

11 класс

1. Условие. Самолет МиГ-29М может развивать скорость до 2500 км/ч. Во сколько раз это больше (или меньше) скорости движения поверхности на экваторе радиопульсара? орбитальной скорости аппарата Dawn, вращающегося на низкой круговой орбите вокруг астероида Веста (масса $2.75 \cdot 10^{20}$ кг, радиус 265 км)?

1. Решение. Радиопульсар – это нейтронная звезда. Его радиус r_p составляет примерно 10 км. Периоды радиопульсаров t_p бывают от 0.001 до 10 секунд. Скорость поверхности на экваторе радиопульсара составит

$$v_p = \frac{2\pi \cdot r_p}{t_p}.$$

Минимальное значение (при периоде в 10 секунд) будет примерно 6 км/с или 22000 км/ч. Это почти в 10 раз больше скорости самолета. Максимальная скорость на экваторе радиопульсара будет превышать скорость самолета в 100000 раз. Круговая скорость на низкой орбите над Вестой, имеющей массу m_V и радиус r_V , равна

$$v_V = \sqrt{\frac{Gm_V}{r_V}}.$$

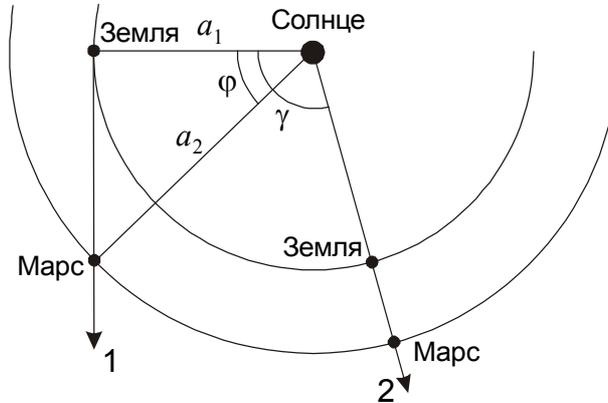
Численное значение составляет около 260 м/с или 1000 км/ч. Скорость самолета в 2.5 раза больше.

1. Рекомендации для жюри. Для сравнения скорости самолета со скоростью на экваторе радиопульсара необходимо представление о природе радиопульсаров. Участники олимпиады не обязаны брать максимальное или минимальное значение периода, достаточно любого значения, попадающего в нужный интервал. Сравнение скоростей самолета и поверхности радиопульсара оценивается в 4 балла. Еще 4 балла выставляются за правильное сравнение скоростей самолета и аппарата Dawn.

2. Условие. Марс, находясь в западной квадратуре, наблюдается в созвездии Стрельца. В каком созвездии он будет находиться во время последующего противостояния? Считать орбиту Марса круговой и лежащей в плоскости эклиптики, орбита Земли также круговая.

2. Решение. Определим сначала, интервал времени, по истечении которого Марс окажется в противостоянии. Угол Земля-Солнце-Марс в квадратуре равен:

$$\varphi = \arccos a_1/a_2 = 49^\circ.$$



Здесь a_1 и a_2 – радиусы орбит Земли и Марса. Во время западной квадратуры Земля «догоняет» Марс в своем движении по орбите. Время, оставшееся до противостояния, составляет

$$T = S \varphi / 360^\circ$$

или 106 дней (здесь S – синодический период Марса). За это время Земля сместится по орбите на угол

$$\gamma = 360^\circ T / T_0 = S \varphi / T_0 = 105^\circ.$$

Здесь T_0 – орбитальный период Земли. Марс в этот момент оказался в противостоянии с Солнцем, на одной линии с Солнцем и Землей. Как видно из рисунка, направление от Земли на Марс в противостоянии (цифра 2) образует с аналогичным направлением в западной квадратуре (цифра 1) угол $\gamma - 90^\circ = 15^\circ$, причем в противостоянии Марс располагается восточней, чем в квадратуре. Созвездие Стрельца, как граничащее с ним на востоке созвездие Козерога, занимают дугу эклиптики порядка 30° . Следовательно, в противостоянии Марс либо останется в созвездии Стрельца, либо перейдет в созвездие Козерога.

2. Рекомендации для жюри. Для решения задания участникам олимпиады необходимо вычислить интервал времени между моментами западной квадратуры и последующего противостояния Марса. Это можно делать разными способами, с использованием величин синодического или сидерического периодов Марса. В качестве результата участники могут записать как численное значение, так и математическое выражение, которое используется в

дальнейших выкладках. Вне зависимости от метода, правильное выполнение этой части задания оценивается в 3 балла. Еще 2 балла выставляются за вычисление угла между направлением на Землю и Марс в противостоянии и на Землю (или на Марс) в квадратуре. 1 балл выставляется за вычисление угла между направлениями с Земли на Марс в квадратуре и противостоянии. Последние 2 балла выставляются за указание каждого из возможных созвездий, в котором наступит противостояние Марса. Если указывается только одно из правильных созвездий, из данных 2 баллов ставится 1.

3. Условие. Будущие жители Земли решили заменить Луну таким же по диаметру вогнутым сферическим зеркалом с фокусным расстоянием, равным радиусу орбиты Луны. Какой будет звездная величина такой «Луны» при наблюдении с района Земли, на который сфокусировано изображение Солнца? Марса (в среднем противостоянии)? Считать, что ось зеркала образует малый угол с направлениями на источник света и Землю, аберрациями оптики пренебречь.

3. Решение. Пусть на зеркало радиусом R падает поток F от некоторого источника. Так как направление на источник образует малый угол с осью зеркала, количество энергии, отражаемое зеркалом в единицу времени, составит

$$E = \pi R^2 F.$$

Эта энергия направляется в сторону Земли, и в фокальной плоскости будет попадать в пятно радиусом

$$r = D \rho,$$

где D – расстояние между Землей и Луной, а ρ – видимый радиус источника света. Поток световой энергии в данном пятне на Земле составит

$$f = E / \pi r^2 = F \rho_L^2 / \rho^2.$$

Здесь $\rho_L = R/D$ – видимый радиус Луны. Видимая звездная величина зеркала m будет связана со звездной величиной источника m_0 как

$$m = m_0 - 2.5 \lg (f/F) = m_0 + 5 \lg (\rho / \rho_L).$$

Видимый диаметр Солнца на небе Земли практически совпадает с видимым диаметром Луны. Поэтому зеркало, направленное на Солнце, будет светить так же, как и само Солнце, его звездная величина составит -26.8^m . А вот отражение света Марса будет значительно ярче самой планеты. В среднем противостоянии блеск Марса составляет -2.0^m , расстояние до него – 0.52 а.е., видимый радиус Марса равен $9''$, в 100 раз меньше видимого радиуса Луны. Зеркало будет иметь звездную величину -12^m , то есть будет светить примерно как полная Луна, на место которой оно было установлено.

3. Рекомендации для жюри. Основой решения задания является соотношение звездных величин объекта и его отражения в гипотетическом зеркале. Его можно получить методом, описанным выше, можно также использовать известный факт о неизменности поверхностной яркости объекта при отражении его излучения в зеркале (доказательство этого факта от участников олимпиады не требуется). Указанное соотношение может быть записано как через видимые радиусы Луны и объекта, так и через их пространственные радиусы и расстояния до них. Вне зависимости от метода, данный этап решения оценивается в 4 балла. Еще по 2 балла выставляется за вычисление звездных величин отражения Солнца и Марса.

4. Условие. Астрономы открыли новый объект – расширяющуюся с угловой скоростью $0.2''/\text{сутки}$ туманность вокруг звезды. Объясните это явление и найдите расстояние до объекта.

4. Решение. Видимая скорость расширения туманности очень велика. Даже если предположить, что центральная звезда туманности очень близка к нам (допустим, расстояние до нее 10 пк), то за сутки туманность расширяется на 2 а.е. или 300 млн км, значение скорости получается большей 3000 км/с. Такие огромные скорости разлета могут наблюдаться разве что у оболочек сверхновых звезд, но за всю обозримую историю человечества их на таких близких расстояниях не наблюдалось. К тому же, такие близкие сверхновые могли бы поставить под угрозу дальнейшее существование самого человечества. Если предположить, что звезда располагается дальше, то скорость расширения окажется еще больше.

Следовательно, расширение туманности – это не движение самого вещества, а движение света, проходящего через вещество. Скорость света составляет 300000 км/с или 170 а.е. в день. Если расстояние в 170 а.е. видно под углом $0.2''$, то расстояние до объекта равно $170/0.2$ или 850 пк.

4. Рекомендации для жюри. Для решения задания участники олимпиады должны сначала обосновать, что скорость расширения туманности не может быть связана с движением

вещества, и данная туманность является отражательной. Данный вывод оценивается в 4 балла. Последующее вычисление расстояния до туманности оценивается еще в 4 балла.

5. Условие. Будущие капитаны космических кораблей Коля и Вася планировали свои путешествия. Коля сказал, что он быстренько слетает к α Центавра (G2V+K1V), от него к Альтаиру (α Орла, A7V) и вернется на Землю. На что Вася ответил, что он за это время успеет побывать у Бетельгейзе (α Ориона, M2Iab) и Ригеля (β Ориона, B8Ia) и вернуться обратно. Кто из них первым завершит свой полет, если космические корабли движутся с одинаковой скоростью?

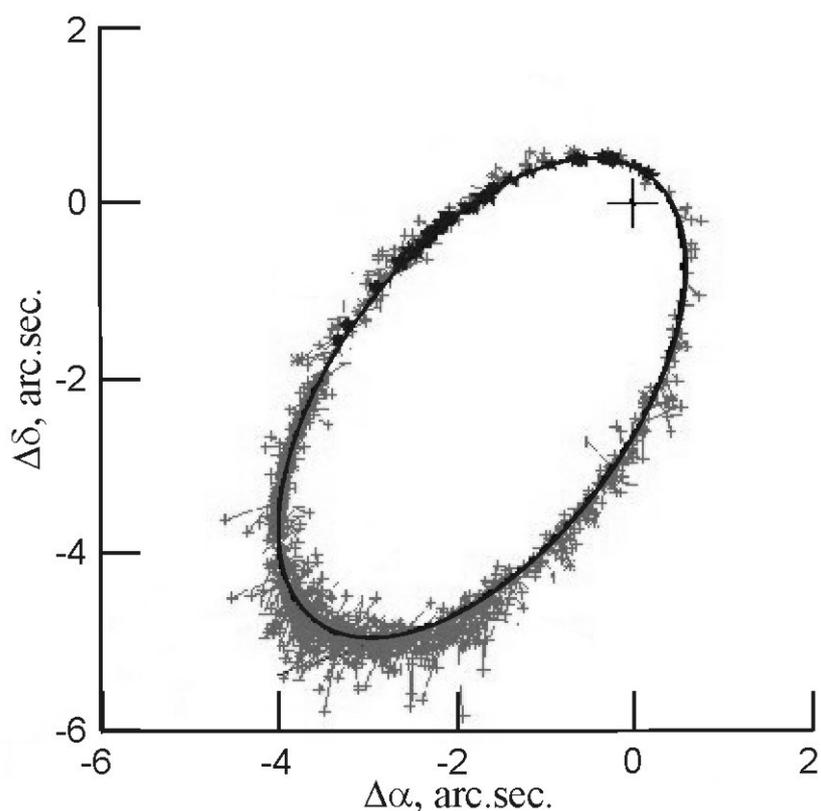
5. Решение. Все перечисленные звезды – одни из ярчайших, видимых с Земли. Их видимый блеск составляет $0^m - 1^m$, то есть отличается в пределах одной звездной величины. При этом α Центавра и Альтаир – это звезды главной последовательности (цифра V в спектральной классификации), а Бетельгейзе и Ригель – соответственно красный и бело-голубой сверхгиганты (цифра I в спектральной классификации). Светимость сверхгигантов превышает светимость звезд главной последовательности на несколько порядков ($10^4 - 10^5$ светимостей Солнца).

Из закона Погсона следует, что если звезды имеют одинаковую звездную величину, то для этого расстояние до сверхгиганта должно быть больше в 100-300 раз. Бетельгейзе и Ригель должны быть в 100 раз дальше, чем α Центавра, яркий компонент которой похож на Солнце. Альтаир также является звездой главной последовательности, как и α Центавра, хоть и более яркой (спектральный класс A7). Его светимость отличается примерно на порядок, так что расстояние до Альтаира не должно превышать расстояние до α Центавра более чем в 2-3 раза.

Несмотря на то что α Центавра и Альтаир находятся в разных частях неба, перелет Земля – α Центавра – Альтаир – Земля будет существенно короче, чем перелет Земля – Бетельгейзе – Ригель – Земля. Первым на Землю вернется Коля.

5. Рекомендации для жюри. Для решения задачи участники олимпиады должны оценить соотношение светимостей сверхгигантов (Бетельгейзе и Ригеля) и близких звезд главной последовательности (α Центавра и Альтаир). Числа в решениях школьников могут несколько отличаться (в пределах одного порядка величины) от приведенных выше. Данная часть решения оценивается в 4 балла. Оценка соотношения расстояний до звезд оценивается еще в 2 балла. Окончательный вывод в решении также оценивается в 2 балла.

6. Условие. Двойная звезда Поррима (γ Девы) состоит из двух одинаковых компонент. На рисунке приведены измеренные положения одной из звезд (маленькие крестики) относительно другой, которая считалась неподвижной и помечена большим крестом. Измерения производились в течение орбитального периода (169 лет). Усредненные положения показаны в виде линии эллипса. Считая, что малая ось орбит звезд в пространстве лежит в плоскости рисунка, найдите наклон самой плоскости орбит к плоскости рисунка.



6. Решение и рекомендации для жюри. См. задачу 6 для 10 класса.