

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ 2014–2015 г.  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС**

**Общие критерии оценок:**

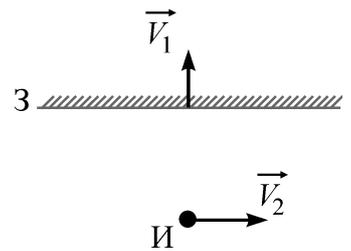
Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи *любым способом* до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.

**Задача 1.**

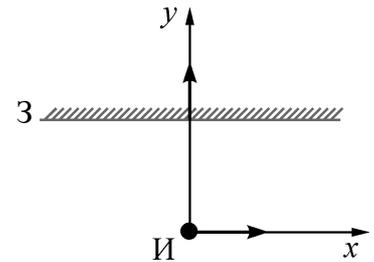
По комнате движутся во взаимно перпендикулярных направлениях школьница Ирина и шкаф на колёсиках, причём шкаф удаляется от Ирины. На шкафу расположено плоское зеркало, в котором Ирина видит своё изображение. Скорости шкафа и Ирины относительно комнаты равны, соответственно,  $V_1 = 1,5$  м/с и  $V_2 = 2$  м/с.

Найдите модуль скорости изображения Ирины

- относительно зеркала;
- относительно комнаты;
- относительно Ирины.



**Решение.** Введём координатные оси  $x$  и  $y$  таким образом, чтобы Ирина двигалась вдоль оси  $x$ , а скорость зеркала, расположенного параллельно оси  $x$ , была направлена вдоль оси  $y$ . Начало координат совместим с положением Ирины в начальный момент времени. Тогда координаты Ирины в момент времени  $t$  будут  $(x = V_2 t; y = 0)$ , координата плоскости зеркала будет в этот момент равна  $y = L + V_1 t$  ( $L$  – начальная  $y$ -координата зеркала), координаты изображения составят  $x = V_2 t$  и  $y = 2(L + V_1 t)$ .



Проекция скорости Ирины на оси  $x$  и  $y$  в выбранной системе отсчёта составляют  $(V_2; 0)$ , проекция скорости зеркала –  $(0; V_1)$ , проекция скорости изображения –  $(u_x = V_2; u_y = 2V_1)$ . Следовательно, проекции скорости изображения относительно зеркала составляют  $(u_x; u_y - V_1)$ , или  $(V_2; V_1)$ , а изображения относительно Ирины –  $(u_x - V_2; u_y)$ , или  $(0; 2V_1)$ .

По теореме Пифагора модуль скорости изображения относительно зеркала составляет  $(V_1^2 + V_2^2)^{1/2} = 2,5$  м/с, относительно комнаты  $((2V_1)^2 + V_2^2)^{1/2} = 13^{1/2} \approx 3,6$  м/с, относительно Ирины  $2V_1 = 3$  м/с.

**Ответ:** модуль скорости изображения относительно зеркала составляет  $(V_1^2 + V_2^2)^{1/2} = 2,5$  м/с, относительно комнаты  $((2V_1)^2 + V_2^2)^{1/2} = 13^{1/2} \approx 3,6$  м/с, относительно Ирины  $2V_1 = 3$  м/с.

**Критерии оценивания:**

Если школьник довел решение задачи до правильных ответов на все три вопроса, он получает 10 баллов. Если решение задачи доведено до правильных ответов на два вопроса, участник получает 7 баллов. Если получен правильный ответ только на один вопрос, участник получает 4 балла. Правильным считается ответ как в числовом виде, так и в виде формулы, выраженной через скорости  $V_1$  и  $V_2$ . Если участник не получил ни одного правильного ответа, ему можно поставить до 2 утешительных баллов:

- построено изображение Ирины в зеркале - 1 балл;
- хотя бы раз правильно использована формула, связывающая скорость, время и расстояние (координату) - 1 балл.

**Возможные баллы: 0, 1, 2, 4, 7, 10**

**Задача 2.**

При движении в гору автомобиль может развивать максимальную скорость  $V_1$ , а при движении с этой же горы – скорость  $V_2$ . В обоих случаях двигатель работает на свою максимальную мощность; использование коробки передач позволяет двигателю автомобиля развивать эту максимальную мощность при разных скоростях движения. Какую максимальную скорость  $V_0$  этот автомобиль может развить при движении по горизонтальной дороге? Считайте, что ветра нет, а действующая на автомобиль сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату его скорости. Решите задачу в общем случае, а также в частном случае  $V_1 = 100$  км/ч,  $V_2 = 2V_1 = 200$  км/ч. Сравните для данного примера скорость  $V_0$  со значением  $1,5V_1 = 150$  км/ч.

**Решение.** По условию на автомобиль, движущийся со скоростью  $V$ , действует сила сопротивления воздуха  $bV^2$ , где  $b$  – некоторый постоянный коэффициент пропорциональности. Пусть  $P$  – мощность двигателя автомобиля,  $m$  – его масса,  $\alpha$  – угол наклона горы к горизонту.

При движении по горизонтальной дороге со скоростью  $V_0$  расходуемая за промежуток времени  $\tau$  энергия  $P\tau$  равна величине работы силы сопротивления воздуха  $bV_0^2 \cdot V_0\tau$ , отсюда  $P = bV_0^3$ .

При движении в гору со скоростью  $V_1$  расходуемая за промежуток времени  $\tau$  энергия  $P\tau$  идёт на преодоление работы силы сопротивления воздуха  $bV_1^2 \cdot V_1\tau$  и изменение потенциальной энергии автомобиля:  $mgV_1\tau \cdot \sin \alpha$ , отсюда  $P = bV_1^3 + mgV_1 \cdot \sin \alpha$ .

При движении с горы со скоростью  $V_2$  расходуемая за промежуток времени  $\tau$  энергия  $P\tau$  идёт на преодоление работы силы сопротивления воздуха  $bV_2^2 \cdot V_2\tau$  и изменение потенциальной энергии автомобиля  $-mgV_2\tau \cdot \sin \alpha$ , отсюда  $P = bV_2^3 - mgV_2 \cdot \sin \alpha$ .

Из двух соотношений для движения автомобиля в гору и с горы получаем:

$P/V_1 + P/V_2 = b(V_1^2 + V_2^2)$ , и  $P = b(V_1^2 + V_2^2)V_1V_2/(V_1 + V_2)$ . Используя соотношение для движения автомобиля по горизонтальной дороге, находим:  $V_0^3 = (V_1^2 + V_2^2)V_1V_2/(V_1 + V_2)$ . В частном случае при  $V_1 = 100$  км/ч и  $V_2 = 2V_1 = 200$  км/ч получаем:  $V_0 = (10^7/3)^{1/3} \approx 149,4$  км/ч.

**Ответ:**  $V_0 = ((V_1^2 + V_2^2)V_1V_2/(V_1 + V_2))^{1/3}$ . В частном случае скорость  $V_0 = (10^7/3)^{1/3} \approx 149,4$  км/ч – это чуть меньше 150 км/ч.

**Критерии оценивания:**

Если школьник довел решение задачи до правильного ответа в общем виде (через скорости  $V_1$  и  $V_2$ ) и отметил, что числовой ответ меньше, чем 150 км/ч, он получает 10 баллов. Если решение доведено до правильного ответа только в общем виде (через скорости  $V_1$  и  $V_2$ ), участник получает 9 баллов. В противном случае школьник может получить до 3 утешительных баллов:

записано соотношение для мощности, коэффициента пропорциональности и скорости при движении по горизонтальной поверхности - 1 балл;

правильно записано соотношение для мощности, угла  $\alpha$ , массы, коэффициента пропорциональности и скорости при движении по наклонной поверхности (вверх или вниз) - 2 балла.

**Возможные баллы:** 0, 1, 2, 3, 9, 10

**Общие критерии оценок:**

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи *любым способом* до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.



**Задача 3.**

В воде плавает пустая плоская прямоугольная коробка (без крышки) с площадью поперечного сечения  $100 \text{ см}^2$ . После того, как в середину коробки положили брусок объёмом  $75 \text{ см}^3$ , она погрузилась ещё на 3 см. Определите плотность бруска. Какую плотность должен иметь брусок объёмом  $150 \text{ см}^3$ , чтобы коробка с одним таким бруском утонула? Масса коробки 100 г, а её высота 13 см. Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

**Решение.** Рассмотрим коробку с грузом (общая масса коробки и груза  $M$ ), плавающую в воде плотностью  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3 = 1 \text{ г/см}^3$ . Пусть нижнее основание коробки находится на глубине  $x$ , а площадь поперечного сечения коробки  $S = 100 \text{ см}^2$ . На коробку действуют сила тяжести  $Mg$  и сила Архимеда  $\rho_0 g S x$ , которые должны уравниваться:  $Mg = \rho_0 g S x$ , отсюда  $M = \rho_0 S x$ .

Чтобы увеличить глубину погружения коробки  $x$  на  $x_1 = 3 \text{ см}$ , в коробку следует положить груз массой  $\rho_0 S x_1 = 1 \text{ г/см}^3 \cdot 100 \text{ см}^2 \cdot 3 \text{ см} = 300 \text{ г}$ . Плотность такого бруска объёмом  $75 \text{ см}^3$  составляет  $300 \text{ г} : 75 \text{ см}^3 = 4 \text{ г/см}^3$ .

Коробка утонет (погрузится в воду на  $x = 13 \text{ см}$ ), если её масса вместе с грузом составит не менее  $M = \rho_0 S x = 1 \text{ г/см}^3 \cdot 100 \text{ см}^2 \cdot 13 \text{ см} = 1300 \text{ г}$ . Следовательно, в коробку надо положить брусок массой  $1300 \text{ г} - 100 \text{ г} = 1200 \text{ г}$ . Плотность такого бруска объёмом  $150 \text{ см}^3$  составит  $1200 \text{ г} : 150 \text{ см}^3 = 8 \text{ г/см}^3$ . С бруском большей плотности коробка также утонет.

**Ответ:** при погружении коробки на 3 см плотность бруска объёмом  $75 \text{ см}^3$  составляет  $4 \text{ г/см}^3$ ; чтобы коробка утонула, плотность бруска объёмом  $150 \text{ см}^3$  должна составить не менее  $8 \text{ г/см}^3$ .

**Критерии оценивания:**

Если школьник довел решение задачи до правильных ответов на оба вопроса, он получает 10 баллов. Если решение задачи доведено до правильного ответа только на один вопрос, школьник получает 5 баллов. В противном случае можно поставить школьнику до 3 утешительных баллов:

хотя бы один раз правильно использована формула, связывающая массу, плотность и объем - 1 балл;

хотя бы раз правильно записано выражение для силы Архимеда - 1 балл;

отмечено, что силы тяжести и Архимеда, действующие на коробку, должны компенсироваться - 1 балл.

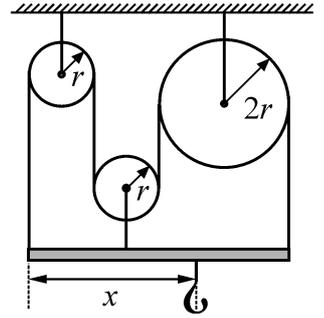
**Возможные баллы: 0, 1, 2, 3, 5, 10**

**Общие критерии оценок:**

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи *любым способом* до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.

**Задача 4.**

В системе, изображённой на рисунке, блоки, нить и стержень невесомы. Правый блок в два раза больше по размеру, чем другие два. Участки нитей, не лежащие на блоках, вертикальны. На крючок повесили груз некоторой массы, при этом система осталась неподвижна. Определите, чему равно отношение  $x/r$ .

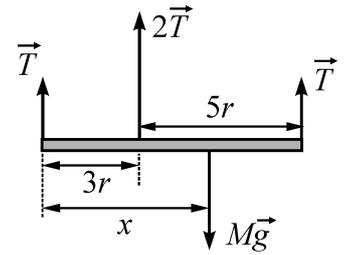


**Решение.** Пусть  $T$  – сила натяжения длинной нити. Поскольку подвижный блок находится в равновесии, действующие на него направленные вверх две силы  $T$  должны компенсироваться силой натяжения короткой нити  $2T$ , направленной вниз. Изобразим силы, приложенные к стержню, на рисунке ( $M$  – масса груза).

Запишем правило рычага относительно крючка:

$$T \cdot x + 2T(x - 3r) = T \cdot (8r - x). \text{ Отсюда } x = 3,5r.$$

**Ответ:**  $x/r = 3,5$ .

**Критерии оценивания:**

Если школьник довел решение задачи до правильного ответа, он получает 10 баллов. В противном случае можно поставить школьнику до 4 утешительных баллов:

отмечено, что сила натяжения нити, прикрепленной к центру подвижного блока, в два раза больше силы натяжения нити, перекинутой через блок - 1 балл;

в решении присутствует идея применить правило рычага (правило моментов) относительно любой оси - 1 балл;

хотя бы один раз правильно записано выражение для момента силы - 1 балл;

представлен рисунок с силами, действующими на стержень, с указанием точек приложения сил - 1 балл

**Возможные баллы: 0, 1, 2, 3, 4, 10**

**Общие критерии оценок:**

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи *любым способом* до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.

### Задача 5.

#### В условии была опечатка

Электрокипятильник, включённый в сеть с напряжением  $U = 220$  В, нагревает воду в кастрюле от комнатной температуры до кипения за время  $\tau_1 = 1$  мин. Найдите, за какое время  $\tau_2$  четыре кипятивника с втрое большим сопротивлением, соединённые последовательно ~~и включённые в ту же сеть~~, нагреют вдвое большую массу воды от той же комнатной температуры до кипения при подключении к сети с напряжением  $2U = 440$  В. Потерями теплоты можно пренебречь.

**Из за опечатки школьники могут представить два решения, и оба следует считать верными.**

**Решение.** Пусть  $R$  – сопротивление исходного кипятивника,  $m$  – масса воды в кастрюле,  $c$  – удельная теплоёмкость воды,  $\Delta t$  – изменение температуры при нагревании воды до кипения.

В первом случае кипятивник мощностью  $U^2/R$  за время  $\tau_1$  передаёт воде энергию  $(U^2/R)\tau_1$ , которая идёт на её нагревание:  $(U^2/R)\tau_1 = cm\Delta t$ .

Дальше возможны два варианта.

А) Во втором случае сопротивление цепочки кипятивников равно  $12R$ , поэтому при включении её в сеть с тем же напряжением  $U$  будет развиваться мощность  $U^2/(12R)$ . За время  $\tau_2$  воде массой  $2m$  будет передана энергия  $U^2/(12R)\tau_2$ , идущая на её нагревание:  $U^2/(12R)\tau_2 = 2cm\Delta t$ .

Разделив одно соотношение на другое, находим:  $\tau_2 = 24\tau_1 = 24$  мин.

Б) Во втором случае сопротивление цепочки кипятивников равно  $12R$ , поэтому при включении её в сеть напряжением  $2U$  будет развиваться мощность  $(2U)^2/(12R)$ . За время  $\tau_2$  воде массой  $2m$  будет передана энергия  $(2U)^2/(12R)\tau_2$ , идущая на её нагревание:  $(2U)^2/(12R)\tau_2 = 2cm\Delta t$ .

Разделив одно соотношение на другое, находим:  $\tau_2 = 6\tau_1 = 6$  мин.

#### **Ответ:**

А) время нагревания воды во втором случае составит  $\tau_2 = 24\tau_1 = 24$  мин.

Б) время нагревания воды во втором случае составит  $\tau_2 = 6\tau_1 = 6$  мин.

#### **Критерии оценивания:**

Если школьник довел решение задачи до правильного ответа, он получает 10 баллов. Правильным считается ответ как в числовом виде (24 мин или 6 мин), так и в виде формулы, выраженной через время  $\tau_1$  ( $\tau_2 = 24\tau_1$  или  $\tau_2 = 6\tau_1$ ). В противном случае школьник может получить до 4 утешительных баллов:

указано, что мощность кипятивника сопротивлением  $R$ , подключенного к источнику напряжения  $U$ , равна  $U^2/R$  - 1 балл;

использовано, что количество теплоты, требуемое для нагревания воды, равно произведению удельной теплоемкости на массу и на изменение температуры - 1 балл;

использовано, что переданная воде энергия равна произведению мощности на время - 1 балл;

указано, что сопротивление цепочки кипятивников во втором случае равно  $12R$  - 1 балл.

**Возможные баллы: 0, 1, 2, 3, 4, 10**

#### **Общие критерии оценок:**

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи *любым способом* до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.