ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ 2015–2016 уч. г.

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

10 класс

Критерии оценивания олимпиадных заданий

Тестовые задания

1. Какое из утверждений верно для фирмы-монополиста?

а) Спрос на товар фирмы-монополиста обычно менее эластичен, чем спрос на рынке совершенной конкуренции.

б) Количество товара, которое будет производить фирма-монополист, зависит только от функции спроса на этот товар.

в) Кривая спроса на товар фирмы-монополиста всегда линейна и имеет отрицательный наклон.

г) Кривая спроса на товар фирмы-монополиста совпадает с рыночной кривой спроса.

2. Какие из перечисленных ниже налогов не влияют на решение фирмы об объёме выпуска (при условии, что его величина такова, что фирма после его введения не примет решения покинуть рынок)?

1. аккордный налог (не зависящий от объёма выпуска)
2. налог на выручку
3. налог на прибыль
4. потоварный налог

а) 1 и 2

б) 1 и 3

в) 2 и 3

г) 2, 3, 4

3. Непредвиденная инфляция приводит к:

а) перераспределению доходов от заёмщиков к кредиторам

б) росту безработицы

в) перераспределению доходов от государства ко всем остальным экономическим агентам

г) перераспределению доходов от рабочих к фирмам

4. Рассмотрим валютные котировки рубля по отношению к евро:

01.03.15	01.04.15	01.05.15	01.06.15
1 евро = 65,41 рубля	1 евро = 57,36 рубля	1 евро = 56,31 рубля	1 евро = 61,10 рубля

Какая из приведённых котировок является наиболее выгодной для российской фирмы, основной рынок сбыта которой – Франция и которая закупает ресурсы у отечественных производителей?

а) котировка на 01.03.15
б) котировка на 01.04.15
в) котировка на 01.05.15
г) котировка на 01.06.15

5. На некотором рынке ввели потоварный налог; оказалось, что зависимость суммы налоговых сборов T от ставки налога t имеет вид $T(t) = \max\left\{96t - 2t^3, 0\right\}$ при всех $t \geq 0$. Сколько единиц продукции продавалось на этом рынке в равновесии до введения налога?

а) 96
б) 64
в) 48
г) 32

Комментарий:

$$T = (t) = tq(t) \qquad q(t) = \frac{T(t)}{t} = \frac{96t - 2t^3}{t} = 96 - 2t^2 \qquad q^* = q(0) = 96$$

За каждый правильный ответ в тестовой части – 5 баллов.
Всего за задания 1–5 – 25 баллов.

Задания с кратким ответом

6. Фирма-монополист «Мотор-М» производит двигатели в России и продаёт их на территории этой страны. Издержки на производство составляют 1000 рублей за один двигатель. Также для производства каждого двигателя нужно закупить импортных деталей на сумму $100. Транспортные издержки каждой детали включены в её стоимость. Кривая спроса на двигатели задаётся уравнением $Q = 9000 - P$. Считайте, что возможно производство нецелого числа двигателей. При каком минимальном курсе доллара (рублей за доллар) производство станет невыгодным?

Ответ: 80 рублей за доллар.

Решение:

E – курс доллара (рублей за 1 доллар). Тогда $AC = MC = 1000 + 100 \cdot E$. Функции все линейны, *MR* убывает, поэтому для поиска оптимума можно приравнять *MR* и *MC*.

$$MR = 9000 - 2Q = MC = 1000 + 100 \cdot E$$

$$Q^* = \frac{1}{2} \cdot (9000 - 1000 - 100 \cdot E) = \frac{1}{2} \cdot (8000 - 100 \cdot E)$$

Требуется, чтобы $Q^* = 0$. Приравняем и найдём соответствующее значение курса.

$$E = 80$$

7. Монополист выпускает товар, спрос на который описывается через прямую $Q = 100 - 2P$. Функция издержек монополиста $TC(Q) = 10Q + 0,5 \cdot Q^2$.

1) Каков оптимальный выпуск монополиста?

2) Сколько монополист готов заплатить за то, чтобы его общие издержки снизились до $TC(Q) = 8Q + 0,5 \cdot Q^2$?

Ответ: а) 20; б) 41.

8. Некоторый товар могут приобретать две группы потребителей. Функция спроса первой группы имеет вид $q = 6 - 0,5p$, функция спроса второй группы задана уравнением $q = 6 - 1,5p$, где q – количество товара, приобретаемое соответствующей группой потребителей (в тоннах), а p – цена этого товара (в тыс. руб.). Известно, что при ценах $P_1 < P_2 < P_3$ суммарные расходы потребителей на приобретение этого товара одинаковы и составляют X тыс. руб. Известно, что при любой другой цене (кроме указанных трёх) расходы потребителей на товар не будут равны X. Найдите X.

Ответ: 16.

Решение:

Функция рыночного спроса на товар состоит из двух участков:

$Q = 6 - 0{,}5P$ при $P > 4$

$Q = 12 - 2P$ при $P \geq 4$

Следовательно, расходы потребителей на приобретение товара (TE) могут быть описаны следующим образом:

$TE = 6P - 0{,}5P^2$ *при* $P > 4$

$TE = 12P - 2P^2$ *при* $P \leq 4$

Построив график функции расходов в зависимости от цены, легко видеть, что есть единственное значение расходов, которое достигается ровно при трёх разных значениях цены. Это значение равно 16 тыс. руб.

9. Известно, что при цене покупки 600 руб. эластичность спроса на некоторый товар составила ($-3/2$). Считая, что кривая спроса линейна, найдите минимальную цену, при которой покупатели откажутся от приобретения этого товара.

Ответ: 1000 руб.

10. Фирма, используя L единиц труда, может произвести $q = 50\sqrt{L}$ единиц продукции, в оптимуме производит 250 единиц продукции. Фирма является совершенным конкурентном и на рынке труда, и на рынке готовой продукции. Сколько единиц продукции может купить работник этой фирмы на одну зарплату?

Ответ: 5 шт.

Решение:

Так как фирма является совершенным конкурентном и на рынке труда, и на рынке готовой продукции, то в оптимуме $w/p = MP_L$.

У нас $MP_L = q_L = 25/\sqrt{L}$ – убывающая функция, поэтому формулой пользоваться можно; w/p – это и есть количество готовой продукции, которое можно купить на одну зарплату (реальная зарплата). Если в оптимуме $q = 250$, то $L = 25$. Таким образом, нам нужно рассчитать величину предельного продукта труда в точке $L = 25$: $q_L(25) = 5$.

11. Найдите оптимальный объём выпуска монополии, действующей на рынке со спросом: $Q^D = 180 - 3P$. При положительных уровнях выпуска издержки фирмы равны $TC = Q^2 + 20Q + 320$. 320 – это затраты фирмы на вход в отрасль, и потому при нулевом уровне выпуска фирма их не несёт; общие затраты равны нулю.

Ответ: 0.

Решение:

Решаем максимизационную задачу: $\Pi = (60 - Q) \cdot Q - Q^2 - 20Q - 320 \to \max$.

$\Pi = (60 - \frac{1}{3} \cdot Q) \cdot Q - Q^2 - 20Q - 320 \to \max$. Находим вершину параболы – Q = 15. Это точка максимума, так как ветви направлены вниз, прибыль равна – 20, поэтому монополии невыгодно входить на этот рынок.

За каждый правильный ответ – 6 баллов.
Всего за задания 6–11 – 36 баллов.

Для получения максимального балла за задание с кратким ответом участнику достаточно написать правильный ответ. Приводить решение не требуется.

Задания с развёрнутым ответом (решением)

12. В городе Му-му очень любят пить молоко. Известно, что спрос и предложение на молоко линейны, причём они имеют одинаковый (по модулю) наклон. Опытный экономист Вася сумел также выяснить, что цена, равная по величине удвоенной равновесной, является наименьшей ценой, при которой никто из жителей не захочет покупать молоко, а на рынке будет наблюдаться избыток продукции в 10 тыс. литров молока. Определите, сколько молока покупают жители Му-му в равновесии.

Решение:

Введём функцию спроса: $Q_d = a - b \cdot p$, и функция предложения: $Q_S = c + d \cdot p$. Из условия задачи следует, что $b = d$ **(2 балла)**. Тогда равновесная цена равна $(a - c)/2b$. При вдвое большей цене молоко никто не покупает, отсюда $a - b \cdot (a - c) / b = 0$ **(3 балла)**, откуда c = 0, то есть кривая предложения проходит через начало координат. С другой стороны, при цене $(a - c)/b = a/b$ величина предложения равна 10, откуда $0 + b \cdot (a / b) = 10$ **(3 балла)**, то есть a = 10. Равновесное количество равно $a - b(a - c)/2b = a/2 = 5$ **(2 балла)**.

Ответ: 5 тыс. литров.

Всего за задание – 10 баллов.

13. На товар *X*, производимый фирмой-монополистом, спрос предъявляют 2 группы потребителей, для которых фирма назначает единую цену:

$$Q_d^1 = 16 - 2p$$
$$Q_d^2 = 32 - 2p$$

Фирма тратит 6 денежных единиц на каждую произведённую единицу продукции, постоянные издержки равны 0. Найдите оптимальный объём производства для фирмы, цену, по которой она будет реализовывать свою продукцию, а также укажите, сколько групп потребителей будут покупать продукцию фирмы.

Решение:

Спрос будет задаваться кусочно-линейной функцией:

$$Q = \begin{cases} 48 - 4p, p \in [0,8] \\ 32 - 2p, p \in [8,16] \end{cases}$$ **(2 балла)**.

Тогда обратное уравнение спроса: $P = \begin{cases} 16 - \dfrac{Q}{2}, Q \in [0,16] \\ 12 - \dfrac{Q}{4}, Q \in [16,48] \end{cases}$ **(2 балла)**.

Общие издержки фирмы, согласно условию, задаются уравнением $TC = 6Q$ **(1 балл)**.

Тогда прибыль фирмы устроена следующим образом:

$$PR = \begin{cases} Q \cdot (12 - \dfrac{Q}{4}) - 6Q, Q \in [16,48] \\ Q \cdot (16 - \dfrac{Q}{2}) - 6Q, Q \in [0,16] \end{cases}$$ **(1 балл)**.

Максимум функции на отрезке $[0,16]$ достигается в вершине: $Q = 10$ и равняется 50 **(2 балла)**.

Максимум функции на отрезке $[16,48]$ достигается на границе отрезка: $Q = 12$, значение не принадлежит выбранному отрезку **(2 балла)**.

Таким образом, фирма будет производить 10 единиц по цене 11, а спрос на продукцию фирмы будет предъявлять только вторая группа потребителей.

Можно решать задачу, используя обратную функцию спроса.

Тогда функция прибыли от цены имеет вид:

$$\pi(p) = \begin{cases} (48 - 4p)(p - 6), p \in [0,8] \\ (32 - 2p)(p - 6), p \in [8,16] \end{cases}$$ (**5 баллов**).

Каждый участок функции прибыли – парабола с ветвями вниз, вершина первой параболы в точке *p* = 8, вершина второй параболы в точке *p* = 11 (обе координаты принадлежат соответствующим участкам). Поскольку прибыль в точке (8, 32) лежит и на второй части тоже, можно заключить, что $p = 11$ максимизирует прибыль. Поскольку это участок с высокими ценами, продукцию будут покупать только потребители из второй группы (**5 баллов**).

Ответ: будет произведено 10 единиц товара по цене 11; только вторая группа потребителей будет покупать у фирмы.

Всего за задание – 10 баллов.

14. Вы оплачиваете услуги интернет-провайдера, в начале каждого месяца внося на счёт одну и ту же сумму. Компания предложила оплатить свои услуги в начале года на год вперёд со скидкой $s \cdot 100\%$. Месячная процентная ставка по депозитам составляет $r \cdot 100\%$ и не меняется. Вы максимизируете сумму, которая будет лежать на Вашем счету в конце года (изначально у Вас на счету лежит сумма, достаточная для оплаты услуг по любой схеме). Для каждого значения r укажите все значения s, при которых согласиться на предложение провайдера будет выгодно.

Решение:

Обозначим месячную стоимость услуг провайдера за A. Пусть изначально сумма на счету равна B. Если не пользуемся скидкой и оплачиваем регулярно 12 раз в году, то сумма в конце года будет равна $(B-A)(1+r)^{12} - A(1+r)^{11} - A(1+r)^{10} - \ldots - A(1+r)$ (**2 балла**).

По формуле суммы геометрической прогрессии это выражение равно $B(1+r)^{12} - \frac{(1+r)^{13}-(1+r)}{r}A$ (**1 балл**).

Если пользуемся скидкой, то сумма на счёте в конце года будет равна $(B-(1-s)12A)(1+r)^{12}$ (**3 балла**).

Остаётся сравнить два полученных выражения, A и B сократятся. Согласиться на предложение будет выгодно, если

$$12(1-s) \le \frac{(1+r)^{12}-1}{r(1+r)^{11}} \quad \textbf{(3 балла)}.$$

Строгость или нестрогость знака значения не имеет. Преобразовав, получим ответ:

$$s \ge 1 - \frac{(1+r)^{12}-1}{12r(1+r)^{11}} \quad \textbf{(1 балл)}.$$

Ответ: $s \ge 1 - \frac{(1+r)^{12}-1}{12r(1+r)^{11}}$.

Всего за задание – 10 баллов.

15. В стране XY единственным фактором производства является труд, рабочая сила составляет 100 единиц труда. Если все они заняты в производстве товаров *x* или *y*, то каждая единица труда может произвести 2 единицы первого товара или четыре единицы второго товара. Существует и третий вид деятельности – научные исследования, проводимые в местном университете. Благодаря этим исследованиям, производительность труда может быть увеличена. Если в исследованиях заняты *n* единиц труда, то производительность растёт в обеих отраслях в (1 + 0,02*n*) раз по сравнению с первоначальным уровнем. Например, если 10 единиц труда отправить на обеспечение технологического прогресса, то его уровень будет 20 %, а производительности, соответственно, станут равны 2,4 и 4,8 вместо прежних 2 и 4. Найдите уравнение кривой производственных возможностей страны XY.

Решение:

Производственные функции можно записать, как $x = (1 + 0{,}02n)2L_x$ и $y = (1 + 0{,}02n)4L_y$ **(по 2 балла за каждую производственную функцию)**.

Весь труд будет использоваться, т. к. все функции монотонно возрастают, поэтому $L_x + L_y + n = 100$ **(1 балл за уравнение)**:

$$\frac{x}{2(1+0{,}02n)} + \frac{y}{4(1+0{,}02n)} + L_n = 100 \quad y = 4(1+0{,}02n)(100-n) - 2x$$

(2 балла за уравнение).

Мы получили уравнение, описывающее доступные комбинации *x* и *y* при разных значениях L_n. Чтобы получить уравнение КПВ, нужно сделать так, чтобы для каждого значения *x* значение $y = 4(1+0{,}02n)(100-n) - 2x$ было максимальным. Видно, что наклон этой линии не зависит от L_n, поэтому разные значения этого параметра задают параллельные друг другу прямые, из которых нам нужно выбрать самую высокую. Для этого нужно максимизировать функцию $(1+0{,}02n)(100-n)$. Это квадратная парабола с ветвями вниз и корнями −50 и 100, значит, вершина параболы – точка максимума – будет находиться в точке 25 (посередине между корнями). Если $n = 25$, то КПВ будет иметь вид $y = 450 - 2x$ **(3 балла)**.

Ответ: $y = 450 - 2x$.

Всего за задание – 10 баллов.

Всего за работу 101 балл.