ПРАКТИЧЕСКИЙ ТУР

9 класс

IX.1 ЗВЕЗДЫ У ЭКЛИПТИКИ

А.Н. Акиньщиков

? В таблице приведены обозначения, координаты и звездные величины некоторых звезд ярче 4.5^m неподалеку от точки осеннего равноденствия. Укажите шесть самых близких к эклиптике из приведенных в таблице звезд.

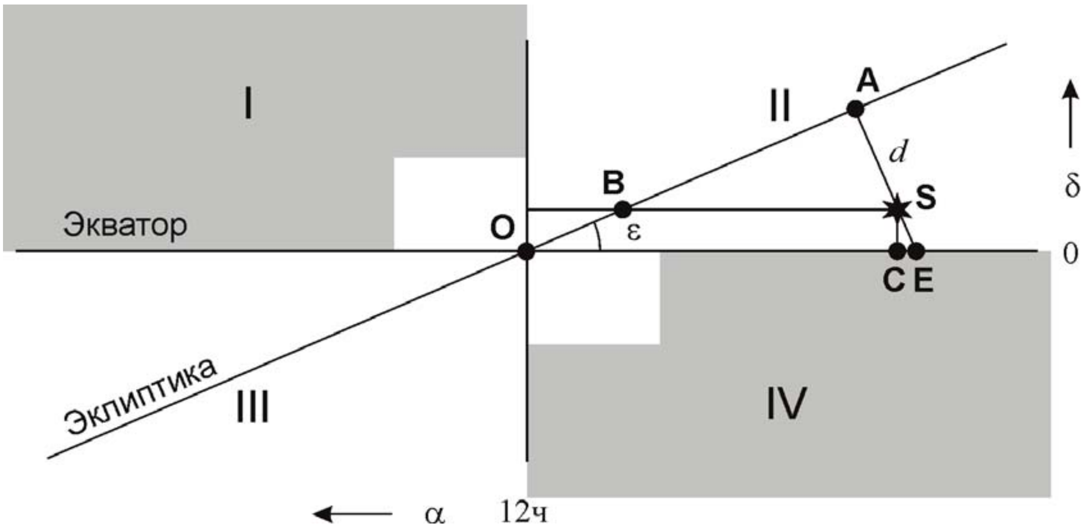
Название		Пр. восх.		Склонение			Зв.вел.
		ч	м		°	′	m
ρ	Льва	10	32.8	+	09	18	3.85
φ	Льва	11	16.7	–	03	39	4.47
σ	Льва	11	21.1	+	06	02	4.05
ι	Льва	11	23.9	+	10	32	3.94
υ	Льва	11	36.9	–	00	49	4.30
ν	Девы	11	45.9	+	06	32	4.03
β	Девы	11	50.7	+	01	46	3.61
ο	Девы	12	05.2	+	08	44	4.12
η	Девы	12	19.9	–	00	40	3.89
γ	Девы	12	41.7	–	01	27	2.91
δ	Девы	12	55.6	+	03	24	3.38
ε	Девы	13	02.2	+	10	58	2.83
θ	Девы	13	10.0	–	05	32	4.38
α	Девы	13	25.2	–	11	10	0.98

! Точка осеннего равноденствия имеет координаты (12^ч, 0°). Эклиптика проходит через эту точку, располагаясь под углом ε=23.4° к экватору. Участок неба, в котором находятся звезды из таблицы, сравнительно небольшой (звезды представляют всего два соседних созвездия), соответствующую часть небесной сферы мы вполне можем считать плоской, а проходящий через нее фрагмент эклиптики – прямой линией. Тогда прямое восхождение и склонение точек эклиптики связаны друг с другом соотношением:

$$\delta = -15°/ч \cdot (\alpha - 12^ч)\ \mathrm{tg}\,\varepsilon = -15°/ч \cdot (\alpha - 12^ч) \cdot 0.433.$$

Пусть звезда **S** имеет координаты (α, δ) и для определенности находится в правой верхней четверти рисунка справа. Проведем из нее перпендикуляр к эклиптике, который пересекает ее в точке **A**. Нам нужно найти длину отрезка **SA**. Продолжим этот отрезок до пересечения с экватором (точка **E**). Треугольники **OAE** и **SCE** подобны, так как имеют одинаковые углы. Отсюда мы можем выразить длину отрезка **OE**:

$$\mathbf{OE} = \mathbf{OC} + \mathbf{CS}\ \mathrm{tg}\,\varepsilon.$$



Искомая длина отрезка **SA** есть

$$\mathbf{SA}=\mathbf{AE}-\mathbf{SE}=\mathbf{OE}\sin\varepsilon-\frac{\mathbf{CS}}{\cos\varepsilon}=\mathbf{OC}\sin\varepsilon+\mathbf{CS}\left(\sin\varepsilon\,\mathrm{tg}\varepsilon-\frac{1}{\cos\varepsilon}\right)=\mathbf{OC}\sin\varepsilon-\mathbf{CS}\cos\varepsilon.$$

Учтем, что в градусной мере **OC** есть $15°/ч\cdot(12^ч-\alpha)$, а **CS** есть δ. Таким образом, мы получили формулу для расчета углового расстояния звезды от эклиптики:

$$b=|15°/ч\cdot(12^ч-\alpha)\sin\varepsilon-\delta\cos\varepsilon|.$$

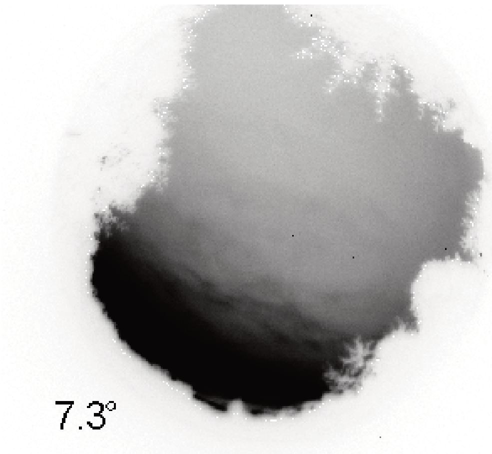
Эта формула справедлива для всего рисунка, просто в других четвертях величины $15°/ч\cdot(12^ч-\alpha)$ и δ могут принимать отрицательные значения. Для того, чтобы найти шесть ближайших к эклиптике звезд, можно вычислить величину b для всех звезд из таблицы и найти звезды с минимальным значением b. Можно и облегчить этот процесс, отбросив заведомо далекие от эклиптики звезды, находящиеся в четвертях I и IV (см. рисунок) и при этом не попадающие в центральную часть (возьмем прямые восхождения от $11.5^ч$ до $12.5^ч$ и склонения от $-5°$ до $+5°$). Для оставшихся звезд определим величину b. Шесть самых близких к эклиптике звезд выделены в таблице жирным шрифтом.

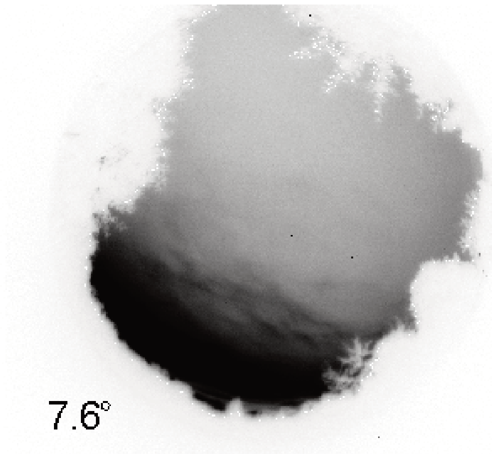
Название		Пр. восх.		Склонение			Зв.вел.	b
		ч	м		°	′	m	
ρ	**Льва**	**10**	**32.8**	**+**	**09**	**18**	**3.85**	**0.12**
φ	Льва	11	16.7	–	03	39	4.47	
σ	**Льва**	**11**	**21.1**	**+**	**06**	**02**	**4.05**	**1.68**
ι	Льва	11	23.9	+	10	32	3.94	6.09
υ	Льва	11	36.9	–	00	49	4.30	3.04
ν	Девы	11	45.9	+	06	32	4.03	4.60
β	**Девы**	**11**	**50.7**	**+**	**01**	**46**	**3.61**	**0.70**
ο	Девы	12	05.2	+	08	44	4.12	
η	**Девы**	**12**	**19.9**	**–**	**00**	**40**	**3.89**	**1.36**
γ	Девы	12	41.7	–	01	27	2.91	2.81
δ	Девы	12	55.6	+	03	24	3.38	
ε	Девы	13	02.2	+	10	58	2.83	
θ	**Девы**	**13**	**10.0**	**–**	**05**	**32**	**4.38**	**1.87**
α	**Девы**	**13**	**25.2**	**–**	**11**	**10**	**0.98**	**1.79**

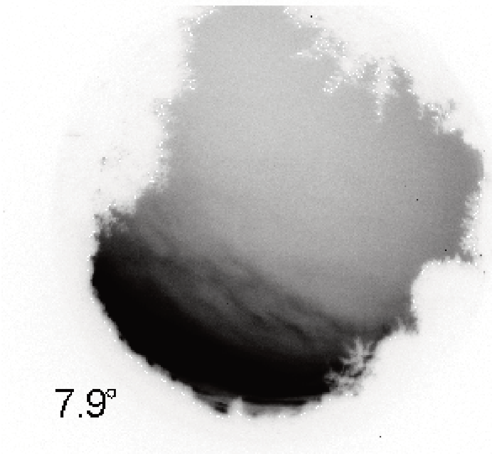
IX.2 СЕРЕБРИСТЫЕ ОБЛАКА

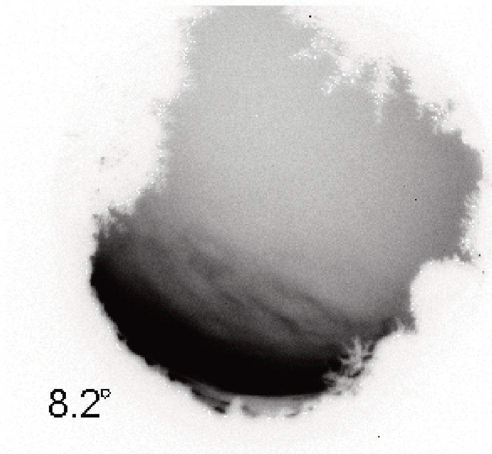
О.С. Угольников

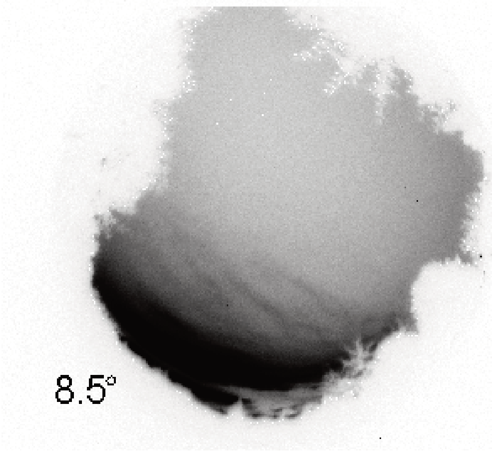
? Вам предложены 6 фотографий (негатив), полученных в Подмосковье (широта +55°) с помощью объектива "рыбий глаз" (поле зрения чуть менее 180°) вечером 5 июля 2015 года, в период появления аномально ярких серебристых облаков, занявших большую часть неба. Для каждой фотографии указана величина погружения Солнца под горизонт в градусах. Определите высоту серебристых облаков (в км) над поверхностью Земли. Атмосферной рефракцией и поглощением света пренебречь.

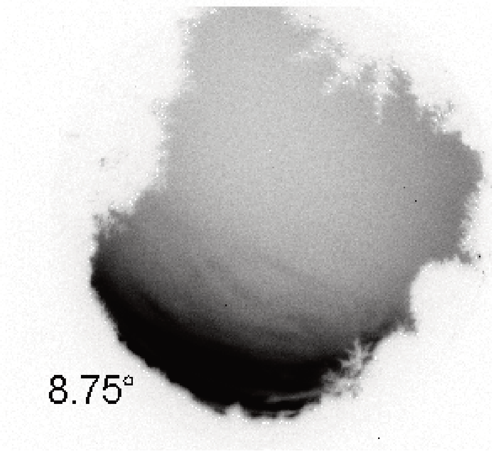












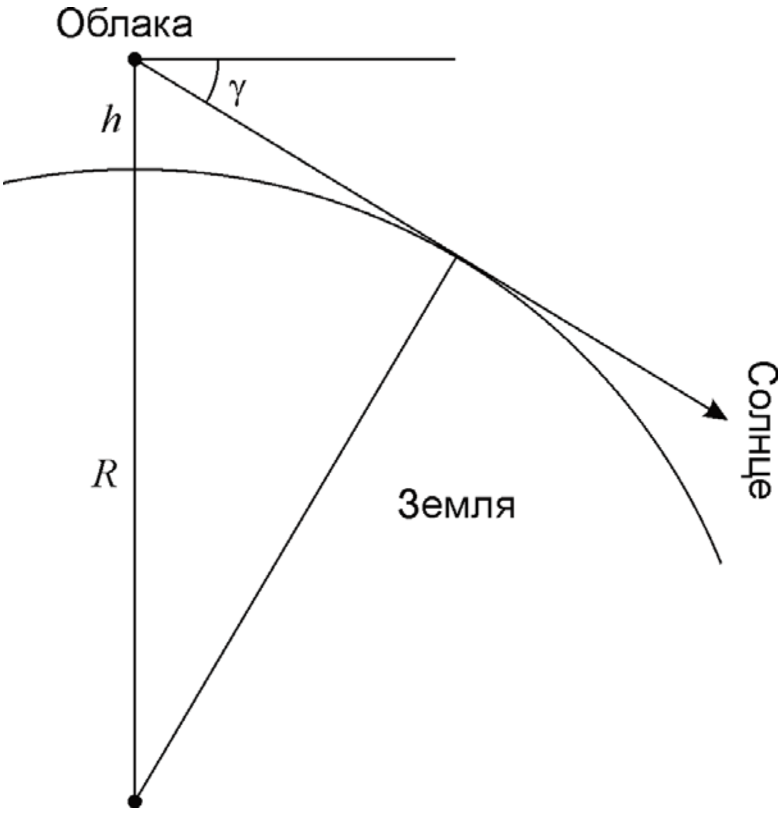
! Фотографии охватывают сравнительно короткую стадию сумерек (глубина погружения Солнца под горизонт увеличивается всего на полтора градуса), но за это время успевает измениться видимое распределение облаков на небе. Если вначале они охватывали большую часть небесной полусферы, то в конце они видны только в области зари, над зашедшим Солнцем. При этом мы можем видеть, что дело не в движении облаков в сторону зари (практически незаметном на фотографиях), а в их постепенном исчезновении вдали от заревого сегмента. В реальности, облака не исчезают, а входят в тень Земли, их перестает освещать Солнце. Данный эффект может послужить основой измерения высоты облаков. Решение удобнее провести для точки зенита, так как там высота тени Земли определяется проще всего (см. рисунок внизу).

Если Солнце опустилось под горизонт на угол γ, то в пренебрежении рефракцией его лучи будут попадать в слой атмосферы над наблюдателем с высотой

$$h = R\cdot\left(\frac{1}{\cos\gamma}-1\right) \approx \frac{R\gamma^2}{2}.$$

Во втором равенстве, справедливом для малых углов, значение γ выражается в радианах. Мы видим, что серебристые облака хорошо видны в зените на первых трех фотографиях, с трудом видны на четвертой и не видны на последних двух фотографиях. Поэтому мы можем взять в качестве предельного погружения Солнца величину, равную или чуть большую, чем для четвертой фотографии. Приняв значение γ=8.3° или 0.145 радиан, получаем высоту серебристых облаков 67 км.

Полученное значение высоты серебристых облаков занижено примерно на 15 км. Связано это с тем, что при решении не учитывалось поглощение солнечного излучения в нижних слоях атмосферы. В реальности, в желто-зеленой области спектра касательные лучи Солнца, проходящие на высоте менее 15 км над Землей, практически не доходят до верхней атмосферы над наблюдателем. Если бы мы учли этот эффект, мы бы получили точное значение высоты: 82 км. Атмосферная рефракция мало влияет на картину, так как для лучей, проходящих выше 15 км над поверхностью Земли, она достаточно слаба.



IX.3 МАРСИАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Е.Н. Фадеев

? Разработайте календарь для нужд будущих жителей Марса. Предложите простой и эффективный календарь, в котором необходимо вставлять один или несколько високосных лет за фиксированный короткий период (не более 16 марсианских лет). Оцените, за какое время в таком календаре будет накапливаться ошибка в 1 день. Предложите более точный календарь, в котором ошибка в 1 день накапливается более 1000 лет, а сам календарный цикл, т. е. количество лет, по прошествии которых последовательность вставки високосных годов полностью повторяется, не больше, чем у современного григорианского календаря на Земле. Тропический год на Марсе длится 686.9717 земных суток, период осевого вращения Марса 24.6229 часа.

! Тропический год на Марсе T (686.9717 суток) немного короче периода обращения Марса вокруг Солнца T_0 (686.98 суток), что связано с прецессией оси вращения Марса, аналогичной той, что есть у оси вращения Земли. Пусть S_0 – период вращения Марса вокруг своей оси. Вращение происходит в ту же сторону, что и орбитальное движение, поэтому для длительности солнечных суток на Марсе (называемых "солами" в англоязычной литературе) выполняется соотношение:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S_0} - \frac{1}{T_0}.$$

Получается, что один сол составляет 1.027489 земных суток. Теперь мы можем рассчитать основной параметр для составления марсианского календаря: длительность тропического года в солах:

$$N = \frac{T}{S} = 668.593.$$

Сразу напрашивается наиболее простая модель марсианского календаря, при котором високосные (669 сол) и невисокосные (668 сол) годы будут просто чередоваться. Длительность года в таком календаре окажется равной 668.5 сол, что на 0.093 сол короче истинного. Ошибка в 1 день в таком календаре накопится за (1/0.093)$\sim$11 марсианских лет. Можно ввести 3-летний цикл с 2 високосными годами. Тогда год продлится 668.667 сол, что на 0.074 сол длиннее истинного. Разница в 1 сутки накопится за 13 лет. Очевидно, это не лучшие варианты календаря.

Более хорошая и при этом простая модель календаря представляет собой совмещение двухгодичной и трехгодичной системы и предусматривает 5-летние циклы, в ходе которых 3 года будут високосными. Средняя продолжительность года в календаре составит 668.6 сол, что на 0.007 сол больше истинного. Разница в 1 сол накопится за (1/0.007)=140 марсианских лет. По точности это сопоставимо с юлианским календарем на Земле.

Если сохранить данные 5-летние циклы, но в каждом 28-м таком цикле делать 3 невисокосных и 2 високосных года, то всего за 140-летний период наступит 57 невисокосный год и 83 високосных года. Продолжительность года в таком календаре составит $668+(83/140)=668.593$ сола, что при тех точностях, что использовались при решении, совпадает с истинным значением. В реальности отличие составит около 0.0001 сол, то есть этим календарем можно будет пользоваться до 10000 марсианских лет. Данный вид календаря можно ввести и по аналогии с земным григорианским календарем, исключив 3 високосных года за 400 лет. В этом случае високосными окажутся $(0.6\cdot 400)-3=237$ лет из 400, а средняя продолжительность года будет равна 668.5925 сол. Ошибка в 1 день накопится примерно за 2000 марсианских лет.