

IX/X.9 МЕЖДУ ЭКВАТОРОМ И ПОЛЮСОМ

О.С. Угольников



Условие. Перед Вами фотографии, сделанные в некоторой точке Земли. Определите примерную дату и истинное солнечное время съемки. Считать, что все фото получены одновременно.



1



2



3



4

Решение. Приведенные фотографии дают возможность определить местоположение (широту) и горизонтальные координаты Солнца (азимут, высота). Вместе с дополнительной информацией, имеющейся на фото, это достаточно, чтобы понять, в какой сезон и время производилась съемка.

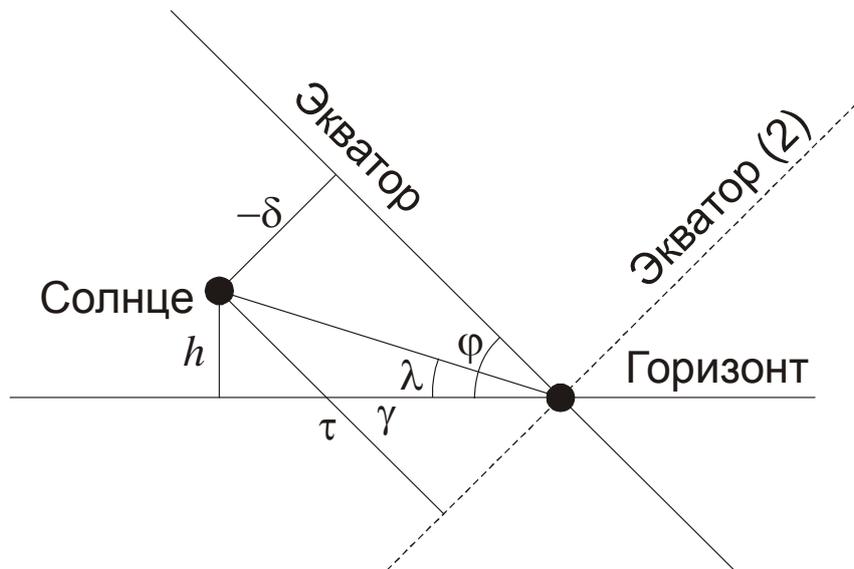
Фото 2 сразу дает нам значение широты места: $+45^\circ$. Помимо этого, мы видим, что указатель содержит два длинных плеча, направленных вдоль линии «запад-восток». Эти плечи не

видны на фото 4, так как сливаются с изображением самого столба. Следовательно, на фото 4 столб располагается точно к востоку или западу от фотокамеры. Проведем на этом фото линию, которая совпадет с направлением на запад или восток на поверхности Земли. Обратим внимание, что сама площадка и выложенная на ней плитка не ориентирована вдоль линии «запад-восток».



Самым сложным моментом анализа фото является перенос данной линии с фото 4 на фото 3, который можно сделать на основе изображений тротуарных плиток. Мы видим, что направление «запад-восток» образует достаточно большой угол γ с тенью столба. Этот угол равен $90^\circ - A$ или $-90^\circ - A$, где A – текущий азимут Солнца. Измерение этого угла напрямую по фото 3 дает значение 35° . Оговоримся, что здесь возможны погрешности, связанные с наклонной проекцией фото.

Высоту Солнца над горизонтом можно определить по фото 1, сравнивая рост ребенка и длину его тени: $h=12^\circ$. Теперь нам надо найти склонение Солнца. Учитывая оценочный характер и не очень высокую точность всех углов, особенно γ , воспользуемся плоским представлением участка неба:



Предположим, что на фото 4 столб располагается к западу от наблюдателя, и Солнце уже клонится к закату. Направление от точки запада к Солнцу образует угол λ с горизонтом:

$$\lambda = \operatorname{arctg} \frac{h}{\gamma} = 19^\circ.$$

Склонение Солнца отрицательно и составляет

$$\delta = -\frac{h}{\sin \lambda} \sin(\varphi - \lambda) = -16^\circ.$$

Мы можем также определить, какой угловой путь нужно пройти Солнцу до пересечения с линией, перпендикулярной экватору (дополнение часового угла до 6 часов):

$$\tau = \frac{h}{\sin \lambda} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi + \lambda\right) = 33^\circ$$

или 2 часа 12 минут. Тогда истинное солнечное время есть $18\text{ч} - \tau = 15\text{ч}48\text{м}$. Проведенные расчеты позволяют нам сразу отбросить другой случай – если бы Солнце только взошло на северо-востоке (пунктирная линия экватора на рисунке). С учетом широты, равной 45° , мы бы получили значение склонения, равное τ или $+33^\circ$, чего не может быть.

Итак, нам уже известно истинное солнечное время съемки ($15\text{ч}48\text{м}$) и склонение Солнца (-16°). Таким оно бывает в начале февраля и начале ноября. Широта, соответствующая южным районам России, и осенние листья на деревьях и земле позволяют выбрать один правильный ответ: первые дни ноября.

Интересно, что несмотря на существенные упрощения, мы получили ответ, весьма близкий к точному. Фото были сделаны 5 ноября в $15\text{ч}37\text{м}$ по истинному солнечному времени.

Система оценивания (от одного члена жюри). Для решения задания участники олимпиады должны определить по фотографиям горизонтальные координаты Солнца. Высота достаточно легко находится по фото 1, ее правильное определение оценивается в 2 балла, допустимая погрешность – 1° . При погрешности до 2° за этот этап выставляется половина баллов (1), дальнейшее решение оценивается в полной мере.

Определение азимута (точнее говоря, его отличия от направления на запад или восток) представляет собой более сложную задачу и оценивается в 3 балла. Допустимая точность составляет 5° . При погрешности до 7° оценка снижается до 2 баллов, при погрешности до 10° – до 1 балла, при условии, что методика определения азимута корректна. Участники олимпиады могут не делать примерную оценку по фото 3, а пытаться определить угол по плиточному узору на площадке, что при условии верного исполнения засчитывается полностью. Если же делается предположение, что площадка ориентирована вдоль линии «запад-восток», и не оценивается наклон желтой линии на фото 3, то вне зависимости от ответа весь этот этап решения задачи не засчитывается (0 баллов).

В случае существенных ошибок на этих этапах последующие этапы оцениваются наполовину (если полученные значения одной или двух горизонтальных координат Солнца отличаются от правильных более чем на 15°) или не оцениваются вовсе (отличие больше 30°).

При переходе от найденных углов к координатам Солнца необходимо рассмотреть разные случаи. Предположение, что Солнце находится в восточной стороне неба и вывод о том, что такого не может быть (склонение Солнца слишком высоко) оценивается в 2 балла. Если этот случай не рассматривается, данные баллы не выставляются. Если этот случай оказывается возможным вследствие ошибок, допущенных на предыдущих этапах, то за этап выставляется либо 1 балл (указывается на несоответствие пейзажа эпохе летнего солнцестояния), либо 0 баллов (случай считается правильным).

Вычисление склонения и часового угла Солнца оцениваются по 2 балла. Они могут производиться как с помощью формул сферической тригонометрии (с обязательным рассмотрением всех возможных случаев ориентации столба и наблюдателя – запад и восток), так и на основе приближенного анализа, приведенного выше. Наконец, 1 балл выставляется за правильную оценку даты. Если при этом не оговаривается второе решение (февраль), этот балл не выставляется.

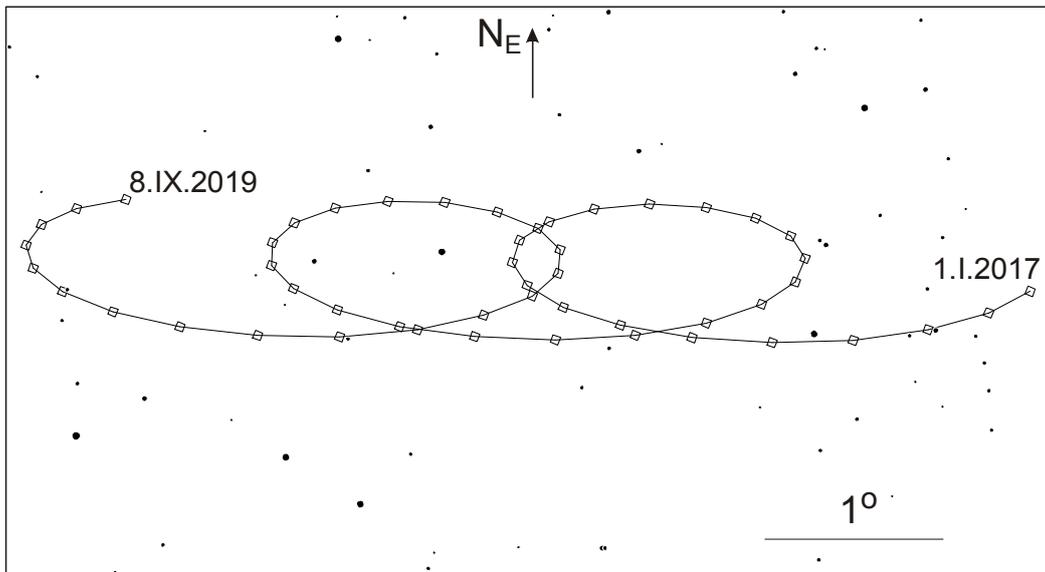
X/XI.7 ДАЛЕКИЙ ОБЪЕКТ

О.С. Угольников



Условие. Вы видите карту видимого пути среди звезд объекта пояса Койпера вблизи его перигелия за несколько лет. Направление вверх соответствует направлению на северный полюс эклиптики, указан масштаб карты и даты начала и конца трека. Интервалы между соседними отметками на треке соответствуют 20 дням. Определите по этой карте:

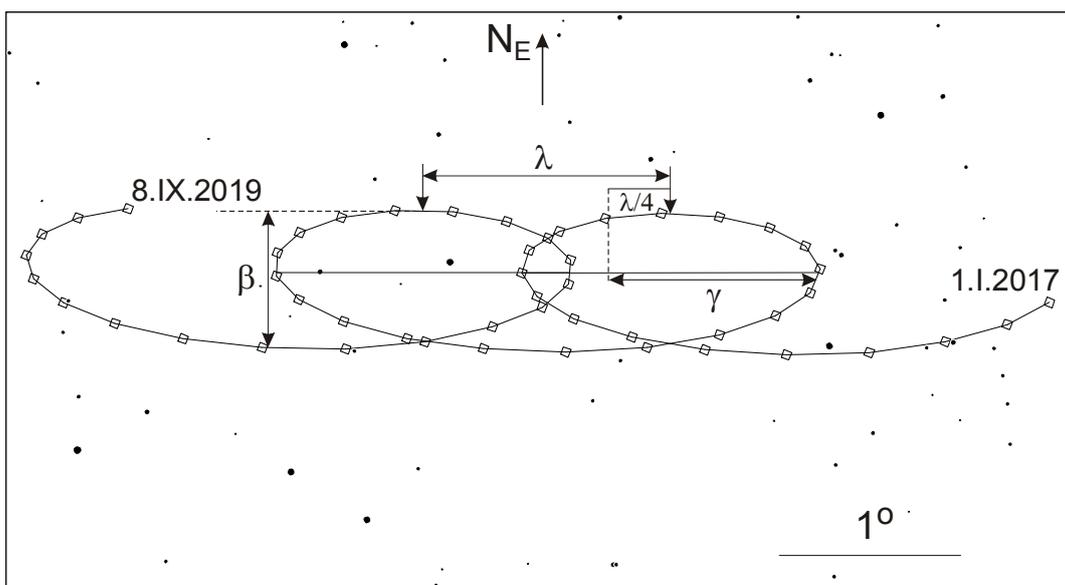
- 1) Расстояние объекта от Солнца;
- 2) Его орбитальный период;
- 3) Созвездие, в котором находится объект.



Решение. На звездной карте не указаны координаты, дан лишь масштаб. Однако мы можем отметить ряд обстоятельств, которые облегчают решение задачи. Среднее по времени движение объекта среди звезд направлено с запада на восток, с периодами попятного движения, как у внешних планет. Следовательно, объект движется вокруг Солнца в прямом направлении. Его петли симметричны относительно вертикальной оси, их положение соответствует одной и той же эклиптической широте (ординате на рисунке). Следовательно, гелиоцентрическая эклиптическая широта объекта в период наблюдений примерно постоянна.

Середина участка попятного движения соответствует противостоянию объекта. По отметкам мы можем установить, что оно происходит во второй половине сентября, вблизи осеннего равноденствия. Отметим положение объекта во время двух последовательных противостояний и найдем угловое расстояние между этими положениями:

$$\lambda = 1.37^\circ.$$



Во время противостояний геоцентрическая и гелиоцентрическая эклиптическая долгота объекта совпадают. Если считать орбиту Земли круговой, то противостояния отстоят друг от

друга на $T=(361.4/360)$ или 1.004 года. Этот период можно считать равным одному году. Отсюда мы можем определить гелиоцентрическую угловую скорость объекта:

$$\omega = \lambda/T = 1.37^\circ / \text{год}.$$

Вычислить сразу расстояние объекта от Солнца по его синодическому периоду нельзя, так как мы не знаем эксцентриситет орбиты. Для вычисления расстояния определим его годовое параллактическое смещение во время квадратуры. Так как объект расположен значительно дальше от Солнца, чем Земля, квадратура наступает через четверть года после противостояния. Находим положение объекта в это время и отмечаем его гелиоцентрическое положение, смещенное на угол $\lambda/4$ к востоку по отношению к положению противостояния. Параллактический угол равен

$$\gamma = 1.15^\circ.$$

Отсюда мы вычисляем расстояние планеты от Солнца в астрономических единицах:

$$r = 1/ \sin \gamma = 50 \text{ a.e.}$$

Объект находится вблизи перигелия, и мы можем найти эксцентриситет его орбиты:

$$e = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 = 0.8.$$

Здесь $\omega_0=1.02^\circ/\text{год}$ – угловая скорость кругового движения, соответствующего данному расстоянию от Солнца. Большая полуось орбиты объекта равна 250 а.е., а период обращения – примерно 4000 лет.

Приведенный выше способ определения расстояния объекта от Солнца и его периода обращения не является единственным. Можно также измерить угловые скорости перемещения объекта по небу во время соединения (середина длинной дуги видимого пути объекта) и противостояния (середина короткой дуги):

$$\omega_1 = 0.023^\circ / \text{день}; \quad \omega_2 = -0.016^\circ / \text{день}.$$

Знак «-» соответствует попятному движению астероида. Будем считать, что наклон орбиты астероида к плоскости эклиптики небольшой (в этом мы убедимся далее), а его скорость на интервале двух лет вблизи перигелия постоянна. Орбиту Земли мы можем считать круговой. Тогда в соединении расстояние до астероида можно считать равным $(r + r_E)$, где r_E – радиус орбиты Земли, а скорости астероида и Земли v и v_E противоположны. В противостоянии расстояние уменьшается до $(r - r_E)$, а скорости сонаправлены. Запишем выражения для угловых скоростей:

$$\omega_1 = \frac{v + v_E}{r + r_E}; \quad \omega_2 = \frac{v - v_E}{r - r_E}.$$

Решая эти уравнения, мы получаем выражение для расстояния астероида от Солнца:

$$r = \frac{2v_E - r_E(\omega_1 + \omega_2)}{\omega_1 - \omega_2} = r_E \frac{2\omega_E - \omega_1 - \omega_2}{\omega_1 - \omega_2}.$$

Здесь $\omega_E = v_E / r_E$ – угловая скорость орбитального движения Земли (0.986° / день). Мы получаем значение r , равное 50 а.е. Далее мы определяем линейную и угловую гелиоцентрическую скорость объекта:

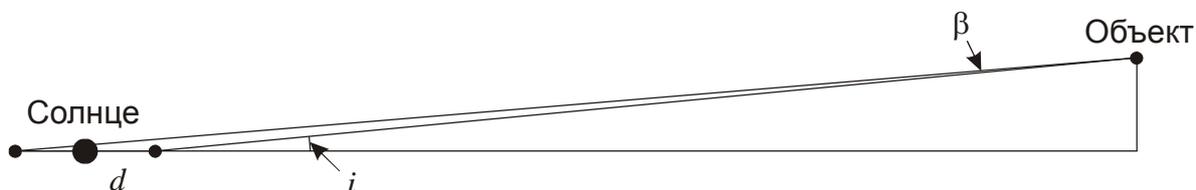
$$v = r_E \frac{\omega_E (\omega_1 + \omega_2) - 2\omega_1\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}; \quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{\omega_E (\omega_1 + \omega_2) - 2\omega_1\omega_2}{2\omega_E - \omega_1 - \omega_2} \sim 1.4^\circ / \text{год}.$$

Это близко к полученному выше значению, но имеет худшую точность, так как базируется на измерении более коротких отрезков на звездной карте.

Чтобы определить созвездие, нам нужно найти примерное значение угла наклона гелиоцентрического направления на объект к эклиптике. Для этого найдем вертикальный размер петли, описываемой объектом на небе:

$$\beta = 0.76^\circ.$$

В противостоянии объект пояса Койпера находится на 2 а.е. ближе к Земле, чем в соединении и за счет этого виден на большем угловом расстоянии к северу от эклиптики.



Так как нас интересует примерное значение угла i , мы можем учесть, что объект значительно дальше от Солнца, чем Земля. Угол составляет

$$i = \arcsin \frac{r \sin \beta}{2d} = 20^\circ.$$

Астероид вступает в противостояние вблизи осеннего равноденствия. Следовательно, он находится в 20° по направлению к северному полюсу эклиптики от точки весеннего равноденствия. Это соответствует созвездию Пегаса.

Система оценивания (от одного члена жюри). В задании нужно ответить на три вопроса, каждый из ответов оценивается по 4 балла. Первый вопрос связан с вычислением текущего расстояния от Солнца до объекта. Самым правильным способом является вычисление годового параллактического смещения объекта на небе вблизи его квадратуры. Вместо этого участник олимпиады может вычислить расстояние от Солнца до объекта по анализу угловых скоростей. Допускается неточность определения параллакса или расстояния в пределах 5%. Данный этап оценивается в 4 балла. Вероятными ошибками участников олимпиады могут быть:

1) Вычисление параллакса как полуширины петли видимого движения объекта (без слагаемого $\lambda/4$ в решении выше). Тогда параллакс получается равным 0.8° , расстояние – около 70 а.е. В этом случае за выполнение данного этапа выставляется 2 балла. Данная ошибка также приводит к неверному ответу на другие вопросы задания. В частности, эксцентриситет орбиты объекта превышает единицу (около 4), и орбитального периода не существует. Ввиду абсурдности ответа в этом случае за второй этап выставляется 0 баллов, он также не оценивается, если в нем получается другой ответ из-за ошибок при вычислениях. На ответ на третий вопрос данная неточность не влияет, и в случае верного выполнения он оценивается в полной мере.

2) Расстояние объекта может быть вычислено по III закону Кеплера на основе синодического периода объекта или его смещения по небу за год. Фактически это означает предположение круговой орбиты объекта. В этом случае орбитальный период составляет около 260 лет, расстояние от Солнца – около 40 а.е. При таком выполнении за оба первых этапа выставляется по 1 баллу, третий при условии правильного выполнения оценивается в полной мере. При получении других ответов (в том числе правильного – 50 а.е.) за первый этап при такой методике оценка *не может* быть увеличена.

Второй этап состоит в вычислении орбитального периода объекта пояса Койпера и также оценивается в 4 балла. Для выполнения этого этапа необходимо определить эксцентриситет и большую полуось орбиты. Другой путь состоит в вычислении линейной скорости в перигелии. Если же орбита предполагается круговой, то оценка за весь второй этап не может превышать 1 балл. Оценка не снижается, если эксцентриситет попадает в интервал от 0.7 до 0.9, а орбитальный период – от 2200 до 11000 лет. При больших ошибках (эксцентриситет от 0.6 до 1.0) оценка за второй этап уменьшается на 2 балла, если это вызвано только ошибками измерений. При еще большей погрешности или при наличии физических ошибок или применений неверных формул (вне зависимости от ответа) оценка за весь этап не превосходит 1 балла.

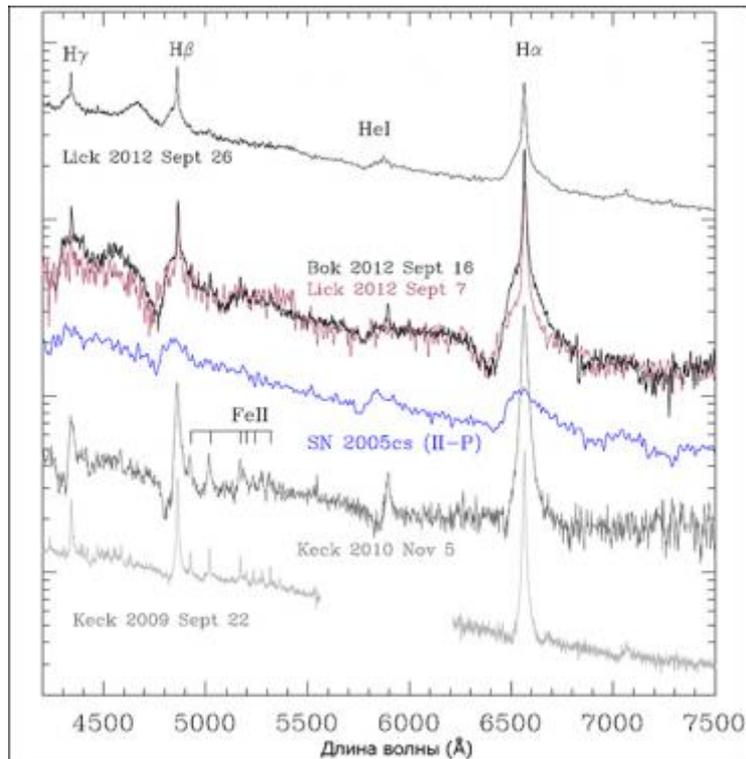
Третий этап состоит в определении созвездия, в котором находился объект, и оценивается в 4 балла. Если при этом не производится правильных по методике вычислений видимой эклиптической широты объекта, то оценка составляет 1 балл в случае правильного ответа (Пегас) и 0 баллов во всех остальных случаях. Если широта вычисляется правильно, то оценка составляет не менее 2 баллов плюс еще 2 балла при правильно указанном созвездии. Ответ – созвездие Рыб, содержащее точку весеннего равноденствия – правильным не является.

X/XI.8 НЕОБЫЧНАЯ СВЕРХНОВАЯ

О.С. Угольников



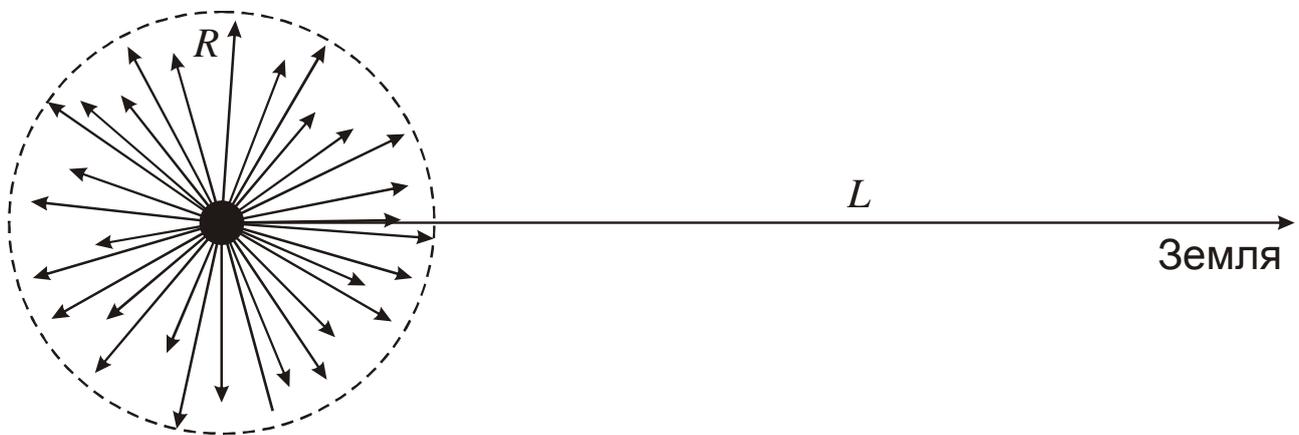
Условие. Перед Вами спектр интересной сверхновой звезды SN 2009ip (сливающиеся черная и красная линии с подписями Vok 2012 и Lick 2012). Основная вспышка этой звезды состоялась в сентябре 2012 года, после нескольких предварительных вспышек. Сверхновая располагается в галактике NGC 7259 (**10 класс:** расстояние 25 Мпк; **11 класс:** красное смещение $z = 0.006$). Оцените угловой диаметр туманности – остатка вспышки Сверхновой при наблюдении с Земли в марте 2018 года. Считать, что туманность появилась только после основной вспышки.



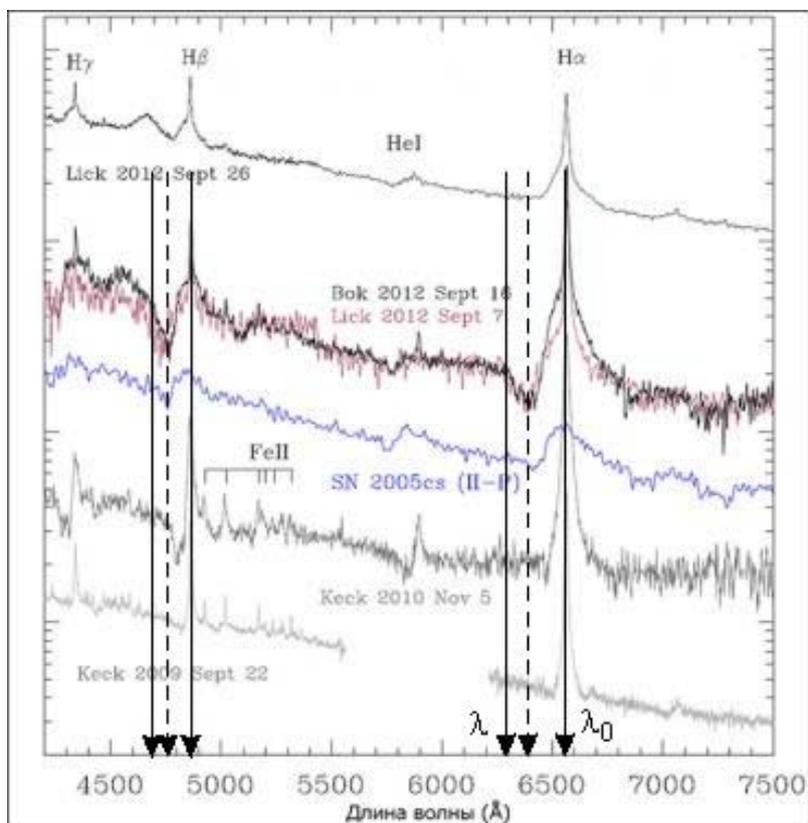
Решение. (11 класс). Из данных условия задачи мы сразу можем определить лучевую скорость галактики в целом: $v_G = cz = 1800$ км/с и расстояние до галактики по закону Хаббла:

$$L = \frac{v_G}{H} = \frac{c \cdot z}{H} \approx 25 \text{ Мпк}$$

(10-11 класс). Теперь рассмотрим спектры сверхновой. В них присутствуют яркие эмиссионные линии атомарного водорода, самая заметная из которых – H α с длиной волны около 6550 ангстрем. Однако левее этой линии, на чуть меньших длинах волн, видна достаточно четкая линия поглощения. Это не есть случайная близость двух линий, такая же компонента присутствует и у линии H β и, на самом краю рисунка, у линии H γ . Эта линия – результат поглощения света быстро расширяющейся оболочкой взорвавшейся звезды. Ее разные участки имеют разные направления скорости, но с Земли сильнее всего проявляет себя часть оболочки, летящая по направлению к нам. За счет очень большой скорости линия поглощения смещена в фиолетовую сторону относительно линии излучения самой звезды. Эту скорость мы можем определить из спектра.



Необходимо учитывать, что разные молекулы газа имеют разные скорости, что приводит к значительной ширине линии поглощения. Так как нас интересуют размеры туманности или, строго говоря, угловое расстояние от ее видимого центра до края, мы будем рассматривать самые быстрые молекулы, создающие левый край спектральной линии. Из графика определим длину волны левого крыла линии поглощения и линии излучения H α самой звезды:



$$\lambda = 6300 \text{ \AA}; \lambda_0 = 6560 \text{ \AA}.$$

Длина волны λ_0 близка к лабораторной длине волны H α , однако на нее, вообще говоря, может влиять лучевая скорость самой сверхновой звезды и ее галактики в целом. Отсюда мы получаем лучевую скорость самых быстрых атомов:

$$v = c \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0} = 12000 \text{ км/с}.$$

Примерно то же значение можно получить из анализа линии H β , однако там сложнее зафиксировать левый край линии поглощения. Полученная скорость очень велика, несопоставимо выше второй космической для окрестностей звезды, но все же заметно меньше скорости света. Поэтому для определения углового диаметра туманности при наблюдении в 2018 году достаточно определить ее линейный диаметр через время T (5.5 лет) после взрыва и поделить на расстояние:

$$\delta = \frac{2vT}{L} = \frac{28000 \text{ а.е.}}{25 \text{ Мпк}} \approx 0.001''.$$

Система оценивания (от одного члена жюри). (11 класс). Первым и самым простым этапом решения является определение расстояния до галактики, что оценивается в 3 балла. В случае неверного применения закона Хаббла либо использования каких-либо других методов

поиска расстояния, неприменимых в этой задаче, данные 3 балла не выставляются, а оставшиеся части решения оцениваются в зависимости от полученного значения расстояния и его реалистичности.

(10-11 класс). Вторая часть решения связана с вычислением скорости расширения туманности. Она оценивается только в том случае, если используется анализ линий поглощения слева от линий излучения водорода в спектре сверхновой. При любом другом способе за второй этап выставляется 0 баллов. Если лучевая скорость правильно определяется на основе сравнения левого края линии поглощения с центром линии излучения (H α , H β или обеих сразу), то весь этап оценивается в 6 баллов (10 класс – 8 баллов). Если участник анализирует центр линии поглощения, что приводит к ответу, меньшему в 1.5-2 раза, весь этап оценивается в 4 балла (10 класс – 6 баллов), но дальнейшее решение оценивается в полной мере. Если в качестве длины волны λ_0 берется лабораторная величина для линии H α или H β , оценка уменьшается на 1 балл (максимум за этап – 5 баллов в 11 классе и 7 баллов в 10 классе).

Наконец, вычисление видимого размера туманности оценивается в 3 балла (10 класс – 4 балла). Учет визуального ускорения расширения туманности в данном случае слаб, его учет не влияет на оценку при условии правильного выполнения. Если в качестве момента вспышки сверхновой берется 2009 год, что в полтора раза увеличивает время T – оценка за этап уменьшается на 1 балл.