

9 класс

Второй день

- 9.5. По кругу стоит 101 мудрец. Каждый из них либо считает, что Земля вращается вокруг Юпитера, либо считает, что Юпитер вращается вокруг Земли. Один раз в минуту все мудрецы одновременно оглашают свои мнения. Сразу после этого каждый мудрец, оба соседа которого думают иначе, чем он, меняет своё мнение, а остальные — не меняют. Докажите, что через некоторое время мнения перестанут меняться.
- 9.6. Точки A_1 , B_1 , C_1 выбраны на сторонах BC , CA и AB треугольника ABC соответственно. Оказалось, что $AB_1 - AC_1 = CA_1 - CB_1 = BC_1 - BA_1$. Пусть I_A , I_B и I_C — центры окружностей, вписанных в треугольники AB_1C_1 , A_1BC_1 и A_1B_1C , соответственно. Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника $I_AI_BI_C$, совпадает с центром окружности, вписанной в треугольник ABC .
- 9.7. Изначально на доске записаны 10 последовательных натуральных чисел. За одну операцию разрешается выбрать любые два числа на доске (обозначим их a и b) и заменить их на числа $a^2 - 2011b^2$ и ab . После нескольких таких операций на доске не осталось ни одного из исходных чисел. Могли ли там опять оказаться 10 последовательных натуральных чисел?
- 9.8. В некотором городе сеть автобусных маршрутов устроена так, что любые два маршрута имеют ровно одну общую остановку, и на каждом маршруте есть хотя бы 4 остановки. Докажите, что все остановки можно распределить между двумя компаниями так, что на каждом маршруте найдутся остановки обеих компаний.

9 класс

Второй день

- 9.5. По кругу стоит 101 мудрец. Каждый из них либо считает, что Земля вращается вокруг Юпитера, либо считает, что Юпитер вращается вокруг Земли. Один раз в минуту все мудрецы одновременно оглашают свои мнения. Сразу после этого каждый мудрец, оба соседа которого думают иначе, чем он, меняет своё мнение, а остальные — не меняют. Докажите, что через некоторое время мнения перестанут меняться.
- 9.6. Точки A_1 , B_1 , C_1 выбраны на сторонах BC , CA и AB треугольника ABC соответственно. Оказалось, что $AB_1 - AC_1 = CA_1 - CB_1 = BC_1 - BA_1$. Пусть I_A , I_B и I_C — центры окружностей, вписанных в треугольники AB_1C_1 , A_1BC_1 и A_1B_1C , соответственно. Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника $I_AI_BI_C$, совпадает с центром окружности, вписанной в треугольник ABC .
- 9.7. Изначально на доске записаны 10 последовательных натуральных чисел. За одну операцию разрешается выбрать любые два числа на доске (обозначим их a и b) и заменить их на числа $a^2 - 2011b^2$ и ab . После нескольких таких операций на доске не осталось ни одного из исходных чисел. Могли ли там опять оказаться 10 последовательных натуральных чисел?
- 9.8. В некотором городе сеть автобусных маршрутов устроена так, что любые два маршрута имеют ровно одну общую остановку, и на каждом маршруте есть хотя бы 4 остановки. Докажите, что все остановки можно распределить между двумя компаниями так, что на каждом маршруте найдутся остановки обеих компаний.