

11 класс

Второй день

- 11.5. Пусть $P(x)$ — многочлен степени $n \geq 2$ с неотрицательными коэффициентами, а a , b и c — длины сторон некоторого треугольника. Докажите, что числа $\sqrt[n]{P(a)}$, $\sqrt[n]{P(b)}$ и $\sqrt[n]{P(c)}$ также являются длинами сторон некоторого треугольника.
- 11.6. В некоторых клетках квадрата 200×200 стоит по одной фишке — красной или синей; остальные клетки пусты. Одна фишка *видит* другую, если они находятся в одной строке или одном столбце. Известно, что каждая фишка видит ровно пять фишек другого цвета (и, возможно, некоторое количество фишек своего цвета). Найдите наибольшее возможное количество фишек, стоящих в клетках.
- 11.7. Изначально на доске написано натуральное число N . В любой момент Миша может выбрать число $a > 1$ на доске, стереть его и дописать все натуральные делители a , кроме него самого (на доске могут появляться одинаковые числа). Через некоторое время оказалось, что на доске написано N^2 чисел. При каких N это могло случиться?
- 11.8. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Обозначим через I_A , I_B , I_C и I_D центры окружностей ω_A , ω_B , ω_C и ω_D , вписанных в треугольники DAB , ABC , BCD и CDA соответственно. Оказалось, что $\angle BI_A A + \angle CI_A I_D = 180^\circ$. Докажите, что $\angle BI_B A + \angle CI_B I_D = 180^\circ$.