

10 класс

Первый день

- 10.1. Даны различные действительные числа a , b , c . Докажите, что хотя бы два из уравнений $(x - a)(x - b) = x - c$, $(x - b)(x - c) = x - a$, $(x - c)(x - a) = x - b$ имеют решение.
- 10.2. На окружности отметили n точек, разбивающие её на n дуг. Окружность повернули вокруг центра на угол $2\pi k/n$ (при некотором натуральном k), в результате чего отмеченные точки перешли в n новых точек, разбивающих окружность на n новых дуг. Докажите, что найдется новая дуга, которая целиком лежит в одной из старых дуг. (Считается, что концы дуги ей принадлежат.)
- 10.3. Найдите все натуральные k такие, что произведение первых k простых чисел, уменьшенное на 1, является точной степенью натурального числа (большей, чем первая).
- 10.4. Внутри вписанного четырёхугольника $ABCD$ отмечены такие точки P и Q , что $\angle PDC + \angle PCB = \angle PAB + \angle PBC = \angle QCD + \angle QDA = \angle QBA + \angle QAD = 90^\circ$. Докажите, что прямая PQ образует равные углы с прямыми AD и BC .