для поддержания популяции лосося правительство ввело налог в размере 16 рублей за каждый килограмм проданной рыбы, в результате чего реализуемое на рынке количество лосося уменьшилось на 3200 кг. Чему равны

потери мёртвого груза (чистые потери общества)? Функции спроса и предложения на рынке линейны и имеют стандартный вид.

**Ответ: 25 600 (6 баллов)**

Решение:

Потери мёртвого груза равны площади треугольника, в основании которого лежит ставка налога  $p + t - p = t = 16$ , а высота совпадает с изменением равновесного количества:  $3200 * 16 * 0,5$ .

*Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.*

**11.** Компания «Нептагон» является строителем жилой недвижимости и в настоящий момент реализует два проекта. Данные по двум проектам приведены в таблице ниже. В дополнение к строительным расходам и расходам на покупку земли, «Нептагон» также несёт расходы на продажу квартир, которые составляют 5 тыс. руб./кв. м.

Текущая система налогообложения предусматривает упрощённый способ уплаты налогов, по которому компания должна платить в качестве налога 4 % от выручки с продажи квартир.

Со следующего года государство планирует перевести «Нептагон» на новую схему налогообложения, предусматривающую уплату ( $Y$ ) % от прибыли (выручка за вычетом всех операционных расходов). Возможность перейти на новую схему доступна и сейчас, причём в таком случае в этом году в качестве стимулирующей меры «Нептагон» получит однократную субсидию в размере  $100Y$  млн руб. (при положительном объёме выпуска). С этой субсидии компания тоже должна будет уплатить налог, так как она увеличивает налогооблагаемую базу.

При какой величине  $Y$  выигрыш «Нептагона» при переходе на новую схему в настоящий момент будет максимален?

Проект	«Красные Холмы»	«Изумрудные Паруса»
Стоимость квадратного метра жилья (тыс. руб./кв. м)	100	150
Общая площадь, подлежащая продаже (тыс. кв. м)	40	20
Строительный бюджет* (руб. млн)	2000	1600
Стоимость земли (руб. млн)	800	600

*Примечание: \* – не включает стоимость земли.*

**Ответ: 41,5 (6 баллов)**

Решение:

Посчитаем прибыль на 1 кв. м.

$$\text{«Красные Холмы»}: 100 - 2000/40 - 800/40 - 5 = 25$$

$$\text{«Изумрудные Паруса»}: 150 - 1600/20 - 600/20 - 5 = 35$$

Итого прибыль компании «Непнтагон» равна  $25 * 40 + 35 * 20 = 1700$

Максимизируем вот эту функцию:

$$(1700 + 100y) * \left(1 - \frac{y}{100}\right) = 1700 - 17y + 100y - y^2 = -y^2 + 83y + 1700$$
$$Y^* = 83/2 = 41,5.$$

*Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.*

**Максимум за задания с кратким ответом – 36 баллов.**

**Задания с развёрнутым ответом (решением)**

**12.** Фирма «Карамелька» является монополистом на рынке конфет. Спрос на конфеты предъявляют 20 потребителей. Покупка  $q$  кг конфет по цене  $P$  приносит каждому потребителю удовольствие в размере  $U = 10q - P^2q^2$ . Потребитель максимизирует удовольствие. Если потребителю безразлично, покупать или нет, он предпочтёт купить товар. Издержки монополиста составляют  $TC = 5Q + 1$ . Какую цену на свою продукцию должна установить «Карамелька»? Какое количество она произведёт?

**Решение:**

Найдём спрос на продукцию фирмы.

Это парабола, ветви вниз, максимум в вершине.

$$U = 10q - P^2q^2 \Rightarrow q = \frac{10}{2P^2} = \frac{5}{P^2}$$

Следовательно, спрос на конфеты одного потребителя:

$$q = \frac{5}{P^2} \quad \text{(5 баллов)}$$

Следовательно, суммарный спрос на конфеты:

$$Q = \frac{100}{P^2} \quad \text{(1 балл)}$$

Фирма максимизирует прибыль при условии:  $P = \frac{10}{\sqrt{Q}}$

$$PR = \frac{10}{\sqrt{Q}} * Q - 5Q - 1 = 10\sqrt{Q} - 5Q - 1$$

Парабола, ветви вниз, максимум в вершине  $Q = 1 \rightarrow P = 10$  (5 баллов)

**Ответ:**  $P = 10, Q = 1$ .

**Максимум за задание – 11 баллов.**

**13.** Московский таксист Василий ежедневно выбирает себе количество рабочих часов  $h \geq 0$ . Почасовая ставка заработной платы Василия составляет  $w$  рублей. Чем дольше рабочий день, тем сильнее устаёт таксист, поэтому издержки на работу в течение  $h$  часов для него составляют  $2h^2$ . Выходя на работу, Василий рассчитывает заработать за день сумму 1600 рублей, которая является для него точкой отсчёта: он сильно расстраивается, если у него не получается заработать ожидаемую сумму за день. Таким образом, функция полезности Василия имеет следующий вид:

$$U(h) = \begin{cases} wh - 1600 - 2h^2, & \text{если } wh \geq 1600 \\ 2,25 \times (wh - 1600) - 2h^2, & \text{если } wh < 1600 \end{cases}$$

Запишите в аналитическом виде функцию предложения труда Василия  $h^*(w)$ , то есть функцию, выражающую количество часов, которое будет работать в день таксист Василий, в зависимости от почасовой ставки заработной платы. Является ли эта функция неубывающей на всём множестве  $h \geq 0$ ?

**Решение:**

При решении данной задачи можно дополнительно учитывать содержательное ограничение, не оговоренное в условии, что  $h \leq 24$ , а можно не учитывать. Стоит засчитывать оба варианта решения.

**Вариант 1 (не учтено ограничение  $h \leq 24$ )**

Найдём оптимальное количество часов  $h^*$  для каждого участка (в обоих случаях график функции имеет вид параболы с ветвями вниз).

При  $h \geq \frac{1600}{w}$  имеем  $U(h) = wh - 1600 - 2h^2$ , то есть  $h^* = \frac{w}{4}$  при  $\frac{w}{4} \geq \frac{1600}{w} \Leftrightarrow w \geq 80$  (3 балла). При  $w < 80$  вершина параболы (оптимум) выходит за границы ограничения, поэтому оптимальным при  $w < 80$  на данном участке является  $h^* = \frac{1600}{w}$  (2 балла).

При  $h < \frac{1600}{w}$  имеем  $U(h) = 2,25wh - 3600 - 2h^2$ , то есть  $h^* = \frac{2,25w}{4}$  при  $\frac{2,25w}{4} < \frac{1600}{w} \Leftrightarrow w < \frac{1600}{3}$  (3 балла). При  $w \geq \frac{1600}{3}$  вершина параболы (оптимум) выходит за границы ограничения, поэтому оптимальным при  $w \geq \frac{1600}{3}$  на данном участке является  $h^* = \frac{1600}{w}$  (2 балла).

Поскольку для обеих парабол имеет место соотношение  $U\left(\frac{1600}{w}\right) \leq U$  (вершина), функция предложения труда имеет следующий вид:

$$h^*(w) = \begin{cases} \frac{2,25w}{4}, & \text{при } 0 \leq w < \frac{1600}{3} \\ \frac{1600}{w}, & \text{при } w \in \left[\frac{1600}{3}, 80\right) \\ \frac{w}{4}, & \text{при } w \geq 80 \end{cases}$$



Эта функция не является неубывающей на всём множестве  $h \geq 0$  (убывает на  $w \in (\frac{160}{3}, 80)$ ) (1 балл).

**Ответ:** функция предложения труда имеет вид

$$h^*(w) = \begin{cases} \frac{2,25w}{4}, & \text{при } 0 \leq w < \frac{160}{3} \\ \frac{1600}{w}, & \text{при } w \in [\frac{160}{3}, 80), \\ \frac{w}{4}, & \text{при } w \geq 80 \end{cases}$$

она не является неубывающей на всем множестве  $h \geq 0$  (убывает на  $w \in (\frac{160}{3}, 80)$ ).

*Максимум за задание – 11 баллов.*

### Вариант 2 (учтено ограничение $h \leq 24$ )

Найдём оптимальное количество часов  $h^*$  для каждого участка (в обоих случаях график функции имеет вид параболы с ветвями вниз).

Первый участок.

При  $24 \geq h \geq \frac{1600}{w}$  имеем  $U(h) = wh - 1600 - 2h^2$ , то есть  $h^* = \frac{w}{4}$  при  $24 \geq \frac{w}{4} \geq \frac{1600}{w} \leftrightarrow 96 \geq w \geq 80$ .

При  $w > 96$  вершина параболы (оптимум) выходит за границы ограничения, поэтому оптимальным при  $w > 96$  на данном участке является  $h^* = 24$ .

При  $w < 80$  вершина параболы (оптимум) выходит за границы ограничения, поэтому оптимальным при  $w < 80$  на данном участке является  $h^* = \frac{1600}{w}$ .

Нужно, чтобы  $\frac{1600}{w} \leq 24 \leftrightarrow w \geq \frac{200}{3}$ .

При  $w < \frac{200}{3}$  не выполняется условие  $24 \geq h$ .

Второй участок.

При  $h < \frac{1600}{w}, h \leq 24$  имеем  $U(h) = 2,25wh - 3600 - 2h^2$ , то есть  $h^* = \frac{2,25w}{4}$

при  $\frac{2,25w}{4} < \frac{1600}{w}, \frac{2,25w}{4} \leq 24 \leftrightarrow w \leq \frac{128}{3}$ .

$h^* = 24$ , если  $24 < \frac{1600}{w}, \frac{2,25w}{4} > 24 \leftrightarrow w \in [\frac{128}{3}, \frac{200}{3}]$

При  $w \geq \frac{200}{3}$  вершина параболы (оптимум) выходит за границы ограничения, поэтому оптимальным при  $w \geq \frac{200}{3}$  на данном участке является  $h^* = \frac{1600}{w}$ .

Поскольку для обеих парабол имеет место соотношение  $U(\frac{1600}{w}) \leq U(\text{вершина})$ , а первый кусок отсутствует при  $w \leq \frac{200}{3}$ , функция предложения труда имеет следующий вид:

$$h^*(w) = \begin{cases} \frac{2,25w}{4}, & \text{при } 0 \leq w < \frac{128}{3} \\ 24, & \text{при } \frac{128}{3} < w \leq \frac{200}{3} \\ \frac{1600}{w}, & \text{при } w \in (\frac{200}{3}, 80] \\ \frac{w}{4}, & \text{при } w \in (80; 96] \\ 24, & \text{при } w > 96 \end{cases}$$

Эта функция не является неубывающей на всём множестве  $h \geq 0$  (убывает на  $w \in (\frac{200}{3}, 80)$ )

**Разбалловка:** по 4 балла за каждый участок функции полезности (минус 2 балла, если пропущен какой-то из случаев ограничений на  $w$ ), 2 балла за итоговую функцию предложения труда, 1 балл за вывод о невозрастании.

**Ответ:** функция предложения труда имеет вид

$$h^*(w) = \begin{cases} \frac{2,25w}{4}, & \text{при } 0 \leq w < \frac{128}{3} \\ 24, & \text{при } \frac{128}{3} < w \leq \frac{200}{3} \\ \frac{1600}{w}, & \text{при } w \in (\frac{200}{3}, 80] \\ \frac{w}{4}, & \text{при } w \in (80; 96] \\ 24, & \text{при } w > 96 \end{cases}$$

она не является неубывающей на всем множестве  $h \geq 0$  (убывает на  $w \in (\frac{200}{3}, 80)$ ).

*Максимум за задание – 11 баллов.*

**14.** Кузнец Вакула из Дакиньюки после первой удачной сделки решил создать собственный бизнес по обувному ритейлу. Осталось выбрать одну из альтернатив (совмещать нельзя): продавать отечественные лапти или поставлять модные черевички из-за границы. Конкуренция на рынке лаптей значительная, поэтому Вакуле остаётся только продавать свои лапти по рыночной цене 20 рублей. Издержки его при этом составят  $ТС = 2Q^2 + 4Q + 30$  рублей за  $Q$  пар обуви. Рынок заморских черевичек новый для Дакиньюки, Вакула может стать первым и уникальным поставщиком. Спрос местных модниц он оценивает как  $Q_d = 88 - 2P$ , где  $P$  – цена в рублях,  $Q$  – количество пар обуви. Собственные издержки, однако, увеличатся на  $2 \times E \times Q + 8$ , где  $E$  – курс (рублей за иностранную валюту, в которой Вакула оплачивает заказ черевичек). Определите, при каких значениях курса  $E$  Вакула предпочтёт заниматься бизнесом по продаже черевичек (если ему безразлично, каким бизнесом заниматься, он предпочтёт продажу черевичек).

**Решение:**

Случай совершенной конкуренции (лапти):

$$\Pi = TR - TC = 20Q - 2Q^2 - 4Q - 30 = -2Q^2 + 16Q - 30 \rightarrow \max$$

Парабола ветвями вниз относительно  $Q$ , значит максимум в вершине параболы.

$$Q^* = -\frac{16}{-2 \cdot 2} = 4$$

$$\Pi_{\max 1} = -2 \cdot 16 + 16 \cdot 4 - 30 = 2 \text{ руб.} \quad (2 \text{ балла})$$

Случай монополии (заморские черевички)

$$\Pi = 44 - \frac{1}{2}Q - 2Q^2 - 4Q - 30 - 2EQ - 8 = -2,5Q^2 + 40Q - 2EQ - 38 \rightarrow \max$$

Парабола ветвями вниз относительно  $Q$  ( $E$  для Вакулы внешний параметр), значит максимум в вершине параболы.

$$Q^* = -\frac{40 - 2E}{2 \cdot (-2,5)} = 8 - 0,4E \quad (4 \text{ балла})$$

Подставим в функцию прибыли и сравним со случаем совершенной конкуренции:

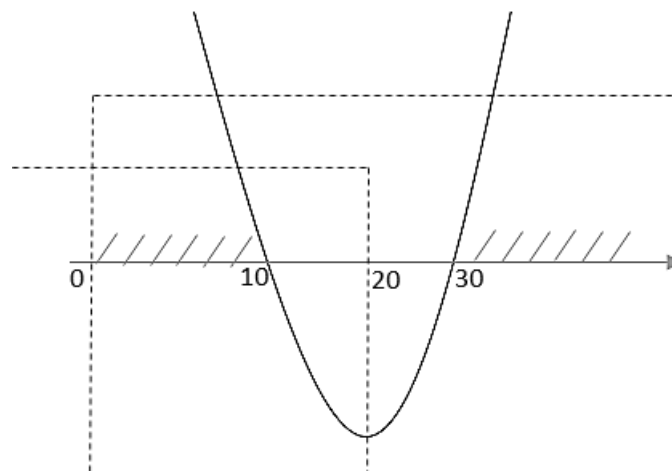
$$\begin{aligned} \Pi_{\max 2} &= -2,5 \cdot (8 - 0,4E)^2 + 40 \cdot (8 - 0,4E) - 2E \cdot (8 - 0,4E) - 38 = \\ &= 0,4E^2 - 16E + 122 \geq 2 \\ 0,4E^2 - 16E + 120 &\geq 0 \end{aligned}$$

Получаем решение  $E \leq 10$ ;  $E \geq 30$ . (3 балла)

Но так как курс влияет на выпуск, а выпуск не может быть отрицательным, получаем дополнительное ограничение:

$$Q \geq 0 \Rightarrow 8 - 0,4E \geq 0 \Rightarrow E \leq 20.$$

Также поскольку курс – это отношение цен в разных валютах, он не может быть отрицательным.



$$E \in [0; 10] \quad (2 \text{ балла})$$

**Ответ:**  $E \in [0; 10]$

Максимум за задание – 11 баллов.

**15.** Жителей города Сиград можно разделить на  $N$  равных по численности групп так, чтобы в каждой группе у всех был равный доход. При этом люди из разных групп тоже могут получать одинаковый доход. Известно, что самая бедная группа жителей получает 10 % доходов всего населения, а самая богатая – 30 %.

При каком  $N$  минимально возможное значение коэффициента Джини в городе Сиград будет минимальным? Найдите это значение.

**Решение:**

Для начала определим, при каких  $N$  условие может быть выполнено.

Обратим внимание, что на «средние» группы населения осталась  $1 - 0,1 - 0,3 = 0,6$  доля всех доходов. Доля дохода каждой из «средних» групп не может быть меньше 0,1 или больше 0,3. **(+1 балл)**

Если  $N = 3$ , то «средняя» группа получает 0,6 всех доходов – это невозможно.

$N = 4$ : в среднем «средние» группы получают  $0,6/(N - 2) = 0,6/2 = 0,3$  долю всех доходов. Это не противоречит условию.

$N = 5$ : в среднем они получают  $0,6/3 = 0,2$ . Такое возможно.

И так далее, пока  $0,1 \leq \frac{0,6}{N-2} \leq 0,3$ .

Получим, что  $N$  может принимать любые целые значения от 4 до 8. Тот же результат можно было получить, просто перебрав все  $N$  до 9 и указав, что дальнейший перебор нецелесообразен, так как вычисленная доля будет всё меньше. **(+2 балла)**.

Теперь поймём, когда при каждом  $N$  неравенство доходов (то есть коэффициент Джини) минимально.

Так как неизвестны доли доходов только средних групп населения, то для минимального неравенства их доходы должны быть равны, иначе, перераспределив доход от более богатой группы населения к более бедной, можно будет снизить неравенство. **(+2 балла)**

Тогда для любого  $N$  население можно разделить на 3 группы – самая бедная с долей населения  $1/N$ , средняя с долей населения  $(N - 2)/N$  и богатая с долей населения  $1/N$ . **(+1 балл)**

Тогда коэффициент Джини, из его геометрического смысла, можно посчитать по формуле:

$$G = 1 - 2 * \left( \frac{1}{2} * \frac{1}{N} * \frac{1}{10} + \frac{1}{2} * \left( \frac{1}{10} + \frac{7}{10} \right) * \frac{N-2}{N} + \left( \frac{7}{10} + 1 \right) * \frac{1}{N} \right) = \frac{N-1}{5N} = \frac{1}{5} - \frac{1}{5N}$$

**(+2 балла за подсчёт коэффициента Джини любым способом).**

Функция возрастает по  $N$  **(+1 балл)**, а значит, выберем наименьшее  $N$  из доступных, 4. **(+1 балл)**

При этом коэффициент Джини составит 0,15. **(+1 балл)**

**Ответ:** при  $N = 4$  коэффициент Джини составит 0,15.

*Максимум за задание – 11 баллов.*

*Максимум за задания с развёрнутым ответом – 44 балла.*

**Максимум за работу – 100 баллов.**