

Второй тур

Задачи

Дата написания	13 апреля 2015 г.
Количество заданий	6
Сумма баллов	150
Время написания	240 минут

Задача №7. Учитель и ученики**(25 баллов)**

Рассмотрим модель взаимодействия учителя и учеников в обычном классе средней общеобразовательной школы. Для учеников пусть существуют следующие характеристики: усилия e_s и результаты $r_s = e_s - \frac{e_s^2}{e_t}$ (успеваемость); для учителя: зарплата w , усилия e_t и полезность $U_t = w \cdot r_s - e_t^2$. Зарплата является экзогенной величиной, которую устанавливает администрация школы. Каждый из агентов выбирает свой уровень усилий, максимизируя при этом либо результат (ученики), либо полезность (учитель). Порядок действий следующий:

- администрацией назначается некий уровень зарплаты для учителя;
- учитель выбирает уровень усилий;
- ученики выбирают уровень усилий.

Учитель и ученики знакомы давно, а потому знают, какую целевую функцию максимизирует каждый из них.

(а) Найдите равновесные уровни усилий для учителя и учеников.

(б) Пусть теперь администрация выбирает уровень зарплаты учителя, исходя из максимизации собственной полезности $U_a = r_s + U_t - \frac{w^2}{32}$. Чему равны равновесные уровни зарплаты и усилий?

(в) Вернемся снова к первому пункту. Пусть теперь учителя вообще не интересуют результаты учеников: $U_t = \frac{w}{64} - e_t^2$, однако, если учитель будет прикладывать усилия меньше чем $1/16$, то его уволят, и он не будет получать зарплату. Найдите равновесные уровни усилий и результаты учеников в данном случае. Определите, при каком уровне зарплаты учителю все равно, учитывать или нет результаты учеников.

Решение:

(а) Согласно заданному порядку действий верна обратная индукция: сначала ученики определяют оптимальный уровень своих усилий, максимизируя свои результаты при заданном уровне усилий учителя:

$$r_s = e_s - \frac{e_s^2}{e_t} \rightarrow \max$$

Функция результатов является квадратной с ветвями вниз относительно усилий учеников, следовательно, ее максимум находится в вершине:

$$e_s = \frac{e_t}{2}$$

$$r_s = \frac{e_t}{4}$$

Теперь учитель максимизирует свою полезность, зная уровень усилий учеников и при заданной экзогенно зарплате:

$$U_t = w \cdot r_s - e_t^2 = U_t = w \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2 \rightarrow \max$$

Функция полезности учителя является квадратной с ветвями вниз относительно усилий учителя, следовательно, ее максимум находится в вершине:

$$e_t = \frac{w}{8}$$

Тогда $e_s = \frac{e_t}{2} = \frac{w}{16}$; $r_s = \frac{e_t}{4} = \frac{w}{32}$; $U_t = \frac{w^2}{64}$.

(б) Поскольку учитель считает уровень зарплаты заданным, то новое условие – последний шаг в обратной индукции: теперь администрация максимизирует свою полезность, зная, какие уровни усилий будут выбирать учитель и ученики:

$$U_a = r_s + U_t - \frac{w^2}{32} = \frac{w}{32} + \frac{w^2}{64} - \frac{w^2}{32} = \frac{w}{32} - \frac{w^2}{64} \rightarrow \max$$

Функция полезности администрации является параболой с ветвями вниз относительно зарплаты, следовательно, ее максимум находится в вершине:

$$w = 1$$

Тогда $e_t = w/8 = \frac{1}{8}$; $e_s = \frac{e_t}{2} = \frac{w}{16} = \frac{1}{16}$.

(в) Так как учитель не хочет быть уволенным и не получать зарплату (его полезность тогда будет равна 0), то он будет прикладывать усилия больше либо равные $1/16$. Так как в функции полезности его усилия входят в виде $(-e_t^2)$, то ему нет смысла выбирать уровень усилий больший $1/16$. Следовательно, учитель будет выбирать $e_t = \frac{1}{16}$. Тогда $e_s = \frac{1}{32}$. Максимум полезности в этом случае равен $U_t = \frac{w}{64} - \frac{1}{256}$.

Найдем, при каком уровне зарплаты учителю будет все равно:

$$\frac{w}{64} - \frac{1}{256} = \frac{w^2}{64}$$
$$w = \frac{1}{2}$$

Задача №8. Война?!**(25 баллов)**

В королевстве еды и вина правит доблестный король Ешьдапей. Жители королевства умеют производить только еду и вино. При этом за один человеко-час можно произвести либо одну единицу еды, либо половину единицы вина. Также можно производить любую допустимую комбинацию двух товаров, учитывая то, что альтернативные издержки производства каждого из товаров постоянны. Всего в распоряжении короля имеется 10 человеко-часов ежедневно. Ешьдапей размышляет над тем, следует ли ему вступить в войну с очень большим соседним королевством вина и еды. Чтобы завоевать N земель соседнего королевства, Ешьдапею нужно навсегда потерять N из 10 человеко-часов, которыми он располагает ежедневно. При этом N завоёванных территорий приносят королю N новых человеко-часов ежедневно. Единственная разница между этими новыми жителями и жителями королевства еды и вина заключается в том, что за один человеко-час новые жители умеют произвести либо не более одной единицы вина, либо не более половины единицы еды. Заметим, что Ешьдапей может указывать своим подданным, как им распределять свои силы между производством вина и еды.

(а) Ешьдапей непременно хочет, чтобы еды и вина производилось равное количество и чем больше, тем лучше. Сколько земель тогда решит завоевать правитель королевства еды и вина? Приведите графическую иллюстрацию.

(б) Как изменится решение короля, если ради завоевания N новых земель, ему теперь придется навсегда потерять $2N$ из 10 своих человеко-часов? Приведите графическую иллюстрацию.

(в) Теперь ради завоевания N новых земель, Ешьдапею придется навсегда потерять N^2 своих человеко-часов. Сколько новых земель решит завоевать король?

Решение:

(а) При отсутствии войны король Ешьдапей может добиться $V = E = \frac{10}{3}$.

При войне общее количество часов не меняется.

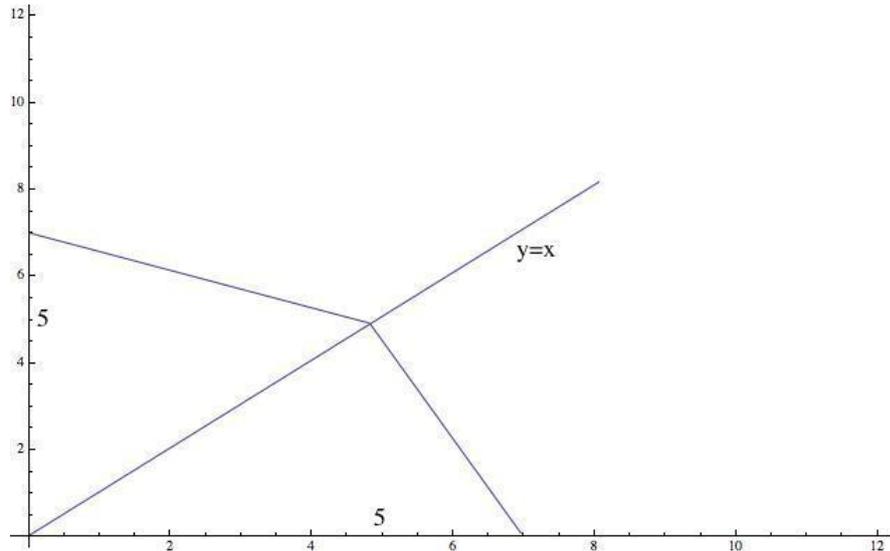
Заметим, что жители королевства еды и вина умеют лучше производить еду, а жители королевства вина и еды умеют лучше производить вино. Следовательно, так как Ешьдапей имеет возможность «обменять» N своих человеко-часов на N человеко-часов соседнего королевства, то ему имеет смысл «обменять» их так, чтобы всю еду производили на его изначальной территории, а чтобы всё вино производили на завоёванной территории. Другими словами, точка перелома новой КПВ должна находиться на прямой $y = x$, где y обозначает количество еды, а x — количество вина. В то же время в точке перелома $x = N$, а $y = 10 - N$. Следовательно, оптимальным N будет тогда, когда будет выполняться следующее равенство.

$$N = 10 - N.$$

$$N = 5.$$

Если $N=5$, то можно обеспечить $V=E=5 > 10/3$, если $N \neq 5$, то из условия $V=E$ следует, что кто-то работает не по специальности. Поэтому $V=E < 5$.

Приведем теперь графическую иллюстрацию.



(б) Теперь король может «обменять» $2H$ из своих человеко-часов на H человеко-часов соседнего государства. Можно заметить, что Король не сможет обеспечить лучший выбор в результате ни от одного из обменов.

H приобретенных иностранцев смогут произвести $E=H$ или $V=0,5H$.

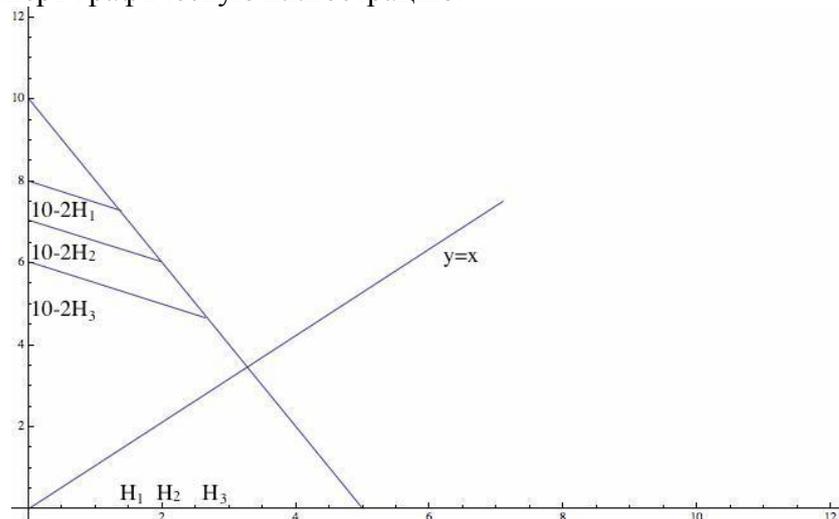
$2H$ потерянных соотечественников могли произвести $E=2H$ или $V=H$.

Но при каких-то войнах ему может быть не хуже, чем раньше. А именно, при таких войнах, что он сможет получить $B = E = \frac{10}{3}$.

А это, в свою очередь, выполняется при $H \leq \frac{10}{3}$ (то есть пока новых иностранцев не придется задействовать не по их специализации).

Ответ: $H \in [0, 10/3]$

Приведем теперь графическую иллюстрацию.



(в) Если $H > 2$, то решение аналогично решению п. (б), король точно не будет воевать. Пусть далее $H \leq 2$. Первоначально $10/3$ работали на производстве E , $20/3$ работали на производстве V . Зафиксируем E . Если захватим H земель, то потеряем в вине $-\frac{H^2}{2}$, а приобретем H .

Максимизируем $-\frac{H^2}{2} + H$, получаем $H=1$. Таким образом, среди $H \in [0, 2]$ оптимальным вариантом является $H=1$.

Задача №9. Дороги и ...**(25 баллов)**

В королевстве Озерном есть пять городов: А, В, С, D, E. Они расположены в указанной последовательности вокруг большого озера. Расстояние от города А до города В составляет 4 км, от В до С — 13 км, от С до D — 6 км, от D до E — 12 км, наконец, от E до А — 11 км. Дорога вокруг озера, которая соединяет города, находится в ужасном состоянии. Парламент Озерного королевства хотел бы, чтобы была построена новая асфальтовая дорога. Для этого он нанимает строительную компанию «Дорстрой».

Парламент расположен в городе А (столице) и готов выплатить «Дорстрою» P золотых монет за каждый город, из которого можно будет доехать до столицы по асфальтовой дороге (величина P одинакова для каждого города, независимо от расстояния между ним и столицей).

Строительство каждого километра дороги обходится «Дорстрою» в 100 золотых монет, и руководство этой фирмы стремится максимизировать свою прибыль.

(а) Для каждого значения P укажите, какие города будут соединены со столицей асфальтовой дорогой. (Для тех случаев, когда «Дорстрою» одинаково выгодно несколько вариантов длины дороги, считайте, что «Дорстрой» всегда выбирает самый длинный.)

(б) Для каждого значения P укажите максимальную прибыль фирмы «Дорстрой».

Решение:

Построим функцию издержек фирмы «Дорстрой».

Ясно, что если «Дорстрой» решит соединить со столицей только один город, то это будет город В, так как до него от столицы ближе всего.

Если же фирма решит присоединить к столице два города, то это будут города В и E, так как в этом случае длина дороги составит $11+4=15$ километров. Во всех других случаях требуемая длина дороги будет больше: если соединять со столицей города В и С, то придется построить $4+13=17$ километров дороги; а если города E и D, то и того больше ($11+12=33$).

Аналогично, легко проверить, что если «Дорстрой» примет решение соединить со столицей три города, то это будут города В, С, D. И длина дороги составит $4+13+6=23$ километра.

Наконец, если соединять со столицей все четыре города, то следует протянуть дорогу С-D-E-A-B, и в этом случае ее длина будет равна $6+12+11+4=33$ километра.

Занесем эти данные в таблицу, рассчитав общие и предельные издержки строительной компании.

Количество городов, соединенных асфальтовой дорогой со столицей (выпуск фирмы)	Список городов (черточки обозначают соединение городов дорогой)	Длина дороги	Общие издержки	Предельные издержки
1	А-В	4	400	400
2	Е-А-В	15	1500	1100
3	А-В-С-D	23	2300	800
4	С-D-E-A-B	33	3300	1000

Фирма «Дорстрой» является ценополучателем, поэтому для нее определена функция предложения. Определив предельные издержки «Дорстроя» мы можем любым из стандартных способов определить его функцию предложения:

$P \in [0, 400)$	$q = 0$: ни один город не соединен со столицей асфальтовой дорогой.
$P \in [400, 950)$	$q = 1$: город В соединен асфальтовой дорогой со столицей.
$P \in [950, 1000)$	$q = 3$: города В, С, D соединены асфальтовой дорогой со столицей.
$P > 1000$	$q = 4$: все города соединены дорогой со столицей

Наконец, зная функцию предложения, мы можем определить максимальную прибыль фирмы.

$P \in [0, 400)$	Прибыль = 0
$P \in [400, 950)$	Прибыль = $P - 400$
$P \in [950, 1000)$	Прибыль = $3P - 2300$
$P > 1000$	Прибыль = $4P - 3300$

Задача №10. Ожидания**(25 баллов)**

В закрытой экономике страны Альфа продается единственный конечный товар, который производят 100 одинаковых фирм. Выпуск каждой из фирм (y) следующим образом зависит от количества используемых ею работников (L): $y = 2\sqrt{L}$. Зарботная плата одного работника устанавливается профсоюзом и составляет 2 денежные единицы (д.ед.), фирмы никак не могут на нее влиять. Совокупный спрос в рассматриваемой экономике описывается уравнением:

$$Y = 40 + 1,2 * \frac{M}{P},$$

где Y — величина совокупного спроса, M — денежная масса (д.ед.), P — уровень цен.

(а) Известно, что денежная масса в стране Альфа составляет 50 д.ед., и экономика этой страны находится в состоянии краткосрочного равновесия. Определите равновесные уровни цен и выпуска в этой стране.

(б) Центральный банк страны Альфа решил стимулировать экономику путем неожиданного увеличения денежной массы на 60%. На сколько процентов в результате этого события изменятся уровень цен и выпуск?

(в) Предположим, что профсоюз страны Альфа прознал о планах центрального банка. Поэтому лидеры профсоюза решили пересмотреть устанавливаемую ими номинальную зарплату таким образом, чтобы реальная заработная плата каждого работника осталась такой же, как в пункте (а). Какую номинальную зарплату установят лидеры профсоюза? На сколько процентов в результате указанных событий (изменения денежной массы и изменения номинальной заработной платы) увеличатся уровни цен и выпуска в экономике страны Альфа?

(г) Сопоставив результаты пунктов (б) и (в), сделайте вывод о том, какая стимулирующая политика является более эффективной: неожиданная или ожидаемая? (Этот пункт оценивается только в случае получения верных ответов на вопросы пунктов (а)-(в))

Решение:

(а) Задача максимизации прибыли фирмы: $PR = P * 2\sqrt{L} - wL$.

Решая эту задачу, получаем функцию спроса каждой фирмы на труд: $L = \left(\frac{P}{w}\right)^2$. Подставляя это условие в производственную функцию, получаем предложение одной фирмы: $y = 2\frac{P}{w} = P$. Следовательно, совокупное предложение имеет вид: $Y = 100P$.

Из равенства совокупного спроса и совокупного предложения находим, что $P = 1, Y = 100$.

(б) Новая функция спроса имеет вид: $Y = 40 + 1,2 * \frac{50 * 1,7}{P}$. Из равенства нового совокупного спроса и прежнего совокупного предложения находим, что $P = 1,2, Y = 120$. Таким образом, и уровень цен, и выпуск выросли на 20%.

(в) В пункте (а) реальная заработная плата была равна 2. Отметим (см. формулу в пункте (а)), что величина спроса фирмы на труд, а, следовательно, и величина ее предложения однозначно определяются реальной заработной платой. Таким образом, если реальная заработная плата не изменилась по сравнению с пунктом (а), то и выпуск каждой фирмы не изменился по сравнению с пунктом (а), а следовательно совокупный выпуск будет по-прежнему равен 100. Подставив этот результат в функцию совокупного спроса,

находим новый уровень цен, который равен 1,7. Выпуск вырастет на 0%. Уровень цен вырастет на 70%. Новая номинальная заработная плата будет равна $2 * 1,7 = 3,4$.

(г) В пункте (б) выпуск вырос, а в пункте (в) остался без изменений, следовательно неожиданная политика более эффективна для стимулирующего выпуска, чем ожидаемая.

Задача №11. Государственный долг**(25 баллов)**

Сильвия Назар в книге «Путь к великой цели» описала экономические и финансовые трудности, с которыми столкнулась в 1919 году послевоенная Австрийская республика. Одной из основных трудностей был огромный долг, за счет которого финансировалось ведение военных действий в Первой мировой войне.

(а) *«Историк Ниал Фергюсон писал, что существует пять и только пять способов облегчить такое бремя <военного долга>: это официальный (де-юре) отказ от выплат, ..., различные варианты отказа де-факто... Наконец, самый достойный вариант – это просто расплатиться по долгам».*

Приведите аргументы в пользу того, почему оплата долгов может быть лучше для экономики, чем отказ от обязательств?

(б) Предположим, что официальный отказ от выплаты долга больше не рассматривается. Опишите три различных возможных способа погашения военного долга (более трех способов приводить не стоит – в этом случае будут рассмотрены только первые три).

(в) *«Шумпетер <министр финансов Австрийской республики> предпочел иное решение заставить богатых оплатить военный долг Австрии, взяв с них высокий одноразовый налог на имущество».*

Чем одноразовый налог на имущество богатых может быть лучше, чем увеличение подоходного налога для той же группы населения?

(г) *«Шумпетер не пробыл в должности министра финансов и трех дней, как крона начала свободное падение».*

Почему объявление о планах по введению одноразового налога на имущество могло вызвать падение национальной валюты?

Решение:

а) Отказ от оплаты долгов вызовет полную утрату доверия со стороны инвесторов. Восстановление репутации правительства как надежного партнера займет продолжительное время, а недополученные в результате этого инвестиции могут обернуться большими потерями для экономики, чем изначальная сумма долга.

Возможные варианты ответов:

- Потеря доверия приводит к невозможности получения кредита в будущем
- Сохранение доверия приводит к сохранению инвестиций, что позволяет развиваться в будущем
- Падает политический вес государства
- Возможны ответные санкции
- Дефолт, уменьшение богатства, снижение потребления, сокращение совокупного спроса, падение ВВП
- Социальная напряженность в обществе

б) Во-первых, можно выпустить государственные облигации и постараться привлечь тем самым средства внешних заемщиков. Во-вторых, можно включить печатный станок и собрать инфляционный налог со всех держателей национальной валюты. В-третьих, можно попробовать продать государственную собственность.

Возможные варианты ответов:

- Внутренний и внешний займы

- Эмиссия денежных средств
- Меры сдерживающей фискальной политики
- Продажа (аренда) территорий
- Продажа золотовалютных резервов
- Продажа государственной собственности

в) Одноразовый налог, будучи выплачен один раз, создает меньше отрицательных стимулов для инвестиций в экономику страны со стороны богатого населения в будущем, чем увеличение налога на доходы.

Единоразовый налог на имущество в меньшей степени меняет поведение, а подоходный вызывает стимулы к уклонению от уплаты налогов, снижение стимулов к работе.

Подоходный подрывает стимулы к экономической активности, в результате чего создаются предпосылки для сокращения ВВП и налоговых сборов. Налог на имущество легче собирается – сложно скрыть имущество.

г) В результате объявления о грядущем единоразовом налоге неизбежно начнется вывод средств за пределы Австрийской республики. Он будет сопряжен с покупкой иностранной валюты и продажей австрийской кроны, что и приведет к падению курса.

Логическая цепочка: отток капитала за рубеж, рост предложения кроны и рост спроса на иностранную валюту, в результате – падение валютного курса кроны.

Задача №12. Бесплатные услуги**(25 баллов)**

(а) Некоторые работодатели предоставляют своим работникам определенный набор компенсаций и льгот социального характера, который не предусмотрен трудовым кодексом и иными нормативными актами, так называемый «социальный пакет». Предоставление работодателем социального пакета не является его обязанностью и зависит исключительно от желания самого работодателя и его финансовых возможностей. В частности, в подобный пакет может входить бесплатное для сотрудника медицинское страхование, оплата проезда работников. Работодатель в этом случае несет значительные затраты по страхованию своих сотрудников или оплате транспортных расходов. Почему руководство компаний предпочитает самостоятельно приобретать страховые полисы для нанятых людей и/или оплачивать или организовывать их проезд от места жительства до места работы и обратно, в то время как многие работники предпочли бы увеличение годовой заработной платы на сумму, равную годовым расходам компании на каждого сотрудника?

(б) Некоторые экономисты утверждают, что если сделать общественный транспорт города полностью бесплатным, то это принесет бюджету города огромную экономию. В некоторых городах мира общественный транспорт (или какая-то его часть) совершенно бесплатен для пассажиров. Опишите выгоды, которые может получить город от такой политики. Объясните также, почему не все города мира переходят на подобную политику ценообразования на услуги общественного транспорта.

Решение:**(а) Соцпакеты:**

- 1) Асимметрия информации. У работодателя нет гарантий, что сотрудники будут приобретать медицинский полис самостоятельно или ответственно заботиться о своем здоровье.
- 2) Наличие медицинского полиса (пусть даже и бесплатного) может стимулировать сотрудников своевременно обращаться к врачам, что снизит впоследствии издержки работодателя на поиск замены сотрудника и связанные с ней дополнительные расходы во время его нетрудоспособности.
- 3) Наличие в социальном пакете сотрудника медицинского страхования и/или оплата его проезда на транспорте может являться хорошим материальным стимулом для сотрудников и удерживать от смены места работы хороших опытных специалистов.
- 4) Организация проезда сотрудников до места работы позволяет дисциплинировать работников и обеспечивает их своевременную доставку к рабочему месту, вследствие чего работодатель может сократить свои расходы, связанные с опозданием сотрудников и несвоевременным выполнением ими своих обязанностей.

(б) Транспорт:**Выгода:**

- 1) Большое количество людей захотят пересесть с личных автомобилей на общественный транспорт, что сократит количество частных автомобилей на дорогах. Это, в свою очередь, снизит уровень загрязнения в городе, количество пробок на дорогах, что, кроме всего прочего, обеспечит бесперебойную работу различных городских служб.
- 2) Сократятся расходы города, в котором общественный транспорт контролируется и обслуживается за счет муниципальной казны, на контроль оплаты проезда, установку и обслуживание турникетов, выпуск проездных билетов, оплату труда кассиров.

3) Повышение роли более экологичного транспорта (трамваи, троллейбусы, метро) снизит объем потребления нефтепродуктов, что также снизит уровень загрязнения окружающей среды.

4) Сократит расходы муниципальных властей на оплату работы чиновников, которые курируют различные транспортные льготы.

Причины, по которым не все города переходят на бесплатный общественный транспорт:

1) Для того, чтобы стимулировать людей пересесть на общественный транспорт с личного, необходимо, чтобы сеть общественного транспорта была хорошо развита, а маршруты хорошо продуманы и организованы. Это может требовать значительных затрат муниципалитета.

2) При наличии платы за проезд, оплата городского транспорта финансируется за счет муниципальной казны (собранные налоги) и самими пассажирами. Отмена оплаты за проезд может приводить к увеличению муниципальных расходов, и как следствие, повышение уровня некоторых налогов, что может вызвать неодобрение жителей города.

3) При значительном социальном расслоении часть граждан может проявлять негодование по поводу того, что они вынуждены оплачивать проезд остальных жителей, в то время как сами они не пользуются общественным транспортом.

4) В больших городах большую роль играет коммерческий общественный транспорт. Введение бесплатного проезда может повысить конкуренцию между транспортными компаниями, что может значительно снизить их прибыль, или побудить некоторые частные транспортные компании прекратить свою деятельность. Заинтересованность в коммерческих транспортных компаниях большого количества чиновников может служить дополнительными препятствиями в переходе на бесплатный общественный транспорт.