

Решения и критерии оценивания

Задача 1

На рис. 1 показана линейка, имеющая сантиметровую (cm) и дюймовую (INCH) шкалу. Пользуясь только этим рисунком, определите с наибольшей возможной точностью, чему равен 1 дюйм в сантиметрах.

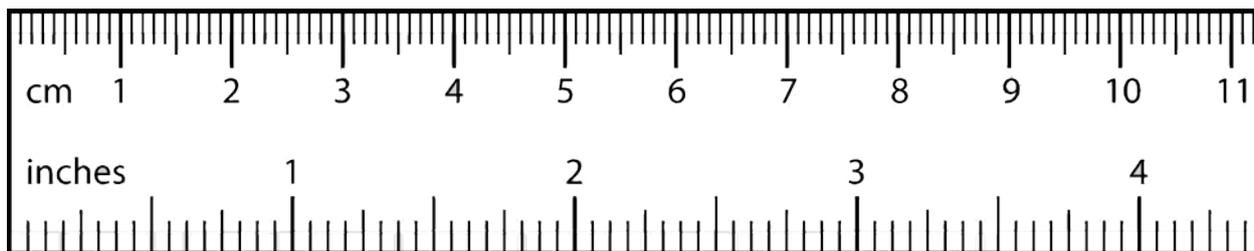


Рис. 1

Решение

Для ответа на вопрос задачи нужно одну и ту же длину измерить в сантиметрах и дюймах, а затем первый результат разделить на второй. Чем больше измеряемая длина, тем точнее полученный ответ. Наибольшая длина, которую можно измерить, – это длина самой линейки. При измерении нужно обратить внимание на то, что цена деления дюймовой шкалы $1/16$ дюйма.

Длина линейки: 10,9 см или $4\frac{5}{16}$ дюйма. Итого, $1 \text{ дюйм} = \frac{10,9 \text{ см} \cdot 16}{4 \cdot 16 + 5} \approx 2,53 \text{ см}$, что достаточно близко к точному значению 2,54 см.

Критерии оценивания

В работе измеряется одна и та же длина сантиметровой и дюймовой шкалой **2 балла**
Измеряется длина всей линейки **2 балла**
Получен ответ в диапазоне $2,51 \div 2,57$ мм **6 баллов**
(если полученный ответ лежит в диапазоне $2,48 \div 2,60$ мм, то этот пункт оценивается из **3 баллов**, если ответ менее точен, то за этот пункт баллов **не даётся**).

Максимум за задачу – **10 баллов**.

Задача 2

Первую часть пути автомобиль ехал с постоянной скоростью 100 км/ч, а вторую – с постоянной скоростью 80 км/ч, причём вторая часть пути заняла на 1 ч больше. Всего автомобиль проехал 440 км. Какова его средняя скорость?

Решение

Пусть первая часть пути заняла время t . Если бы и вторая часть пути заняла время t , то автомобиль проехал бы на 80 км меньше, то есть 360 км. Но с другой стороны, этот же путь был бы равен

$$\left(100 \frac{\text{км}}{\text{ч}} + 80 \frac{\text{км}}{\text{ч}}\right) \cdot t = 180 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot t = 360 \text{ км},$$

откуда $t = 2$ ч. Значит, всего автомобиль ехал в течение 5 часов и его средняя скорость

$$v_{\text{ср}} = \frac{440 \text{ км}}{5 \text{ ч}} = 88 \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Критерии оценивания

Записано какое-либо уравнение, позволяющее в конечном итоге найти одно из неизвестных времён **3 балла**

Записанное уравнение решено **3 балла**

Получен ответ **4 балла**

Максимум за задачу – **10 баллов**.

Задача 3

На рис. 2 схематично изображён профиль кузова хоппера – железнодорожного вагона, служащего для перевозки сыпучих грузов. Длина и высота вагона обозначены на рисунке, а ширина везде одинакова и равна 3 м. В такой вагон засыпали 28 тонн зерна. Найдите высоту уровня зерна в вагоне. Сколько ещё тонн зерна поместится в вагон, если во время движения вагон должен быть закрыт сверху? Один кубический метр зерна, засыпанного в вагон, имеет массу 800 кг.

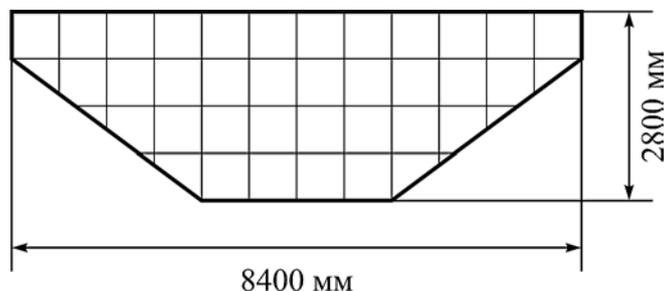


Рис. 2

Решение

Найдём объём засыпанного в вагон зерна:

$$V_1 = \frac{28000 \text{ кг}}{800 \text{ кг/м}^3} = 35 \text{ м}^3.$$

Зная длину и высоту вагона, находим, что каждая сторона одной клеточки на рисунке соответствует 0,7 м. Значит, объём, приходящийся на одну клетку:

$$V_0 = 0,7 \text{ м} \cdot 0,7 \text{ м} \cdot 3 \text{ м} = 1,47 \text{ м}^3.$$

Засыпанное в вагон зерно займёт

$$\frac{V_1}{V_0} \approx 24 \text{ клетки.}$$

Посчитав клетки на рисунке, находим, что высота уровня засыпанного зерна равна 2,1 м. Остаётся ещё 12 клеток, то есть объём, достаточный для дополнительного засыпания «под крышку»:

$$12 \cdot 1,47 \text{ м}^3 \cdot 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \approx 14 \text{ тонн зерна.}$$

Критерии оценивания

Найден размер сторон одной клетки на чертеже	2 балла
Найден объём засыпанного в вагон зерна	2 балла
Найден уровень засыпанного зерна.....	3 балла
Найдено, сколько ещё тонн зерна поместится в вагон.....	3 балла

Максимум за задачу – 10 баллов.

Задача 4

Школьники Витя и Юра плавают в бассейне на соседних дорожках (длина бассейна 25 м). Они стартуют одновременно с одной стороны бассейна и затем плывут с постоянной скоростью (каждый со своей). Витя преодолевает дистанцию 800 м за 13 мин 7 с, а Юра – дистанцию 1500 м за 24 мин 12 с. Сколько раз за время заплыва ребята проплывали мимо друг друга? Момент старта не считайте.

Решение

Витя проплыл $800 \text{ м} / 25 \text{ м} = 32$ длины бассейна за $13 \cdot 60 \text{ с} + 7 \text{ с} = 787 \text{ с}$, а Юра проплыл $1500 \text{ м} / 25 \text{ м} = 60$ длин бассейна за $24 \cdot 60 \text{ с} + 12 \text{ с} = 1452 \text{ с}$. К тому моменту, как Витя закончил заплыв, Юра проплыл $(787 \text{ с} / 1452 \text{ с}) \cdot 60 \approx 32,5$ длин

бассейна, то есть обогнал Витю примерно на 12,5 м. Проследим за Витей, пока он плывёт из одного в другой конец бассейна. Поскольку в итоге Юра обогнал Витю менее, чем на длину бассейна, то каждый раз, сразу после того, как Витя развернулся у бортика, Юра находится впереди Вити и плывёт в ту же сторону. Затем Юра доплывает до противоположного конца бассейна, разворачивается и плывёт в противоположную сторону. В некоторый момент ребята встречаются, затем Витя достигает противоположного конца бассейна и тоже разворачивается. Конечная ситуация аналогична начальной. Таким образом, пловцы проплыли мимо друг друга один раз за каждый такой промежуток времени, то есть 32 раза.

Критерии оценивания

Показано, что пока плыл Витя, Юра обогнал Витю менее, чем на одну длину бассейна **4 балла**
Рассмотрена и описана (словами или с помощью рисунков) одна итерация.....
..... **3 балла**
Получен ответ **3 балла**

Критерии оценивания при решении задачи другим способом («через скорости»)

Найдены скорости Вити и Юры **1 балл**
Указано время совместного плавания..... **1 балл**
Подсчитано расстояние, преодоленное Юрой за время совместного плавания.....
..... **1 балл**
Показано, что пока плыл Витя, Юра обогнал Витю менее, чем на одну длину бассейна **1 балл**
Рассмотрена и описана (словами или с помощью рисунков) одна итерация.....
..... **3 балла**
Получен ответ **3 балла**

Максимум за задачу – 10 баллов.

Максимальный балл за всю работу – 40.
--