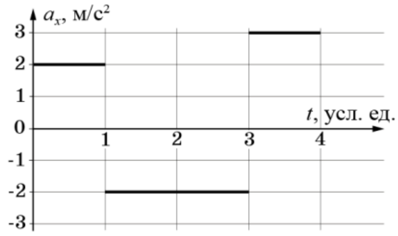
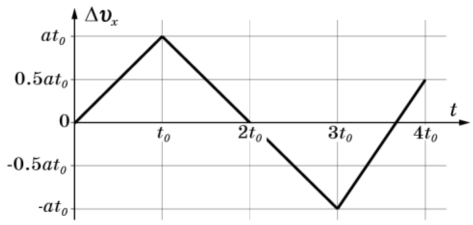
9 класс

Задача 1. До остановки. Две частицы движутся вдоль оси *OX*. Зависимости их ускорения a_x от времени оказалась одинаковыми (см. рис.). За все время наблюдений проекция скорости υ_x каждой из частиц ровно один раз обращалась в ноль, а пройденные ими пути отличались на $\Delta S = 16$ см. Определите пути S1 и S2, пройденные частицами, и время τ их движения.

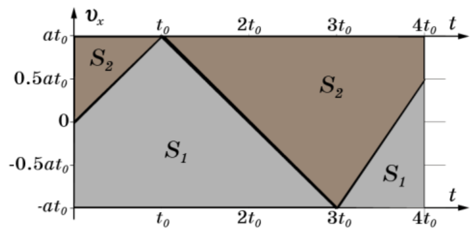


Возможное решение

Обозначим за t_0 и a время движения и ускорение на первом участке. Построим график изменения скорости от времени $\Delta\upsilon(t)$ (см. рис.). Отметим, что единственная остановка ($\upsilon = 0$) за время наблюдения будет если сместить график на $\upsilon_0 = \pm at_0$. В других случаях будет две или три остановки.



Совместим на одном графике две площади, соответствующие путям двух частиц. Вычисление площадей даст:



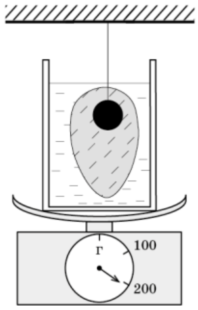
$S_1 = 4{,}25at_0^2$

$S_2 = 3{,}75at_0^2$

$\Delta S = 0{,}5at_0^2 = 16$ см

Откуда $t_0 = 0{,}4$ с, всё время движения $\tau = 4t_0 = 1{,}6$ с; $S_1 = 1{,}36$ м; $S_2 = 1{,}2$ м.

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*



Задача 2. «Наморозили». На весах установлен калориметр с водой при температуре t_0 = 0˚С. Весы показывают при этом m_1 = 100 г. В воду опускают стальной шарик, закрепленный на нити с намерзшим на нем толстым слоем льда, который полностью погружен в воду. Показания весов увеличивается до значения m_2 = 201,3 г. После установления теплового равновесия в калориметре (на этом этапе теплообменом с окружающей средой можно пренебречь), показания весов ещё немного возрастают до m_3 = 204,45 г. Через большой промежуток времени, когда содержимое калориметра нагрелось до комнатной температуры, весы показали m_4 = 191,3 г. Определите массу $m_с$ стального шарика, массу $m_л$ льда на нём перед опусканием в калориметр, их температуру t перед погружением в воду. Удельная теплоемкость стали $c_с$ = 450 Дж/кг·˚С, удельная теплоемкость льда $c_л$ = 2100 Дж/(кг·˚С) удельная теплота плавления льда λ = 3,4·10^5 Дж/кг, плотность стали $\rho_с$ = 7800 кг/м^3, льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3, воды $\rho_в$ = 1000кг/м^3.

Возможное решение.

Показания весов при погружении тела на нити увеличиваются за счёт силы Архимеда действующей на это тело. Поэтому сразу после опускания шарика со льдом в воду:

$$m_2 = m_1 + \left(\frac{m_с}{\rho_с} + \frac{m_л}{\rho_л}\right)\rho_в \qquad (1)$$

После установления теплового равновесия показания весов увеличились из-за дополнительно намёрзшего льда массой $\Delta m_л$. При этом в сосуде устанавливается температура 0°С и можно записать уравнение теплового баланса:

$$\Delta m_л \lambda + (c_с m_с + c_л m_л)t = 0 \qquad (2)$$

Показания весов при этом увеличатся:

$$m_3 - m_2 = \frac{\Delta m_л}{\rho_л}\rho_в - \Delta m_л = \frac{\rho_в - \rho_л}{\rho_л}\Delta m_л \qquad (3)$$

После того как весь лёд растает показания весов P_4 по сравнению с P_2 уменьшатся из-за уменьшения силы Архимеда, но увеличатся за счёл увеличения количества воды на $m_л$:

$$m_2 - m_4 = \frac{m_л}{\rho_л}\rho_в - m_л = \frac{\rho_в - \rho_л}{\rho_л}m_л \qquad (4)$$

Из этого уравнения получаем начальную массу льда:

$$m_л = \frac{m_2 - m_4}{\rho_в - \rho_л}\rho_л = 90 \text{ г}$$

Теперь из уравнения (1) можно найти массу стального шарика:

$$m_с = \frac{\rho_с}{\rho_в}\left(m_2 - m_1 - \frac{m_л}{\rho_л}\rho_в\right) \approx 10{,}1 \text{ г}$$

Из (3) находим массу дополнительно намёрзшего льда:

$$\Delta m_л = (m_3 - m_2)\frac{\rho_л}{\rho_в - \rho_л} \approx 28{,}4 \text{ г}$$

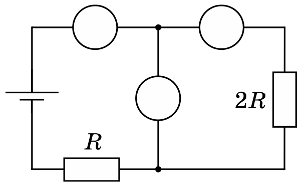
Наконец, из (2) определим начальную температуру льда и шарика:

$$t = -\frac{\Delta m_л \lambda}{c_с m_с + c_л m_л} \approx -49{,}9°\text{С}$$

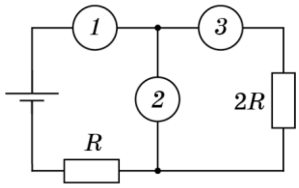
Примечание. При подстановке численных значений в условие плавания получается, что лёд с шариком должен всплывать. Но, во-первых, в условии задачи оговорено, что шарик со льдом полностью погружены в воду, и участники олимпиады должны исходить из этого. Во-вторых, даже если лед с шариком плавают, то лед выступает из воды лишь на малую часть своего объема, и это практически не влияет на численный ответ (получается разница ~1%).

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

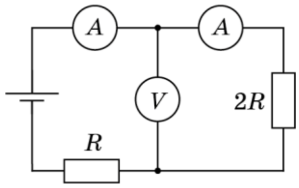
Задача 3. Пропавшие приборы. Миша собрал электрическую цепь, состоящую из идеального источника, двух резисторов, двух амперметров и одного вольтметра. Но второпях он забыл расставить на схеме обозначения приборов, зато точно запомнил, что один из амперметров показывал силу тока I = 1,0 мА, а вольтметр – напряжение U = 1,2 В. Восстановите обозначения приборов. Дайте обоснование. Определите показания второго амперметра, сопротивления резисторов и напряжение источника U_0. Все приборы можно считать идеальными.



Возможное решение.



Прежде всего, определим, где какой прибор подключен. Если в положении «1» будет стоять идеальный вольтметр, то цепь будет разомкнута и показания амперметров будут нулевыми, что не удовлетворяет условиям задачи. Значит в положении «1» стоит амперметр. Теперь если в положение «3» поставить вольтметр, а в «2» поставить другой амперметр, то последний закоротит участок цепи с вольтметром. Тогда показания вольтметра будут нулевыми, что не удовлетворяет условиям задачи.



Значит, правильная схема приведена на нижнем рисунке.

В этой схеме амперметры подключены последовательно. Это означает, что их показания одинаковы и равны общему току в цепи:

$$I_{A1} = I_{A2} = I = 1{,}0 мА$$

Такой же ток течёт через резистор 2R, напряжение на нём показывает вольтметр. По закону Ома $2R = \frac{U}{I} = 1200$ Ом, и R = 600 Ом.

Сила тока через резистор R так же равна I, следовательно, падение напряжения на нём

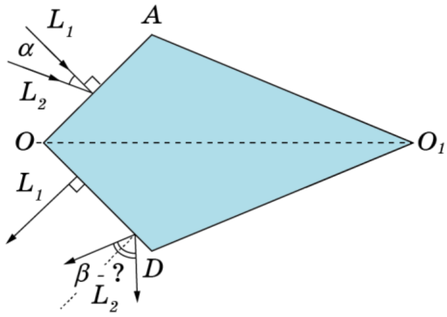
$$U_R = IR = 0{,}6B$$

Напряжение источника равно сумме падений напряжений на резисторах.

$$U_0 = U_R + U_{2R} = 1{,}8B$$

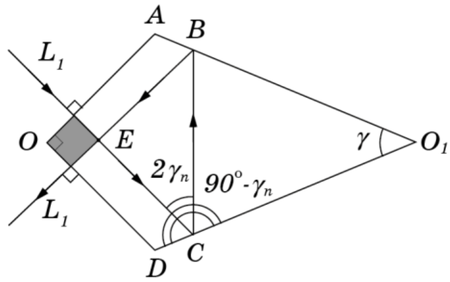
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Задача 4. Тетрагон. Основание стеклянной призмы имеет форму четырёхугольника OAO_1D (см. рисунок). Угол AOD – прямой. Призма симметрична относительно плоскости, содержащей OO_1 и перпендикулярной основанию. Луч L_1 нормально падает на грань OA и после отражений на гранях DO_1 и AO_1 выходит через грань OD так же под прямым углом к ней. Луч L_2 падает на грань OA под углом α. Под каким углом β относительно нормали к грани OD он выйдет из призмы после отражений на гранях DO_1 и AO_1? Все лучи и перпендикуляры к граням призмы лежат в плоскости OAO_1D.

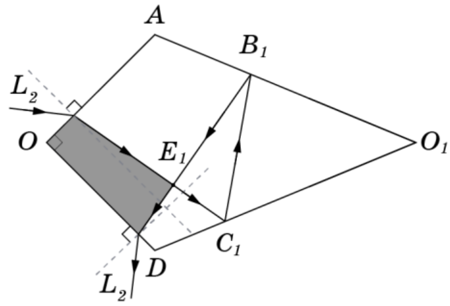


Возможное решение.

Построим ход L_1. Нормально падающие лучи не преломляются на границе раздела сред. Значит, ход лучей симметричен относительно OO_1, и луч дважды пересекает эту линию в точке E. Треугольник BEC прямоугольный и равнобедренный, значит углы EBC и ECB по 45°, значит углы падения и отражения лучей на гранях будут по $\gamma_п = 22{,}5°$. Тогда, из четырёхугольника EBO_1C угол $\gamma = 45°$.



Построим ход отклонённого луча. Отметим, что сумма углов AB_1C_1 и DC_1B_1 равна сумме углов ABC и DCB (сумма углов в четырехугольниках одинакова). Следовательно, сумма углов $E_1B_1O_1$ и $E_1C_1O_1$ равна сумме углов EBO_1 и ECO_1. Значит, лучи по-прежнему пересекаются в призме под прямыми углами.

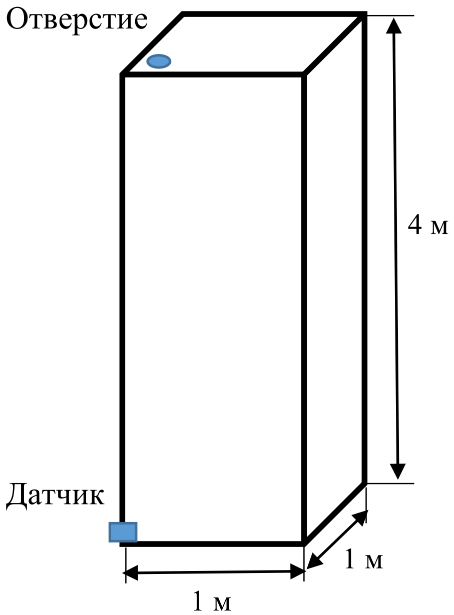


С учётом вышесказанного, принимая во внимание равенство суммы углов в «серых» четырёхугольниках, можно заключить, что угол, под которым преломился L_2 на грани OA равен углу, под которым он упал на грань OD. Значит, по закону Снеллиуса, угол под которым луч выйдет из грани OD равен углу, под которым он упал на грань OA.

Заметим, что от показателя преломления стекла ответ не зависит.

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Задача 5. «Гидростатический черный ящик». Имеется прямоугольный сосуд размерами 1x1x4 метра. В верхней крышке сосуда есть отверстие. В нижней части сосуда вплотную ко дну смонтирован миниатюрный датчик давления. Внутри сосуда может быть расположено произвольное число перегородок и закрытых ими полостей. Каждая перегородка имеет пренебрежимо малый объем и расположена горизонтально или вертикально. Все вертикальные перегородки параллельны одной и той же стенке сосуда.

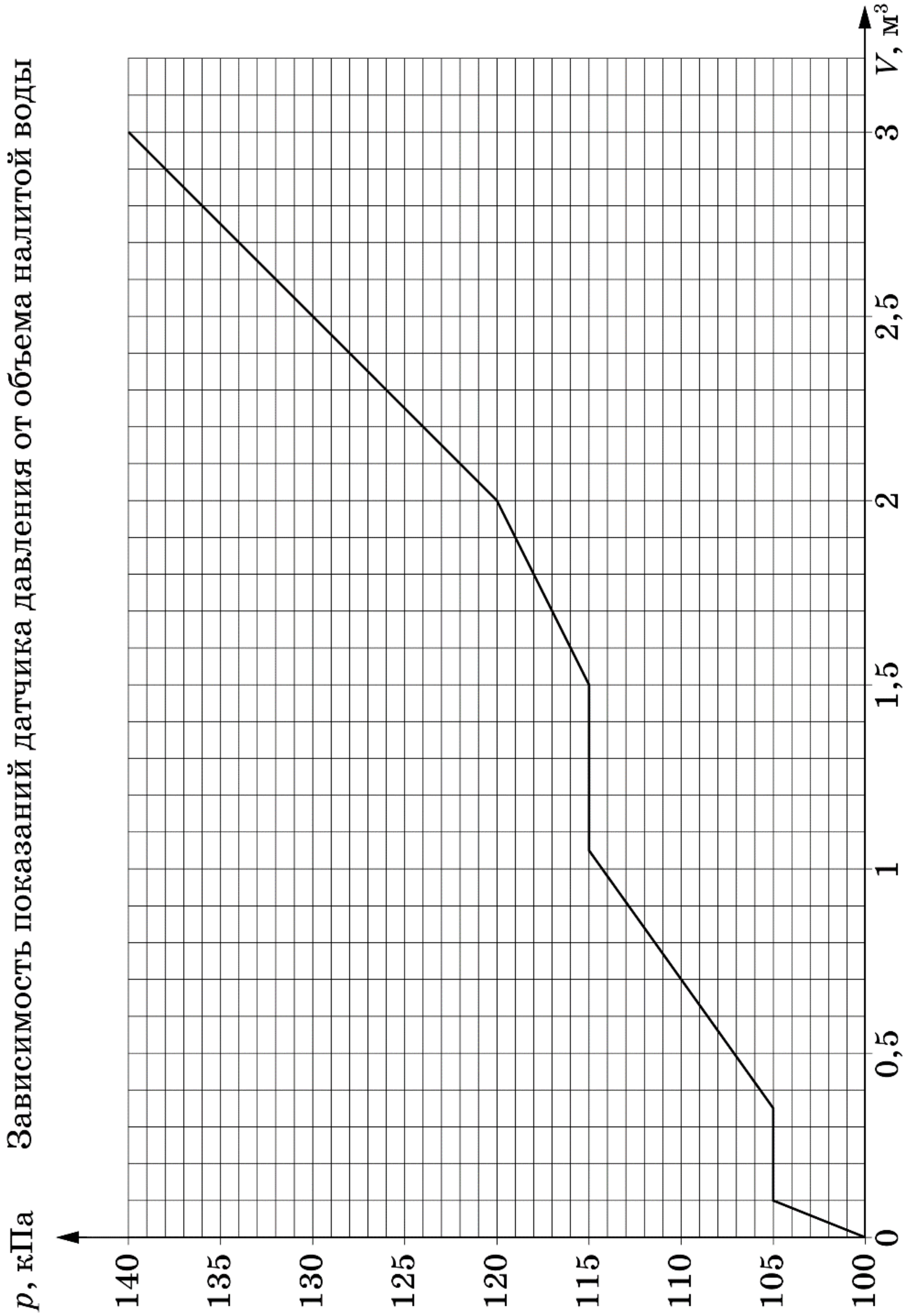


Через верхнее отверстие в сосуд медленно заливают воду, снимая при этом зависимость показаний датчика давления от объема налитой воды. Полученная зависимость представлена на графике. Проанализируйте ее и нарисуйте на выданном вам листе возможную схему расположения перегородок в сосуде, соответствующую данному графику (достаточно любой одной схемы из множества возможных). На схеме укажите масштаб и все характерные размеры. Поясните, каким образом вы получили эти размеры и определили характерные особенности расположения перегородок.

Считайте g = 10 м/с^2, плотность воды ρ = 1 000 кг/м^3, атмосферное давление p_0 = 100 кПа.

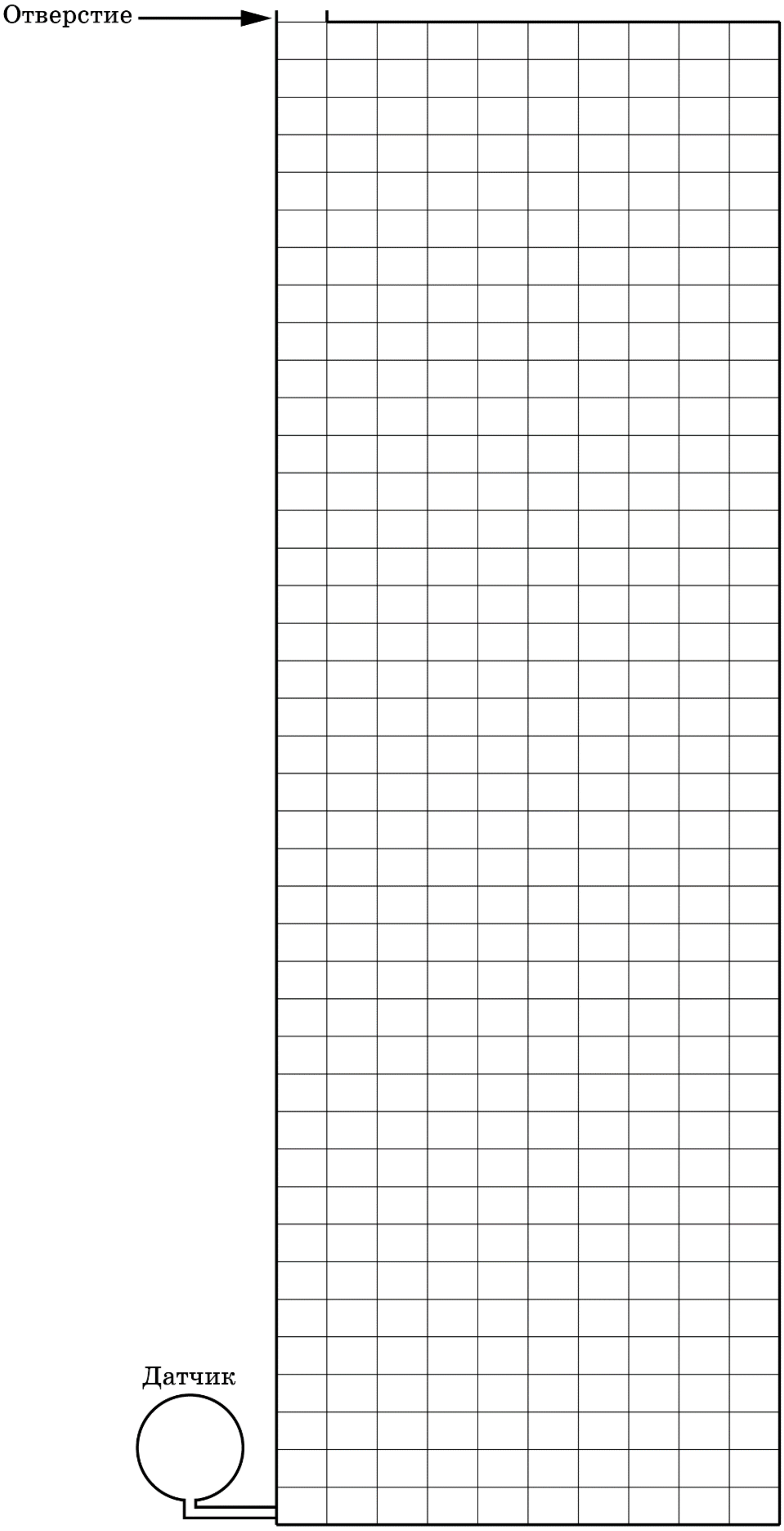
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

График для задачи 5 следует распечатать на отдельном листе формата А4.
СДАЕТСЯ ВМЕСТЕ С РАБОТОЙ!!!



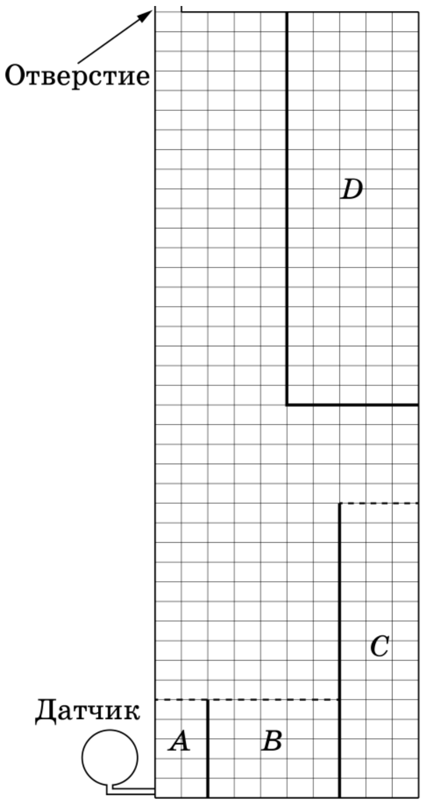
22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Заготовку для схемы задачи 5 следует распечатать на отдельном листе формата А4.
СДАЕТСЯ ВМЕСТЕ С РАБОТОЙ!!!



22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Возможное решение. Мы видим несколько участков линейного увеличения давления. Измеряемое датчиком давление $P = P_0 + \rho g h$, где h – высота свободной поверхности воды над датчиком давления (дном сосуда). Из графика видно, что в конце процесса сосуд оказался заполнен доверху.



Пусть в сосуд долили небольшой объем воды ΔV, который растекся по свободной поверхности уже налитой жидкости. Пусть площадь свободной поверхности воды равна S, тогда $\Delta V = S \cdot \Delta h = \frac{S\Delta P}{\rho g}$, откуда $S = \rho g \frac{\Delta V}{\Delta P}$. Найдем площади свободной поверхности жидкости для каждого линейного участка возрастания давления.

h, м	0,0-0,5	0,5-1,5	1,5-2,0	2,0-4,0
S, м^2	0,2	0,7	1,0	0,5

Из таблицы видно, что только в диапазоне высот 1,5 - 2,0 метра от дна вода заполняла сосуд по всей его площади.

Теперь разберемся с горизонтальными участками графика. Как возможно такое, что при увеличении объема воды в сосуде давление у дна не возрастает. Это возможно, если в определенный момент времени вода достигает верха некоторой перегородки и затем переливается через нее, а когда уровень воды за перегородкой сравняется с уровнем воды перед перегородкой, то давление на дно вновь начинает расти. Из графика видно, что объем частей A, B и C составляют соответственно 0,1 м^3; 0,25 м^3 и 0,45 м^3. Часть D представляет собой полость, образованную горизонтальной и вертикальной перегородками.

На рисунке приведен один из возможных примеров расположения перегородок в сосуде. Одна клетка соответствует 0,1 метра.

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Уточненные критерии
9 класс

Задача 1

1	Указано, что остановка происходит либо при $t_1 = t_0$, либо при $t_2 = 3t_0$ (по 1 баллу за каждый случай)	2 балла
2	Получены выражения для S_1 и S_2 через a и t_0 (или τ) (по 2 балла за каждый путь)	4 балла
3	Получено выражение для ΔS через a и t_0 (или τ)	1 балл
4	Найдено время движения τ	1 балл
5	Найдены пути S_1 и S_2 (по 1 баллу за каждый путь)	2 балла

Задача 2

1	Записано выражение для показаний весов сразу после погружения тела на нити (1)	2 балла
2	Записано уравнение теплового баланса (2)	1 балл
3	Записано выражение для показаний весов после намерзания льда (3)	2 балла
4	Записано выражение для показаний весов после таяния льда (4)	2 балла
5	Найдена начальная масса льда	1 балл
6	Найдена масса шарика	1 балл
7	Найдена начальная температура льда с шариком	1 балл

Задача 3

1	Правильно и обоснованно определено положение вольтметра на схеме (в положении 2): - исключена возможность нахождения в положении 1 – 2 балла; - исключена возможность нахождения в положении 3 – 2 балла; - если нахождение вольтметра в положении 2 не доказано, а это просто утверждается (например, со ссылкой на обычную практику), то за этот пункт ставится 1 балл.	4 балла
2	Правильно определены показания второго амперметра	2 балла
3	Правильно рассчитаны сопротивления резисторов R и $2R$	2 балла
4	Правильно рассчитано напряжение источника U_0	2 балла

Задача 4

1	Правильно описано прохождение луча, нормально падающего на грань призмы	1 балл
2	Применён закон отражения света	1 балл
3	Указано на симметричность хода луча L_1 в призме (относительно оси OO_1)	1 балл
4	Правильно найдены неизвестные углы в призме (хотя бы один из них)	2 балла
5	Доказано, что луч, падающий на грань DO_1, и во втором случае перпендикулярен лучу, падающему на грань OD.	2 балла
6	Получено, что угол преломления луча L_2 на грани OA равен его углу падения на грань OD	2 балла
7	Сделан вывод о том, что угол, под которым луч выйдет из грани OD, равен углу, под которым он упал на грань OA ($\beta = \alpha$)	1 балл

Примечание к критериям

Если задача решалась альтернативным способом, например, через пошаговое построение хода лучей, то при оценивании решения следует придерживаться следующих правил:

1. Полностью правильное решение с выводом равенства углов $\beta = \alpha$ – 10 баллов.
2. Рассмотрение хода луча L_1 с правильным нахождением угла γ – 5 баллов.

Возможно альтернативное решение, основанное на знании того факта, что луч, отражаясь от двугранного угла, в результате поворачивается (относительно начального направления) на удвоенную величину этого угла. Пример – уголковый отражатель. Тогда не нужно искать угол γ, а результат п. 5 получается сразу. Такое решение, в случае его доведения до конца, оценивается полным баллом.

Задача 5

1	Сделан пересчет давления в высоту	1 балл
2	Определена площадь свободной поверхности воды на разных высотах	1 балл
3	Дано объяснение горизонтальным участкам на графике	2 балла
4	Указано, что на высоте 1,5-2,0 метра отсутствуют перегородки, препятствующие заполнению всей площади сосуда	1 балл
5	Участок графика от 0 до 0,5 метра указывает на наличие перегородки между частями A и B	1 балл
6	Часть A имеет объем 0,1 $м^3$ (ее высота 0,5 метра была определена ранее – в п. 2)	1 балл
7	Участок графика от 0,5 до 1,5 метров указывает на наличие перегородки между частями B и C	1 балл
8	Часть B имеет объем 0,25 $м^3$ (и высоту 0,5 метра) Часть C имеет объем 0,45 $м^3$ (и высоту 1,5 метра) (высоты были определены ранее – в п. 2)	1 балл
9	Участок графика от 2,0 до 4,0 метра соответствует полости D	1 балл