

## Решения и критерии оценивания

### Задача 1

Массивная горизонтальная плита движется вниз с постоянной скоростью  $V = 4$  м/с. Над плитой на нити неподвижно относительно земли висит мячик. В тот момент, когда расстояние между плитой и мячиком было равно  $h = 1$  м, нить оборвалась. 1) Через какое время после обрыва нити мячик догонит плиту? 2) На какое максимальное расстояние от плиты удалится мячик после абсолютно упругого отскока? 3) Через какое время после первого удара о плиту мячик во второй раз догонит её? Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

#### *Возможное решение*

Направим ось  $x$  вниз, совместив начало координат с начальным положением мячика. Тогда законы движения для мячика и плиты, соответственно, запишутся в виде:  $x_1 = \frac{gt^2}{2}$ ,  $x_2 = h + Vt$ .

К моменту времени  $t_1$ , когда мячик догонит плиту, их координаты будут равны, значит,  $\frac{gt_1^2}{2} = h + Vt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{V + \sqrt{V^2 + 2gh}}{g} = 1$  с.

К этому моменту скорость мячика будет равна  $u = gt_1 = 10$  м/с. После абсолютно упругого отскока от движущейся плиты у мячика будет скорость  $u - 2V = 2$  м/с, направленная вверх.

Перейдём в систему отсчёта, связанную с плитой. В этой системе отсчёта скорость мячика сразу после абсолютно упругого отскока от плиты равна  $V' = 6$  м/с и направлена вверх. Тогда максимальное расстояние, на которое удалится мячик от плиты после отскока, равно  $s_{max} = \frac{V'^2}{2g} = 1,8$  м. Второй раз после первого удара мячик догонит плиту через время  $t_2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{2s_{max}}{g}} = 1,2$  с.

#### *Критерии оценивания*

Правильно записан закон движения мячика .....	<b>1 балл</b>
Правильно записан закон движения плиты .....	<b>1 балл</b>
Найдено время, через которое мячик первый раз догонит плиту (1) .....	<b>2 балла</b>
Найдено максимальное расстояние, на которое удалится мячик от плиты после отскока (2) .....	<b>3 балла</b>
Найдено время $t_2$ (3) .....	<b>3 балла</b>

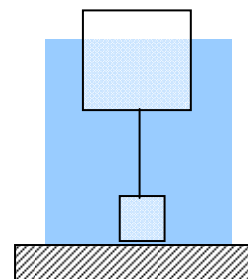
*За каждое верно выполненное действие баллы складываются.*

*При арифметической ошибке (в том числе ошибке при переводе единиц измерения) оценка снижается на 1 балл.*

**Максимум за задание – 10 баллов.**

## Задача 2

Два кубика, связанные **натянутой** нитью, находятся в воде (см. рисунок). Верхний кубик со стороной  $a = 10$  см плавает, погрузившись в воду на три четверти своего объёма. Нижний кубик касается дна (вода под него подтекает). Сторона нижнего кубика равна  $a/2$ , а его плотность в 2 раза больше, чем у верхнего. Определите, при каких значениях плотности материала верхнего кубика возможно такое состояние системы. Плотность воды  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения можно принять равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



### Возможное решение

Пусть объём нижнего кубика  $V$ , тогда объём верхнего  $8V$ , и в воду погружена его часть объёмом  $6V$ . При малой плотности верхнего кубика система отрывается от дна и нарушается условие сохранения контакта нижнего кубика с дном. Минимально возможное значение плотности  $\rho_1$  верхнего кубика соответствует обращению в ноль силы реакции опоры, действующей на нижний кубик ( $N = 0$ ). Из условия равновесия для всей системы в этом случае следует:  $\rho_0 g \cdot 6V + \rho_0 g V = \rho_1 g \cdot 8V + 2\rho_1 g V$ . Отсюда  $\rho_1 = \frac{7}{10}\rho_0 = 700$  кг/м<sup>3</sup>.

При максимально возможной плотности верхнего кубика  $\rho_2$  он плавает при объёме погружённой части  $6V$ , не натягивая нить ( $T=0$ ). Условие плавания верхнего кубика в этом случае имеет вид:

$$\rho_0 g \cdot 6V = \rho_2 g \cdot 8V, \text{ откуда } \rho_2 = \frac{3}{4}\rho_0 = 750 \text{ кг/м}^3.$$

Окончательно, чтобы выполнялись требования условия задачи, плотность верхнего кубика должна лежать в диапазоне  $700 \text{ кг/м}^3 < \rho < 750 \text{ кг/м}^3$ .

### Критерии оценивания

Проведён анализ возможного поведения системы при граничных значениях плотностей..... **1 балл**  
 Записано условие плавания всей системы в случае  $N = 0$  ..... **1 балл**  
 Получено выражение для минимальной плотности верхнего кубика ..... **2 балла**  
 Найдено численное значение минимальной плотности верхнего кубика.... **1 балл**  
 Записано условие плавания верхнего кубика в случае  $T = 0$  ..... **1 балл**  
 Получено выражение для максимальной плотности верхнего кубика..... **2 балла**  
 Найдено численное значение максимальной плотности верхнего кубика .. **1 балл**  
 Явно указан диапазон допустимых плотностей верхнего кубика..... **1 балл**

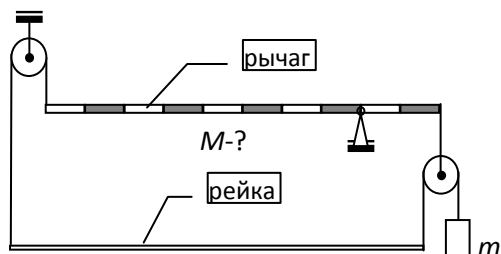
За каждое верно выполненное действие баллы складываются.

При арифметической ошибке (в том числе ошибке при переводе единиц измерения) оценка снижается на 1 балл.

Максимум за задание – **10 баллов**.

### Задача 3

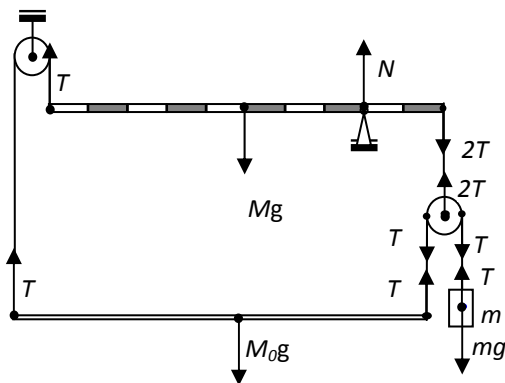
Система состоит из однородного рычага, однородной рейки и груза массой  $m = 0,6$  кг, соединённых лёгкими нитями, переброшенными через невесомые блоки. При какой массе  $M$  рычага возможно равновесие системы? Трения в системе нет. Участки нитей, не лежащие на блоках, вертикальны.



#### Возможное решение

Изобразим на рисунке силы, действующие на отдельные элементы системы. Из правила моментов для рейки, записанного относительно её центра, следует, что силы натяжения действующих на неё нитей одинаковы – обозначим их модули через  $T$ .

Из условия равновесия невесомого подвижного блока можно найти силу натяжения нити, действующую на правый конец рычага, – её модуль равен  $2T$ . Тогда из правила моментов для рычага, записанного относительно точки его опоры, получим:  $T \cdot 8L + 2T \cdot 2L = 3Mg \cdot L$ . Отсюда, с учётом условия равновесия груза  $mg = T$ , получим:  $M = 4m = 2,4$  кг.



#### Критерии оценивания

Обосновано равенство сил натяжения нитей, действующих на рейку.....	2 балла
Применено условие невесомости блока.....	1 балл
Применено условие равновесия груза.....	1 балл
Записано правило моментов для рычага.....	3 балла
Получено выражение для массы рычага.....	2 балла
Получен численный ответ для массы рычага.....	1 балл

За каждое верно выполненное действие баллы складываются.

При арифметической ошибке (в том числе ошибке при переводе единиц измерения) оценка снижается на 1 балл.

Максимум за задание – **10 баллов**.

### Задача 4

Медный кубик со стороной  $a$ , брошенный в калориметр с водой, нагрел её от температуры  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  до температуры  $t_2 = 25^\circ\text{C}$ . Если бы вместо этого кубика в воду бросили медный кубик со стороной  $2a$  и с той же начальной температурой, то вода нагрелась бы до температуры  $t_3 = 44^\circ\text{C}$ . Какова начальная температура медного кубика? Что больше – масса воды в калориметре или масса медного кубика со стороной  $a$ ? Потерями теплоты и теплоёмкостью калориметра можно пренебречь. Удельная теплоёмкость меди  $c_M = 380 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ , удельная теплоёмкость воды  $c_B = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ .

#### Возможное решение

Пусть  $t$  – начальная температура медного кубика,  $m_B$  – масса воды,  $m_M$  – масса кубика со стороной  $a$ , тогда  $8m_M$  – масса кубика со стороной  $2a$ . Уравнения теплового баланса для первого и второго случаев, соответственно, запишутся в виде:

$$\begin{aligned}c_M m_M (t - t_2) &= c_B m_B (t_2 - t_1), \\ 8c_M m_M (t - t_3) &= c_B m_B (t_3 - t_1).\end{aligned}$$

Решая данную систему уравнений, получаем:

$$t = \frac{8t_3 \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_1} - t_2}{8 \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_1} - 1} = 72,5^\circ\text{C}.$$

Из первого уравнения найдём отношение масс медного кубика со стороной  $a$  и воды:

$$\frac{m_M}{m_B} = \frac{c_B (t_2 - t_1)}{c_M (t - t_2)} \approx 1,16 > 1.$$

Следовательно, масса кубика больше массы воды.

#### Критерии оценивания

Записано уравнение теплового баланса для первого случая .....	<b>3 балла</b>
Записано уравнение теплового баланса для второго случая .....	<b>3 балла</b>
Использована связь между массами кубиков .....	<b>1 балл</b>
Найдена начальная температура медного кубика .....	<b>2 балла</b>
Показано, что масса кубика со стороной $a$ больше массы воды .....	<b>1 балл</b>

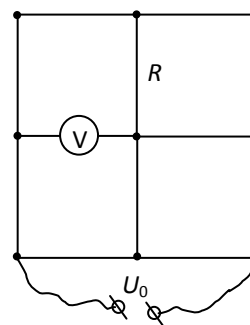
За каждое верно выполненное действие баллы складываются.

При арифметической ошибке (в том числе ошибке при переводе единиц измерения) оценка снижается на 1 балл.

Максимум за задание – **10 баллов**.

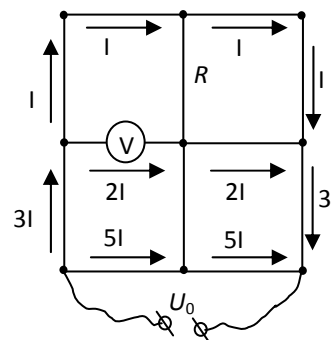
### Задача 5

Электрическая цепь представляет собой проволочную сетку, состоящую из звеньев, имеющих одинаковые сопротивления  $R$ . Одно звено заменено на вольтметр, сопротивление которого тоже равно  $R$ . К сетке подключён источник напряжения  $U_0 = 10$  В так, как показано на рисунке. Найдите показание вольтметра.



#### Возможное решение

Изобразим схематически токи, текущие в звеньях сетки, учитывая её симметрию и закон Ома для участка цепи. Согласно этому закону, силы тока в параллельных звеньях, находящихся под одинаковым напряжением, обратно пропорциональны сопротивлениям этих звеньев. При изображении токов также нужно учитывать закон сохранения электрического заряда для узлов сетки – сумма токов, втекающих в узел, должна быть равна сумме токов, вытекающих из узла. Кроме того, заметим, что в силу симметрии схемы токи через средние вертикальные проводники не текут.



Если через верхние звенья течёт ток силой  $I$ , то через вольтметр течёт ток силой  $2I$  (так как ток  $I$  течёт через звенья с общим сопротивлением  $4R$ , а ток  $2I$  – через вольтметр и звено с общим сопротивлением  $2R$ ). Ток силой  $3I$  течёт через участок цепи с общим сопротивлением  $10R/3$  – этот участок включает в себя все элементы, кроме двух нижних горизонтальных звеньев. Это означает, что через два нижних горизонтальных звена с суммарным сопротивлением  $2R$  течёт ток силой  $5I$ . Напряжение на этих двух нижних звеньях равно  $U_0 = 10IR$ . Для вольтметра можно записать:  $U_V = 2IR$ . Отсюда  $U_V = U_0/5 = 2$  В.

#### Критерии оценивания

- Указано на отсутствие протекания токов через средние вертикальные проводники..... **1 балл**
- Найдена связь между током, текущим через вольтметр, и токами в других частях цепи..... **3 балла**
- Установлена связь между напряжением источника и током, текущим в какой-либо части цепи (например, в нижней ветви) ..... **2 балла**
- Установлена связь между показанием вольтметра и током, текущим через него..... **1 балл**

Получено выражение для связи напряжения источника и показания вольтметра.....**2 балла**  
Получен численный ответ для показания вольтметра .....**1 балл**

**При решении с помощью построения эквивалентной схемы:**

Указано на отсутствие протекания токов через средние вертикальные проводники .....**1 балл**  
Правильно составлена эквивалентная схема.....**2 балла**  
Правильно определено полное сопротивление электрической цепи.....**3 балла**  
Правильно определён ток, текущий через источник напряжения.....**1 балл**  
Определён ток, текущий через вольтметр.....**2 балла**  
Получен численный ответ для показания вольтметра .....**1 балл**

*За каждое верно выполненное действие баллы складываются.*

*При арифметической ошибке (в том числе ошибке при переводе единиц измерения) оценка снижается на 1 балл.*

*Максимум за задание – **10 баллов**.*

<b>Всего за работу – 50 баллов.</b>
-------------------------------------