

11 класс

1. Условие. 22 июня в солнечный полдень наблюдатель, стоящий вертикально на ровной поверхности, обнаружил, что его тень имеет длину, равную его росту. На какой широте располагался наблюдатель?

1. Решение. Равенство высоты вертикального предмета и длины его тени на горизонтальной поверхности означает, что высота Солнца h составляет 45° . Так как картина наблюдается в солнечный полдень, Солнце располагается в верхней кульминации. Его высота в это время равна

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta, \text{ если Солнце располагается к югу от зенита } (\varphi > \delta),$$

$$h = 90^\circ - \delta + \varphi, \text{ если Солнце располагается к северу от зенита } (\varphi < \delta).$$

Данные соотношения можно написать в виде одной формулы:

$$h = 90^\circ - |\varphi - \delta|.$$

22 июня (в летнее солнцестояние) склонение Солнца δ положительно и равно углу наклона экватора к эклиптике ε (23.4°). Из предыдущих формул получаем выражение для широты места:

$$\varphi = \varepsilon \pm (90^\circ - h).$$

Указанная картина могла наблюдаться на широтах -21.6° и $+68.4^\circ$.

1. Рекомендации для жюри. Первым этапом решения задания является вывод о значении величины высоты Солнца над горизонтом. Этот этап оценивается в 2 балла. Запись соотношения для высоты Солнца в верхней кульминации может быть сделана участником олимпиады как в виде двух формул, так и одной формулой с применением модуля. Вместо высоты можно использовать соотношения для зенитного расстояния Солнца, каждый из этих подходов считается правильным и оценивается в 2 балла (в случае двух формул – по 1 баллу за каждую). Решение уравнения и формулировка ответа оценивается в 4 балла – по 2 балла за каждое из возможных решений. Таким образом, если в решении идет поиск только одного значения широты, итоговая оценка не может превышать 5 баллов.

2. Условие. По современным данным, массовая доля кислорода на Солнце составляет 0.8%. На сколько планетных атмосфер типа земной хватило бы солнечного кислорода?

2. Решение. Определим полную массу кислорода на Солнце:

$$M_{\text{OS}} = 0.008 \cdot M_0 = 1.6 \cdot 10^{28} \text{ кг.}$$

Здесь M_0 – масса Солнца. Далее нам нужно определить массу атмосферы Земли. Это несложно сделать, зная атмосферное давление у поверхности нашей планеты p . Это есть сила, с которой столб атмосферы давит на единицу площади поверхности. Масса этого столба равна

$$\mu = p/g,$$

где g – ускорение свободного падения на поверхности Земли. Чтобы найти общую массу, умножим величину μ на площадь поверхности Земли:

$$m = 4\pi R_E^2 \mu = \frac{4\pi R_E^2 p}{g} = \frac{4\pi R_E^4 p}{GM_E}.$$

Здесь R_E и M_E – радиус и масса Земли соответственно. Масса атмосферы Земли составляет $5.2 \cdot 10^{18}$ кг. Содержание в ней кислорода составляет 21% по объему и практически такую же

долю – по массе (так как молярные массы кислорода и основного атмосферного газа, азота, близки). В итоге, масса кислорода в атмосфере Земли составляет чуть более 10^{18} кг. Солнечного кислорода хватило бы на $1.5 \cdot 10^{10}$, то есть на 15 миллиардов атмосфер типа земной.

2. Рекомендации для жюри. Для решения задания участники олимпиады должны определить массу солнечного кислорода, этот этап оценивается в 1 балл. Далее необходимо найти массу атмосферы Земли (4 балла) и массу кислорода, который в ней содержится (1 балл). При этом участник олимпиады может рассчитать массовую долю кислорода в точности или считать его равной объемной доле при условии обоснования данного факта (близости молярных масс молекулярного азота и кислорода). Окончательный вывод оценивается в еще 2 балла.

3. Условие. Представьте, что Солнечная система влетела в очень плотное однородное облако темной пыли. В результате полная Луна в небе Земли стала слабее на 0.2^m . Перечислите все небесные объекты, которые будут видны на небе Земли невооруженным глазом. Каким (примерно) будет их блеск?

3. Решение. При постоянной плотности частиц пыли в единице объема ослабление света источника (в звездных величинах) пропорционально длине пути от источника света до наблюдателя. В случае наблюдения Луны источником света является Солнце. Расстояние между Землей и Луной пренебрежимо мало по сравнению с расстоянием от обоих тел до Солнца, поэтому длина пути излучения составляет 1 а.е., а поглощение света в Солнечной системе и окрестностях – $0.2^m/a.e.$

Для того, чтобы узнать, насколько изменился блеск других светил, нужно рассчитать длину пути света для каждого из них. В случае Солнца мы вновь имеем 1 а.е., и дневное светило ослабит блеск на 0.2^m , оставаясь очень ярким (-26.6^m). Визуально такое «потемнение» Солнца не было бы заметным, но оно вызвало бы существенные климатические изменения на Земле.

Блеск планет рассчитаем для случая их наибольшей элонгации (внутренние планеты) и противостояния (внешние планеты). Если обозначить радиус орбиты через a , то длина пути в первом и втором случаях составит

$$l_1 = a + \sqrt{a_0^2 - a^2}; \quad l_2 = 2a - a_0.$$

Здесь a_0 – радиус орбиты Земли. Звездная величина светил станет равной

$$m = m_0 + 0.2 \cdot l.$$

Здесь m_0 – блеск светила без ослабления пылью. Рассчитаем эти величины для ярких больших планет и запишем результаты в таблицу:

Объект	l , а.е.	m_0	m
Солнце	1	-26.8	-26.6
Луна	1	-12.7	-12.5
Меркурий	1.3	-0.1	0.2
Венера	1.4	-4.4	-4.1
Марс	2.0	-2.0	-1.6
Юпитер	9.4	-2.7	-0.8
Сатурн	18.0	0.4	4.0

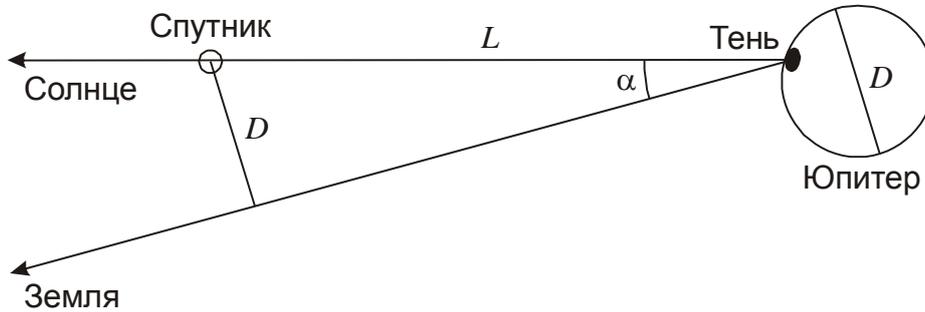
Получается, что яркие планеты останутся видимыми на небе, но если Меркурий, Венера и Марс практически сохраняют свой блеск, то Юпитер будет выглядеть заметно потускневшим, а Сатурн вообще станет достаточно слабым объектом. Очевидно, что более далекие планеты видны не будут, так как Уран даже при отсутствии пыли едва заметен глазом, а пыль ослабила бы его блеск более чем на 7 звездных величин. Не будет виден и ярчайший из астероидов Веста, блеск которого ослабнет на 1^m . Но самое главное – с неба исчезнут все далекие звезды и объекты вне Солнечной системы, так как уже на расстоянии в 40 а.е. поглощение достигнет 8^m , что достаточно для исчезновения ярчайшей звезды ночного неба Сириуса.

Получается, что таблица содержит все объекты, которые останутся видимыми в небе Земли. К ним могут присоединяться только метеоры и (изредка) яркие кометы, при условии, что они окажутся на небольшом расстоянии от Солнца и Земли. На темном и совершенно пустом ночном небе будут видны только Луна и 5 планет, одна из которых будет достаточно слабой.

3. Рекомендации для жюри. Основой решения задачи является правильная зависимость ослабления света от расстояния, которое этот свет преодолевает. Данный этап оценивается в 3 балла. Вычисление блеска Солнца, Луны и пяти планет оценивается в 3 балла. Еще 2 балла выставляются за вывод о том, что другие объекты видны в небе Земли не будут.

4. Условие. При наблюдении с Земли угловое расстояние между галилеевым спутником Юпитера и его тенью на поверхности планеты равно видимому экваториальному диаметру Юпитера. Что это за спутник? Орбиты Земли, Юпитера и его спутника считать круговыми.

4. Решение. Изобразим Юпитер, его спутник с тенью и направления на Солнце и Землю:



Как видно из рисунка, угловое расстояние между спутником и его тенью при наблюдении с Земли есть угол, под которым с нашей планеты будет виден отрезок D , перпендикулярный линии визирования. Расстояние между спутником и Юпитером несравнимо меньше расстояния до Земли, поэтому диаметр Юпитера, видимый под тем же углом, должен иметь такую же величину D .

Обозначим угол между направлениями на Солнце и Землю как α . Земля для Юпитера – внутренняя планета, и для этого угла справедливо неравенство:

$$\sin \alpha \leq \frac{a_E}{a_J}.$$

Здесь a_E и a_J – радиусы орбит Земли и Юпитера. Расстояние между спутником и тенью составит

$$L = \frac{D}{\sin \alpha} \geq \frac{D a_J}{a_E}.$$

Подставляя численные значения, получаем, что это расстояние не меньше 750 тысяч километров. Радиус орбиты спутника не меньше величины L . Следовательно, этим спутником может быть только Ганимед или Каллисто.

4. Рекомендации для жюри. Основой решения задачи является правильное построение рисунка (оценивается в 2 балла) и последующая формулировка условия равенства углового расстояния между спутником и тенью и углового диаметра Юпитера (оценивается еще в 2

балла). Формулировки, выполненные школьниками, могут несколько отличаться от указанных выше. Вычисление минимально возможного радиуса орбиты спутника Юпитера оцениваются еще в 2 балла, и по 1 баллу выставляется за указание каждого из двух спутников, удовлетворяющих условию задания, при условии, что не будут указаны другие спутники. В случае указания двух правильных и одного ошибочного спутника из последних двух баллов выставляется один.

5. Условие. В последнее время в средствах массовой информации много говорится том, что красный сверхгигант Бетельгейзе (α Ориона) в любой момент времени может взорваться, став Сверхновой звездой, которая на земном небе будет сравнима по блеску с Солнцем. Какой на самом деле будет звездная величина в максимуме вспышки Бетельгейзе, если в ближайшее время произойдет ее взрыв? С каким объектом неба будет сравнима по яркости Бетельгейзе в это время?

5. Решение. Бетельгейзе является красным сверхгигантом, и его абсолютная звездная величина M составляет около -5^m . Если Бетельгейзе взорвется как Сверхновая, его абсолютная звездная величина M_S будет не выше -18^m . Так как расстояние до Бетельгейзе существенно не изменится, для видимой звездной величины будет справедливо соотношение:

$$m_S = m + (M_S - M).$$

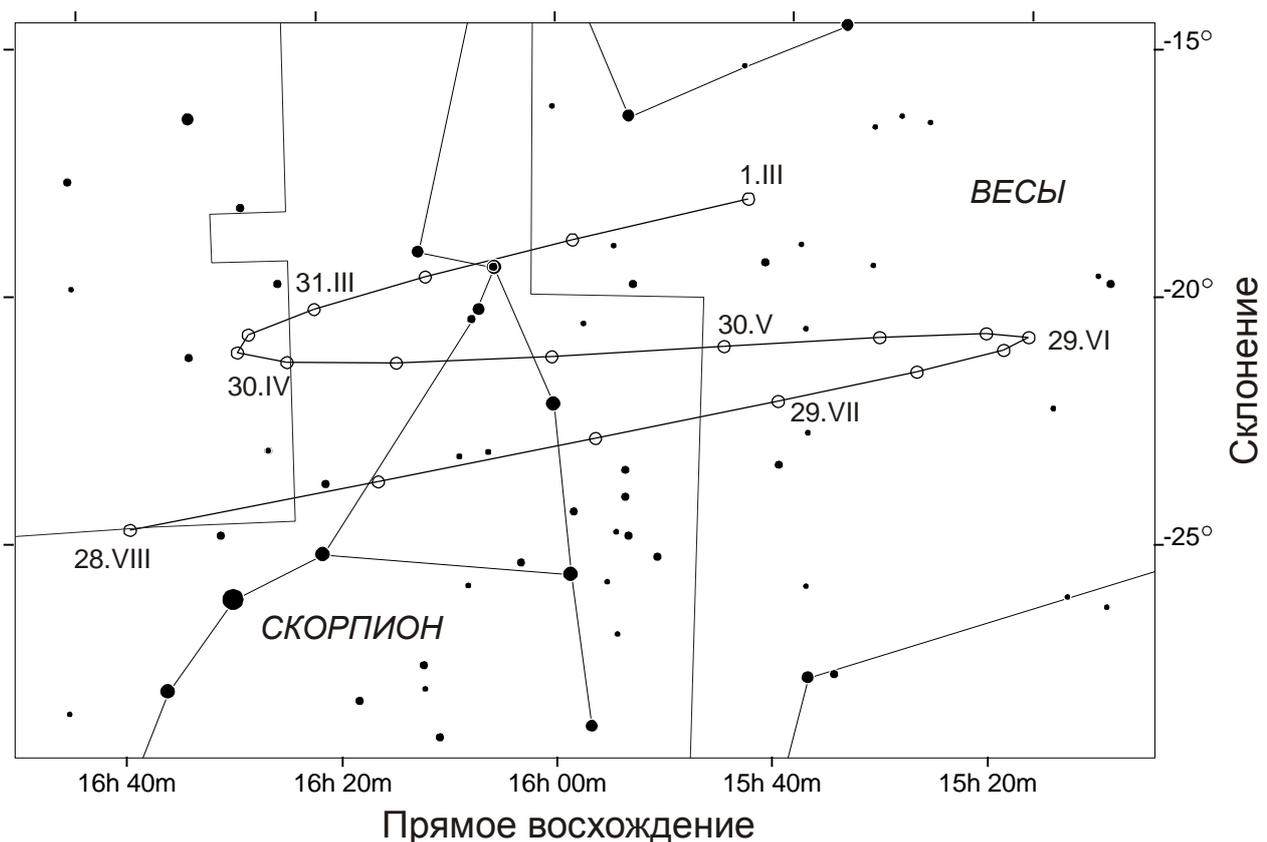
Нынешний блеск Бетельгейзе, одной из ярчайших звезд земного неба, колеблется между 0^m и 1^m . Принимая его равным 0.5^m , получаем, что в максимуме вспышки Бетельгейзе достигнет блеска -12.5^m и может сравниться с полной Луной. Вероятно, это будет ярчайшая из всех Сверхновых, упоминания о наблюдениях которых на Земле дошли до наших дней. Но это не будет идти ни в какое сравнение с видимой яркостью Солнца и не будет представлять угрозы для жизни на Земле.

5. Рекомендации для жюри. Данное задание направлено, прежде всего, на выявление представления участников олимпиаде о типичных наблюдаемых и физических свойствах звезд. Численных данных в условии не приводится, и участники должны получить их сами, исходя из информации условия. При этом допускается отличие принимаемых значений от указанных выше.

Абсолютная звездная величина Бетельгейзе (-5^m) определяется тем, что это звезда – красный сверхгигант. Данный этап решения оценивается в 2 балла, при этом допускается отличие этой величины на $1-2^m$. Правильное указание абсолютной звездной величины

Сверхновой звезды также оценивается в 2 балла с допустимым отличием в 1-2^m. Современная видимая звездная величина Бетельгейзе определяется из того, что это яркая звезда в созвездии Ориона, одна из ярчайших звезд неба. Данный этап оценивается в 1 балл при указании блеска Бетельгейзе в пределах от 0^m до 1^m. Вычисление звездной величины Бетельгейзе в случае вспышки оценивается в 2 балла, еще 1 балл ставится при указании Луны, как близкого по видимому блеску объекта.

6. Условие. На рисунке показан трек планеты Солнечной системы (положение среди звезд в разные моменты времени). Положения, отмеченные кружками, отстоят друг от друга на 10 дней, даты подписаны через 30 дней. Что это за планета?



6. Решение. Трек показывает видимое перемещение планеты в течение полугода (с марта по август). За это время планета вначале движется в прямом направлении, затем разворачивается и движется попятно, а затем вновь прямо. В середине дуги попятного движения, в мае, планета оказывается на границе созвездий Весов и Скорпиона, противоположно Солнцу (в чем можно убедиться также по координатам, указанным на карте). Следовательно, это внешняя планета, и в середине дуги попятного движения она вступила в противостояние с Солнцем.

Используя шкалу склонений, приведенных на карте, можно определить ее масштаб, а также видимую (угловую) скорость перемещения планеты вблизи противостояния во второй

половине мая. Угловое расстояние между положениями планеты 20 и 30 мая составляет 3.5° , то есть угловая скорость равна 0.35° в день.

Пусть радиус орбиты планеты равен r , а радиус орбиты Земли – r_0 . В момент противостояния планета располагается на расстоянии $(r - r_0)$ от Земли. Скорости Земли v_0 и планеты v сонаправлены (наклон и эллиптичность орбиты планет не вносит существенного отклонения), и видимая угловая скорость планеты равна

$$\omega = \frac{v_0 - v}{r - r_0}.$$

Из III закона Кеплера или из выражения для первой космической скорости можно получить соотношение скоростей планеты и Земли:

$$v = v_0 \sqrt{\frac{r_0}{r}}.$$

Подставляя вторую формулу в первую, получаем:

$$\omega = \frac{v_0}{r} \cdot \frac{1 - (r_0/r)^{1/2}}{1 - (r_0/r)} = \frac{v_0}{r} \cdot \frac{1}{1 + (r_0/r)^{1/2}} = \frac{v_0}{r + (r_0 r)^{1/2}}.$$

Обозначим отношение (r/r_0) – радиус орбиты в астрономических единицах – через a . Тогда последнее соотношение примет вид:

$$\omega = \frac{v_0}{r_0} \cdot \frac{1}{a + \sqrt{a}} = \omega_0 \cdot \frac{1}{a + \sqrt{a}}.$$

Здесь ω_0 – угловая скорость орбитального вращения Земли, равная 0.986° в сутки. Мы получаем квадратное уравнение

$$a\omega + \sqrt{a}\omega - \omega_0 = 0.$$

Это уравнение имеет один действительный корень:

$$a = \left(\frac{\sqrt{1 + 4\omega_0/\omega} - 1}{2} \right)^2.$$

Подставляя измеренное по графику значение ω , получаем радиус орбиты планеты: 1.5 а.е. Это планета Марс.

6. Рекомендации для жюри. Приведенное решение является одним из способов точно определить радиус орбиты планеты, из чего можно выяснить, какая именно это планета. Существуют другие как точные, так и приближенные методы, оценивать которые следует, исходя из их адекватности.

В частности, можно отметить, что это внешняя планета, вступающая в противостояние с Солнцем во второй половине мая, при этом она имеет существенную угловую скорость, недостижимую для Юпитера и более далеких планет (с количественным обоснованием), следовательно, мы наблюдаем Марс. Такое решение может оцениваться как правильное с выставлением 8 баллов, без количественных обоснований – 5 баллов. Можно также указать, что планета существенно отклоняется от линии эклиптики (трек растянут по вертикали), что указывает на наклон ее орбиты и близость к Земле. Такой ход рассуждений (с правильным ответом) оценивается в 6 баллов. Если правильный ответ (Марс) дан без обоснований, оценка составляет 3 балла.

При использовании метода, описанного выше, измерение угловой скорости по треку оценивается в 2 балла, составление уравнения для этой величины – в 3 балла, его решение – в 2 балла и указание названия планеты – в 1 балл.

3. Общие рекомендации для жюри.

Решение каждой задачи, выполненное участником олимпиады, оценивается по 8-балльной системе. При оценивании решения необходимо уделять первостепенное внимание не на ответ и его соответствие правильному ответу, а на ход решения, степень понимания участником сути картины, описанной в условии задачи, правильности и обоснованности физических и логических рассуждений. При отсутствии понимания ситуации и логической связанности решения оценка не может превышать 2-3 баллов даже при формально правильном ответе. При этом члену жюри необходимо учитывать то, что некоторые из задач имеют несколько верных способов решения, обоснованно приводящих к правильному ответу, и использование иного способа необходимо отличать от неверного решения.

С другой стороны, арифметические ошибки, приводящие к неверному ответу, не должны быть основанием для снижения оценки более чем на 1-2 балла, если только ответ не получается заведомо неверный, абсурдный с точки зрения здравого смысла. В последнем случае оценка может быть существенно снижена в зависимости от абсурдности ответа, не замеченной участником олимпиады.