

## 11 класс

### Второй день

- 11.5. Числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  таковы, что все три числа  $x + yz$ ,  $y + zx$  и  $z + xy$  рациональны, а  $x^2 + y^2 = 1$ . Докажите, что число  $xyz^2$  также рационально.
- 11.6. Дан вписанный четырехугольник  $ABCD$ . Лучи  $AB$  и  $DC$  пересекаются в точке  $K$ . Оказалось, что точки  $B$ ,  $D$ , а также середины отрезков  $AC$  и  $KC$  лежат на одной окружности. Какие значения может принимать угол  $ADC$ ?
- 11.7. Дан многочлен

$$P(x) = a_{2n}x^{2n} + a_{2n-1}x^{2n-1} + \dots + a_1x + a_0,$$

у которого каждый коэффициент  $a_i$  принадлежит отрезку  $[100, 101]$ . При каком минимальном  $n$  у такого многочлена может найтись действительный корень?

- 11.8. Петя поставил на доску  $50 \times 50$  несколько фишек, в каждую клетку — не больше одной. Докажите, что Вася может поставить на свободные поля этой же доски не более 99 новых фишек (возможно, ни одной) так, чтобы по-прежнему в каждой клетке стояло не больше одной фишки, и в каждой строке и каждом столбце этой доски оказалось чётное количество фишек.

## 11 класс

### Второй день

- 11.5. Числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  таковы, что все три числа  $x + yz$ ,  $y + zx$  и  $z + xy$  рациональны, а  $x^2 + y^2 = 1$ . Докажите, что число  $xyz^2$  также рационально.
- 11.6. Дан вписанный четырехугольник  $ABCD$ . Лучи  $AB$  и  $DC$  пересекаются в точке  $K$ . Оказалось, что точки  $B$ ,  $D$ , а также середины отрезков  $AC$  и  $KC$  лежат на одной окружности. Какие значения может принимать угол  $ADC$ ?
- 11.7. Дан многочлен

$$P(x) = a_{2n}x^{2n} + a_{2n-1}x^{2n-1} + \dots + a_1x + a_0,$$

у которого каждый коэффициент  $a_i$  принадлежит отрезку  $[100, 101]$ . При каком минимальном  $n$  у такого многочлена может найтись действительный корень?

- 11.8. Петя поставил на доску  $50 \times 50$  несколько фишек, в каждую клетку — не больше одной. Докажите, что Вася может поставить на свободные поля этой же доски не более 99 новых фишек (возможно, ни одной) так, чтобы по-прежнему в каждой клетке стояло не больше одной фишки, и в каждой строке и каждом столбце этой доски оказалось чётное количество фишек.

Бесплатный онлайн-разбор заданий 1 и 2 туров олимпиады состоится 5 февраля. Начало разбора для 11 класса в 16-00 по московскому времени. Разбор проводят члены центральной методической комиссии по математике Всероссийской олимпиады школьников. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на сайте [online.mipt.ru](http://online.mipt.ru) не менее чем за полчаса до начала разбора.

Бесплатный онлайн-разбор заданий 1 и 2 туров олимпиады состоится 5 февраля. Начало разбора для 11 класса в 16-00 по московскому времени. Разбор проводят члены центральной методической комиссии по математике Всероссийской олимпиады школьников. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на сайте [online.mipt.ru](http://online.mipt.ru) не менее чем за полчаса до начала разбора.