

11 класс

Первый день

- 11.1. Бесконечная возрастающая арифметическая прогрессия такова, что произведение любых двух её членов — также член этой прогрессии. Докажите, что все её члены — целые числа.
- 11.2. Через вершины основания четырёхугольной пирамиды $SABCD$ проведены прямые, параллельные противоположным боковым ребрам (через вершину A — параллельно SC , и так далее). Эти четыре прямые пересеклись в одной точке. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.
- 11.3. На плоскости нарисованы $n > 2$ различных векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ с равными длинами. Оказалось, что все векторы
- $$-\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n, \quad \vec{a}_1 - \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \dots + \vec{a}_n, \quad \dots, \\ \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_{n-1} - \vec{a}_n$$
- также имеют равные длины. Докажите, что $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n = \vec{0}$.
- 11.4. Главная аудитория фирмы «Рога и копыта» представляет собой квадратный зал из восьми рядов по восемь мест. 64 сотрудника фирмы писали в этой аудитории тест, в котором было шесть вопросов с двумя вариантами ответа на каждый. Могло ли так оказаться, что среди наборов ответов сотрудников нет одинаковых, причем наборы ответов любых двух людей за соседними столами совпали не больше, чем в одном вопросе? (Столы называются соседними, если они стоят рядом в одном ряду или друг за другом в соседних рядах.)

11 класс

Первый день

- 11.1. Бесконечная возрастающая арифметическая прогрессия такова, что произведение любых двух её членов — также член этой прогрессии. Докажите, что все её члены — целые числа.
- 11.2. Через вершины основания четырёхугольной пирамиды $SABCD$ проведены прямые, параллельные противоположным боковым ребрам (через вершину A — параллельно SC , и так далее). Эти четыре прямые пересеклись в одной точке. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.
- 11.3. На плоскости нарисованы $n > 2$ различных векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ с равными длинами. Оказалось, что все векторы
- $$-\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n, \quad \vec{a}_1 - \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \dots + \vec{a}_n, \quad \dots, \\ \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_{n-1} - \vec{a}_n$$
- также имеют равные длины. Докажите, что $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n = \vec{0}$.
- 11.4. Главная аудитория фирмы «Рога и копыта» представляет собой квадратный зал из восьми рядов по восемь мест. 64 сотрудника фирмы писали в этой аудитории тест, в котором было шесть вопросов с двумя вариантами ответа на каждый. Могло ли так оказаться, что среди наборов ответов сотрудников нет одинаковых, причем наборы ответов любых двух людей за соседними столами совпали не больше, чем в одном вопросе? (Столы называются соседними, если они стоят рядом в одном ряду или друг за другом в соседних рядах.)