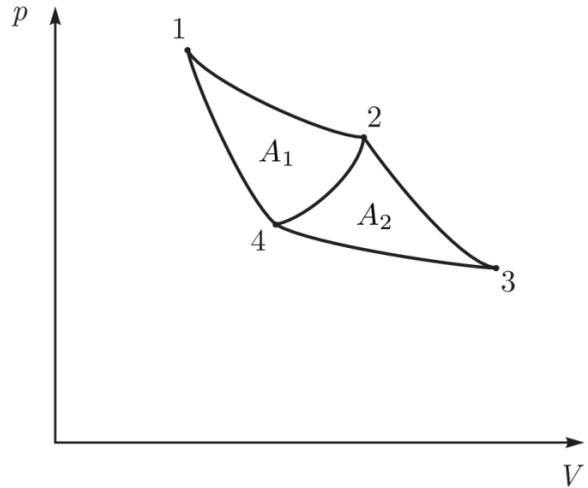
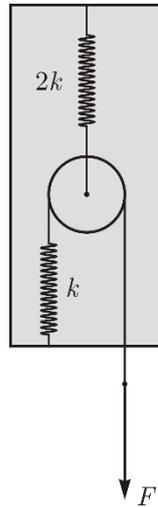


## 10 класс

### Задача 1. Ящик с пружинами

Внутри черного ящика находятся две легкие пружины с жесткостями  $k$  и  $2k$ , связанные легкой нерастяжимой нитью, и легкий подвижный блок (рис. 4). В начальном состоянии, внешняя сила  $F = 6$  Н, приложенная к свободному концу нити, обеспечивает деформацию нижней пружины  $x = 1$  см. Какую минимальную работу  $A$  должна совершить внешняя сила, чтобы сместить вниз свободный конец нити ещё на  $x$ ?



### Задача 2. Два в одном

На  $pV$ -диаграмме (рис. 5) изображены три замкнутых процесса, происходящих с идеальным газом: 1-2-4-1, 2-3-4-2 и 1-2-3-4-1. На участках 1-2 и 3-4 температура газа постоянна, а на участках 2-3 и 4-1 газ теплоизолирован. Известно, что в процессе 1-2-4-1 совершается работа  $A_1 = 5$  Дж, а в процессе 2-3-4 — работа  $A_2 = 4$  Дж. Найдите коэффициент полезного действия процесса 1-2-3-4, если коэффициенты полезного действия процессов 1-2-4 и 2-3-4 равны.

### Задача 3. Приключения пробирки

Пробирку длиной  $l = 35$  см, перевернули вверх дном и полностью погрузили в ртуть так, что дно пробирки касается поверхности жидкости (пробирка вертикальна). При этом жидкость заполнила часть пробирки длиной  $h = 4$  см. Затем пробирку медленно подняли вверх так, что её нижний край оказался чуть ниже поверхности ртути (пробирку из ртути не вынимали). Считайте, что в процессе подъема температура воздуха в пробирке не менялась и оставалась равной  $T_0 = 300$  К. Затем температуру воздуха в пробирке изменили, и ртуть вновь заполнила часть пробирки длиной  $h$ . Найдите конечную температуру  $T$  воздуха в пробирке. Атмосферное давление  $p_0 = 760$  мм рт. ст.

#### Задача 4. Сложный сплав

Из сплава с линейно изменяющимся от расстояния удельным сопротивлением изготовлены два проводника с вдвое отличающимся сечением. Удельное сопротивление с одной стороны каждого из проводников равно  $\rho_1$ , а с другой  $\rho_2$ . Их противоположными сторонами соединили параллельно и подключили к идеальному источнику с напряжением  $U$ , а к центрам цилиндров подключили идеальный вольтметр (рис. 6). Найдите показание  $V$  вольтметра.

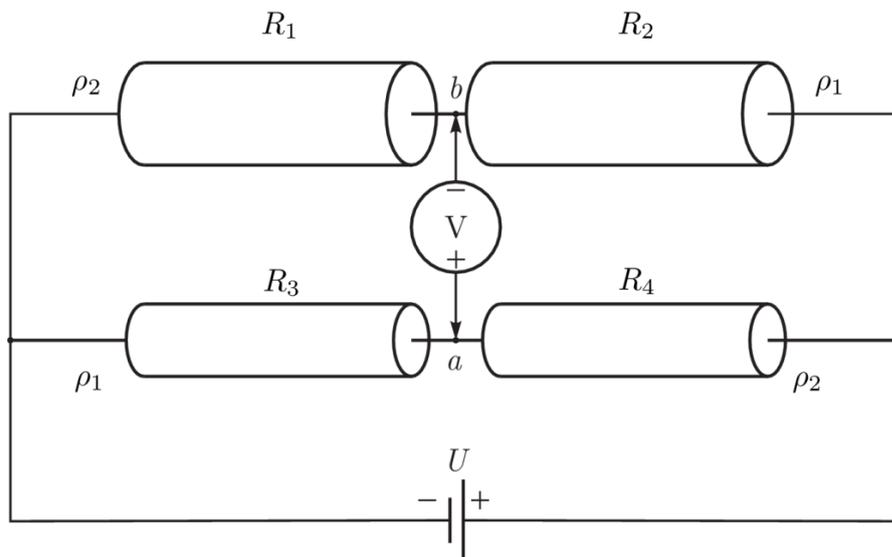


рис. 6

#### Задача 5. Две шайбы

На гладкой горизонтальной поверхности находятся две одинаковые гладкие шайбы радиуса  $R$ . Одной из шайб сообщают скорость  $v_0$  вдоль оси  $x$  (рис. 7). При каком значении прицельного параметра  $d$  проекция на ось  $y$  скорости второй шайбы после абсолютно упругого удара максимальна?

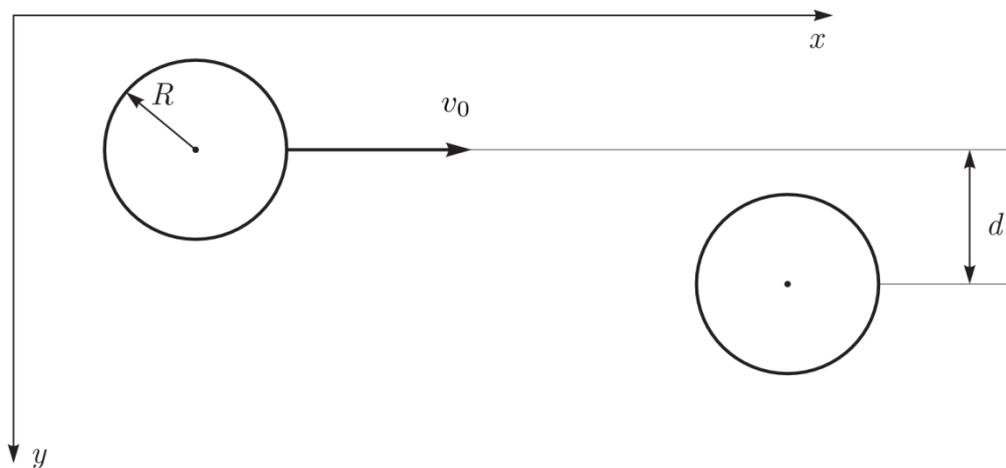


рис. 7

## 10 класс

### Задача 1. Ящик с пружинами

Из-за блока сила, растягивающая верхнюю пружину вдвое больше. Тогда, по закону Гука, деформации верхней и нижней пружин одинаковы:  $F = kx$ ,  $2F = 2kx$ . Пусть при смещении свободного конца на  $x$  вниз растяжение верхней пружины увеличивается на  $y$ . При этом блок опустится вниз на  $y$ . Как было показано, растяжение нижней пружины также равно  $y$ . Поскольку нить нерастяжима  $x = 3y$ .

Внешняя сила сначала равна  $F = kx$ , в конце  $F_1 = k(x + y) = (4/3)kx = (4/3)F$  и линейно зависит от  $x$ . Работу этой силы найдём как площадь под графиком  $F(y)$ :

$$A = \frac{F + F_1}{2} x = \frac{7}{6} Fx = 7 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$$

#### Примерные критерии оценивания

|   |         |
|---|---------|
| Найдена связь между силами натяжения нижней и верхней пружины ..... | 2 балла |
| Найдена связь между $x = 3y$ .....                                  | 3 балла |
| Записана зависимость $F(y)$ .....                                   | 1 балл  |
| Получен ответ .....   | 4 балла |

### Задача 2. Два в одном

В процессе 1-2-4-1 на участке 1-2 к газу подводят количество теплоты  $Q_1$ , а на участке 2-4 газ отдаёт количество теплоты  $Q$ . В процессе 2-3-4-2 на участке 4-2 к газу подводят количество теплоты  $Q$ , а на участке 3-4 газ отдаёт количество теплоты  $Q_2$ . В процессе 1-2-3-4-1 на участке 1-2 к газу подводят количество теплоты  $Q_1$ , а на участке 3-4 газ отдаёт количество теплоты  $Q_2$ . В процессах 1-2-4-1 и 2-3-4-2 газ (рабочее тело) проходит один и тот же участок 2-4, но в разных направлениях, поэтому в одном цикле на этом участке совершается положительная, а в другом такая же по величине, но отрицательная работа. Отсюда следует, что  $A = A_1 + A_2$ .

По определению коэффициента полезного действия

$$\eta_1 = \frac{A_1}{Q_1}, \quad \eta_2 = \frac{A_2}{Q}.$$

Поскольку  $\eta_1 = \eta_2$ , то  $Q = A_2/A_1 Q_1$ . По закону сохранения энергии для цикла 1-2-4-1  $A_1 = Q_1 - Q$ . Откуда

$$Q_1 = \frac{A_1^2}{A_1 - A_2}.$$

Зная работу  $A$  и тепло  $Q_1$ , можно найти искомый КПД

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2} = 36\%.$$

*Примерные критерии оценивания*

|  |         |
|--|---------|
| Связь между работами $A = A_1 + A_2$ .....               | 2 балла |
| Связь между количествами теплоты $Q = A_2/A_1 Q_1$ ..... | 3 балла |
| Выражение для работы $A_1 = Q_1 - Q$ .....               | 2 балла |
| Конечный ответ .....                                     | 3 балла |

**Задача 3. Приключения пробирки**

Пусть площадь  $S$  внутреннего сечения пробирки (перпендикулярного её оси). Проверим, не выходит ли часть воздуха из пробирки при её (почти полном) извлечении из ртути. В конечном состоянии объем воздуха не может превышать объема пробирки (иначе часть воздуха выйдет), а давление не может превышать атмосферного (давление равно атмосферному, если она будет заполнена в конечном положении целиком и меньше атмосферного, если в ней есть жидкость). Таким образом, по закону Бойля-Мариотта получаем условие:

$$p_{\text{нач}} V_{\text{нач}} = p_{\text{кон}} V_{\text{кон}} \leq p_0 V_{\text{пробирки}}, \text{ т.е. } p_{\text{нач}} V_{\text{нач}} \leq p_0 V_{\text{пробирки}} \text{ откуда } (p_0 + \rho g(l-h))(l-h) - p_0 l \leq 0$$

Это условие не выполняется! Поэтому мы приходим к выводу, что за время подъёма часть воздуха из пробирки выходит. После подъема пробирки она будет целиком заполнена воздухом при атмосферном давлении. Запишем для этого случая уравнение состояния для воздуха в пробирке:

$$p_0 V_0 = \rho g H \cdot l S = \nu R T_0. \tag{1}$$

После изменения температуры уравнение состояния примет вид:

$$\rho g (H-h) \cdot (l-h) S = \nu R T. \tag{2}$$

Поделив уравнение (2) на (1) получим:

$$T = T_0 \frac{(H-h)(l-h)}{Hl} \approx 252 \text{ К} \rightarrow -21 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Если не учесть выход воздуха из пробирки, то получается **неправильный ответ**:

$$T = T_0 \frac{H-h}{H+(l-h)} = 202 \text{ К} = -71 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Заметим, что температура плавления ртути  $-38,8 \text{ }^\circ\text{C}$ . Поэтому такая ситуация вряд ли реализуется.

*Примерные критерии оценивания*

|   |          |
|---|----------|
| Показано, что часть воздуха выходит из пробирки .....                           | 3 балла  |
| Записаны необходимые уравнения состояния.....                                   | 2 балла  |
| Получен ответ .....   | 5 баллов |
| Решения, в которых не учтён выход воздуха из пробирки, оцениваются из 3 баллов. |          |

#### Задача 4. Сложный сплав

Сопротивление проводника длиной  $L$  и площадью поперечного сечения  $S$ , удельное сопротивление которого линейно изменяется с расстоянием от  $\rho_l$  до  $\rho_r$  можно найти по формуле:

$$R = \frac{\rho_l + \rho_r}{2} \frac{l}{S}. \quad (2)$$

Для нахождения показания вольтметра мысленно разобьём каждый проводник посередине на два последовательно соединённых (рис. 16). Применим для них формулу (2):

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_2 + (\rho_1 + \rho_2)/2}{\rho_1 + (\rho_1 + \rho_2)/2} = \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{3\rho_1 + \rho_2}.$$

Поскольку при последовательном соединении проводников напряжение на них падает пропорционально сопротивлению, падение напряжения на резисторе  $R_2$ :

$$V_2 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U \frac{3\rho_1 + \rho_2}{4\rho_1 + \rho_2},$$

аналогично

$$V_4 = U \frac{R_4}{R_3 + R_4} = U \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4\rho_1 + \rho_2}.$$

Падение напряжения на резисторе  $R_2$  равно сумме падений напряжений на резисторе  $R_4$  и вольтметре:

$$V_2 = V_4 + V, \quad \text{откуда} \quad V = V_2 - V_4 = \frac{U}{2} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$

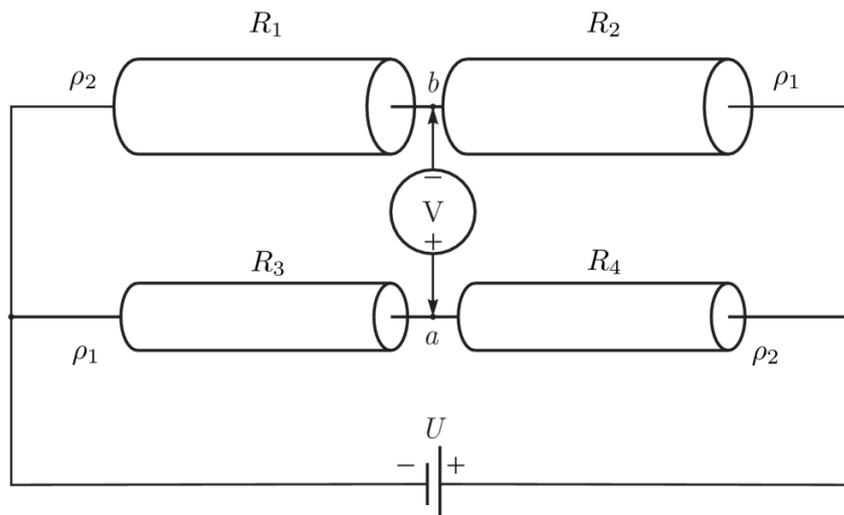


рис. 16

#### Примерные критерии оценивания

|  |          |
|--|----------|
| Формула расчета сопротивления проводника .....                 | 2 балла  |
| Напряжения на проводнике при последовательном соединении ..... | 2 балла  |
| Выражение для показания вольтметра .....                       | 6 баллов |

### Задача 5. Две шайбы

Поскольку шайбы гладкие, при столкновении действующие между ними силы будут направлены вдоль прямой, соединяющей центры шайб (рис. 17). Введем обозначение  $\vec{v}$  - скорость второй шайбы после столкновения. Поскольку шайбы одинаковы, их массы равны. По закону сохранения импульса скорость первой шайбы после столкновения будет равна  $\vec{v}_0 - \vec{v}$ . Поскольку удар абсолютно упругий, кинетическая энергия сохраняется:

$$v_0^2 = (\vec{v}_0 - \vec{v})^2 + v^2 = v_0^2 - 2v_0 v \cos \alpha + 2v^2, \quad \text{откуда} \quad v = v_0 \cos \alpha.$$

Проекция скорости второй шайбы на ось  $y$  есть  $v \sin \alpha = v_0 \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ .

Проекция максимальна при  $\alpha = 45^\circ$ , в этом случае  $d = \sqrt{2}r$ .

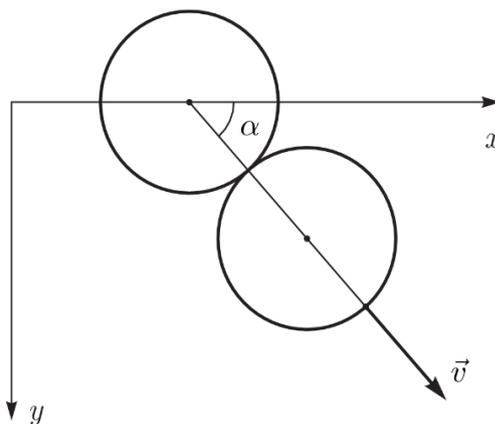


рис. 17

#### Примерные критерии оценивания

|   |         |
|---|---------|
| Записан закон сохранения импульса .....         | 1 балл  |
| Записан закон сохранения энергии .....          | 1 балл  |
| Найдена скорость второй шайбы после удара ..... | 4 балла |
| Правильно указано условие максимальности .....  | 1 балл  |
| Получен ответ .....                             | 3 балла |