Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 7.12.2014

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. В круговом шахматном турнире участвовало шесть человек: два мальчика и четыре девочки. Могли ли мальчики по итогам турнира набрать в два раза больше очков, чем девочки? (*В круговом шахматном турнире каждый игрок играет с каждым по одной партии. За победу дается* **1** *очко, за ничью* **0,5**, *за поражение —* **0**).

2. Про коэффициенты $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{d}$ двух квадратных трехчленов $\boldsymbol{x^2+bx+c}$ и $\boldsymbol{x^2+ax+d}$ известно, что $\boldsymbol{0<a<b<c<d}$. Могут ли эти трехчлены иметь общий корень?

3. Дан треугольник $\boldsymbol{ABC}$. Прямая, параллельная $\boldsymbol{AC}$, пересекает стороны $\boldsymbol{AB}$ и $\boldsymbol{BC}$ в точках $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{T}$ соответственно, а медиану $\boldsymbol{AM}$ — в точке $\boldsymbol{Q}$. Известно, что $\boldsymbol{PQ=3}$, а $\boldsymbol{QT=5}$. Найдите длину $\boldsymbol{AC}$.

4. Сумма десяти натуральных чисел равна **1001**. Какое наибольшее значение может принимать НОД (наибольший общий делитель) этих чисел?

5. Четырехугольник $\boldsymbol{ABCD}$ — вписанный. На его диагоналях $\boldsymbol{AC}$ и $\boldsymbol{BD}$ отметили точки $\boldsymbol{K}$ и $\boldsymbol{L}$ соответственно, так, что $\boldsymbol{AK=AB}$ и $\boldsymbol{DL=DC}$. Докажите, что прямые $\boldsymbol{KL}$ и $\boldsymbol{AD}$ параллельны.

6. Из шахматной доски размером $\boldsymbol{8\times 8}$ вырезали квадрат размером $\boldsymbol{2\times 2}$ так, что оставшуюся доску удалось разрезать на прямоугольники размером $\boldsymbol{1\times 3}$. Определите, какой квадрат могли вырезать. (*Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.*)

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 2 и 3 февраля 2015 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап **9 класс** 7.12.2014

Работа рассчитана на **240** *минут*

1. В круговом шахматном турнире участвовало шесть человек: два мальчика и четыре девочки. Могли ли мальчики по итогам турнира набрать в два раза больше очков, чем девочки? (*В круговом шахматном турнире каждый игрок играет с каждым по одной партии. За победу дается* **1** *очко, за ничью* **0,5**, *за поражение —* **0**).

2. Про коэффициенты $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{d}$ двух квадратных трехчленов $\boldsymbol{x^2+bx+c}$ и $\boldsymbol{x^2+ax+d}$ известно, что $\boldsymbol{0<a<b<c<d}$. Могут ли эти трехчлены иметь общий корень?

3. Дан треугольник $\boldsymbol{ABC}$. Прямая, параллельная $\boldsymbol{AC}$, пересекает стороны $\boldsymbol{AB}$ и $\boldsymbol{BC}$ в точках $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{T}$ соответственно, а медиану $\boldsymbol{AM}$ — в точке $\boldsymbol{Q}$. Известно, что $\boldsymbol{PQ=3}$, а $\boldsymbol{QT=5}$. Найдите длину $\boldsymbol{AC}$.

4. Сумма десяти натуральных чисел равна **1001**. Какое наибольшее значение может принимать НОД (наибольший общий делитель) этих чисел?

5. Четырехугольник $\boldsymbol{ABCD}$ — вписанный. На его диагоналях $\boldsymbol{AC}$ и $\boldsymbol{BD}$ отметили точки $\boldsymbol{K}$ и $\boldsymbol{L}$ соответственно, так, что $\boldsymbol{AK=AB}$ и $\boldsymbol{DL=DC}$. Докажите, что прямые $\boldsymbol{KL}$ и $\boldsymbol{AD}$ параллельны.

6. Из шахматной доски размером $\boldsymbol{8\times 8}$ вырезали квадрат размером $\boldsymbol{2\times 2}$ так, что оставшуюся доску удалось разрезать на прямоугольники размером $\boldsymbol{1\times 3}$. Определите, какой квадрат могли вырезать. (*Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.*)

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 2 и 3 февраля 2015 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте **http://vos.olimpiada.ru/**

LXXVIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)
пройдет в МГУ 15 марта 2015 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие!
Предварительная регистрация и подробная информация на сайте
http://olympiads.mccme.ru/mmo/