

Министерство образования и науки Российской Федерации
Академия повышения квалификации и профессиональной
переподготовки работников образования



УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

г. Орел, 2012 г.

XIX Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Заключительный этап, Орел, 2012 г. Условия и решения задач. Под редакцией А.С. Расторгуева, О.С. Угольникова, А.М. Татарникова, Е.Н. Фадеева. 48 стр.

Оригинал-макет и верстка: О.С. Угольников.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР



9 класс



IX. 1

ПОЛНОЧНЫЙ ЗАКАТ

О.С. Угольников

? В некотором пункте с долготой $+30^\circ$ Солнце зашло 22 июня в полночь по московскому времени. Какова долгота светового дня в этом пункте в этот день? Уравнением времени пренебечь.

! Московское время T_M , выраженное в часах, связано со Всемирным временем UT простым соотношением:

$$T_M = UT + 4.$$

Среднее солнечное (местное) время на долготе λ составляет:

$$T_S = UT + \lambda.$$

Из данных формул получим местное время захода Солнца в данном пункте:

$$T_S = T_M + \lambda - 4$$

или 22 часа. Верхняя кульминация Солнца происходит в 12 часов по местному времени (уравнением времени мы пренебрегаем), за 10 часов до захода. Следовательно, долгота светового дня составляет 20 часов.

IX. 2

БЫСТРЫЙ ОБЛЕТ

О.С. Угольников

? Вокруг какого из известных Вам больших тел Солнечной системы (размером более 1000 км) можно быстрее всего сделать один полный оборот без включенных двигателей? Осевое вращение больших тел не учитывать.

! Из обобщенного III закона Кеплера получаем выражение для орбитального периода:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM}}.$$

Здесь M – масса объекта, вокруг которого обращается спутник, a – большая полуось его орбиты. Если сферическое центральное тело (Солнце, планета, спутник планеты или астероид) лишен атмосферы, то минимальный период будет достигнут, если орбита круговая, а величина a близка к радиусу тела:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{GM}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}.$$

Здесь ρ – средняя плотность центрального тела. Отсюда мы сразу видим, что быстрее всего оборот можно сделать вокруг наиболее плотного тела. Однако, если это тело обладает атмосферой, то движение вблизи поверхности без включения двигателей невозможно – атмосфера затормозит движение, и аппарат сгорит в ней или упадет на поверхность. Минимальный радиус орбиты составит $R+h$, где h – характерная высота плотных слоев атмосферы. Тогда минимальный период будет равен

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (R+h)^3}{GM}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho} \cdot \frac{(R+h)^3}{R^3}}.$$

Из справочных таблиц мы можем видеть, что два самых плотных больших тела Солнечной системы – это планеты Земля и Меркурий, за ними следует планета Венера. Плотность других тел, особенно на окраинах Солнечной системы, существенно ниже. Если бы у Земли не было атмосферы, то минимальный период ее облета был бы самым маленьким. Но атмосфера у Земли есть. Найдем высоту h_E , на которой период оборота вокруг Земли сравнится с периодом оборота вокруг Меркурия, у которого атмосферы нет:

$$\frac{R_E + h_E}{R_E} = \left(\frac{\rho_E}{\rho_M} \right)^{1/3}.$$

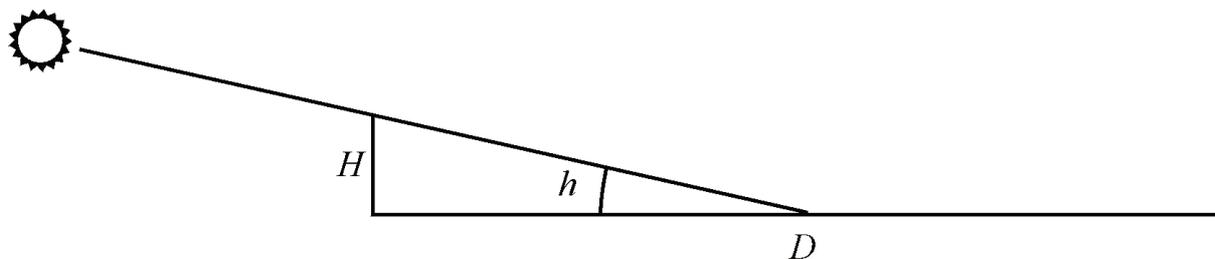
Здесь индекс “Е” относится к Земле, “М” – к Меркурию. В результате мы получаем значение h_E , равное 40 км. Очевидно, что орбитальные полеты на такой высоте над Землей невозможны. Итак, быстрее всего по орбите можно облететь Меркурий.

IX. 3 КРАТЕР КАБЕУС

О.С. Угольников

? Объект исследования и место падения космического аппарата LCROSS – лунный кратер Кабеус диаметром 98 км имеет селенографические координаты 85° ю.ш., 35° з.д. Его глубина составляет 4 км. Может ли Солнце хотя бы иногда частично освещать центр этого кратера?

! Определим, на какой высоте над математическим горизонтом виден гребень стен кратера из его центра:



$$h = \arcsin \frac{2H}{D} = 4.7^\circ.$$

Если Солнце располагается на небесном экваторе Луны, то его центр будет проходить точку верхней кульминации на высоте около 5° , и Солнце в течение короткого времени все же будет слабо освещать центр кратера. В реальности, благодаря небольшому наклону плоскости экватора Луны к плоскости эклиптики (около 1.5°) Солнце в «летний период» изредка поднимается почти на 2° над гребнем, но по этой же причине «зимой» (в течение половины земного года) вообще не освещает центр кратера. Именно поэтому данная область Луны была выбрана для поиска водяного льда вблизи поверхности Луны.

IX. 4 ВЗОР ВДОЛЬ ЛИНИИ АПСИД

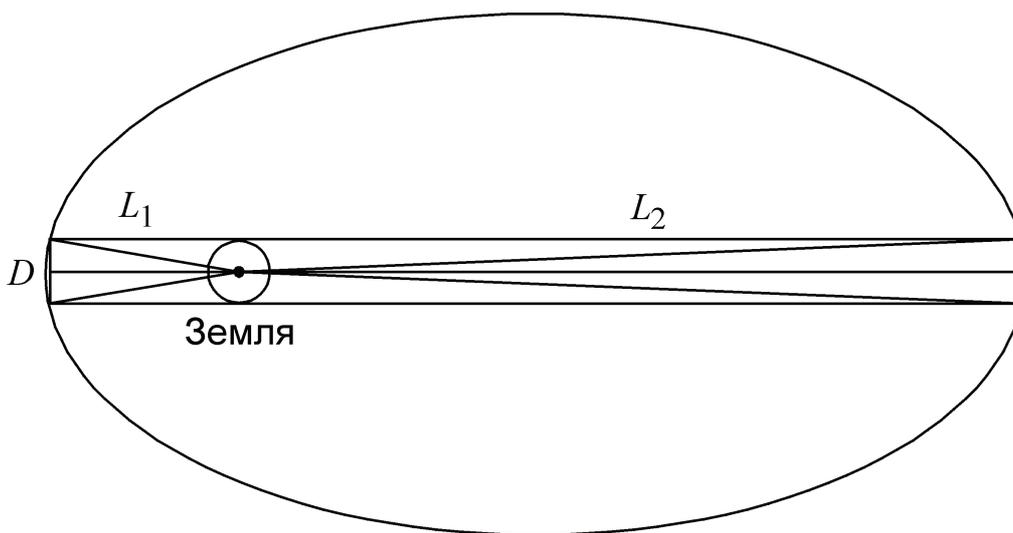
О.С. Угольников

? На спутнике Земли установлены два одинаковых телескопа, направленные в противоположные стороны вдоль линии апсид орбиты спутника. Диск Земли проходит через центр поля зрения одного телескопа в 3 раза быстрее, чем через центр поля зрения другого телескопа. Размеры орбиты спутника значительно больше размеров Земли, спутник не вращается вокруг собственной оси. Найдите эксцентриситет орбиты спутника.

! Изобразим Землю и орбиту спутника. Начертим линию апсид этой орбиты. Спутник не вращается вокруг собственной оси, и телескопы всегда направлены параллельно этой линии. В один из них Земля будет видна в перигее, в другой – в апогее орбиты. Земля будет занимать центр поля зрения одного из телескопов до момента, пока ось телескопов не станет касательной к Земле. Эти положения также показаны на рисунке.

По условию задачи, размеры орбиты существенно больше диаметра Земли. Поэтому участки орбиты, с которых Земля будет видна в центре поля зрения телескопов, можно считать отрезками прямой линии. Соединим концы этих отрезков с центром Земли и рассчитаем соотношение площадей полученных двух треугольников:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{DL_1 / 2}{DL_2 / 2} = \frac{L_1}{L_2}.$$



Здесь L_1 и L_2 – расстояния спутника от центра Земли в перигее и апогее соответственно, D – диаметр Земли. По II закону Кеплера, соотношение времен, за которое спутник проходит указанные отрезки, T_1/T_2 , будет таким же и составит $1/3$. Отсюда мы получаем $L_2 = 3L_1$. Эксцентриситет орбиты спутника равен

$$e = \frac{L_2 - L_1}{L_2 + L_1} = 0.5.$$

IX. 5

ПРОХОЖДЕНИЕ ВЕНЕРЫ - XVII ВЕК

О.С. Угольников

? В декабре 1639 года английский астроном Джереми Хоррокс впервые в истории наблюдал прохождение Венеры по диску Солнца. Ему были известны размеры Земли и величина радиуса орбиты Венеры в астрономических единицах (0.723 а.е.). Сделав предположение, что горизонтальный параллакс Солнца при наблюдении с Венеры и Земли одинаков, он определил значение самой астрономической единицы – расстояния от Земли до Солнца, тогда еще неизвестное. Какое значение он мог получить в результате при условии точности проведенных наблюдений и расчетов?

! Во время наблюдений прохождения Венеры по диску Солнца Джереми Хоррокс мог измерить видимый диаметр Венеры d , сравнив его с видимыми размерами Солнца. Выражая его в радианной мере, получаем

$$d = \frac{D}{L_0(1-q)},$$

где D – пространственный диаметр Венеры, L_0 – значение астрономической единицы, q – радиус орбиты Венеры в астрономических единицах (или отношение радиусов орбит Венеры и Земли). Величина горизонтального параллакса Солнца ρ есть отношение радиуса планеты к расстоянию от нее до Солнца. Равенство параллаксов Солнца на Земле и Венере можно записать как

$$\rho = \frac{D}{2L_0q} = \frac{D_0}{2L_0}.$$

Здесь D и D_0 – диаметры Венеры и Земли. Из последней формулы мы получаем $D = D_0q$. В итоге, астрономическая единица равна

$$L_0 = \frac{D_0q}{d(1-q)}.$$

Учитывая, что видимый диаметр Венеры во время прохождения по диску Солнца составляет $60''$ или 0.00029 радиан, получаем значение L_0 : 115 млн км. Как видим, несмотря на ошибочность предположения, полученное значение астрономической единицы отличается от истинного всего на 25%. В реальности, Хоррокс во время наблюдений переоценил видимые размеры Венеры, что привело к еще меньшему значению астрономической единицы: 95 млн км.

IX. 6 ОЧЕРКИ О ВСЕЛЕННОЙ

Е.Н. Фадеев

? Вам предложены некоторые высказывания из книги Б. А. Воронцова-Вельяминова «Очерки о Вселенной», изданной в 1959 году. Укажите, какие данные устарели и не соответствуют современной картине мира. Объясните, почему в то время общепринятой была именно такая точка зрения. Как это должно быть описано с современной научной точки зрения?

1. Планета Меркурий, как кролик, зачарованный змеиным взглядом, не может повернуться по отношению к Солнцу и обращена к нему всегда одной и той же стороной. Так Меркурий (в прошлом – символ греческого бога торговли и путешествий) и обращается вокруг Солнца, как бы не смея отвести от него своего лица.

2. У нашей прекрасной соседки Венеры существование атмосферы, почти такой же плотной, как у Земли, было впервые установлено из наблюдений гениальным русским ученым М. В. Ломоносовым в 1761г.

3. Большое пятно красноватого цвета, наблюдающееся по крайней мере 80 лет неизменно в одном и том же месте на Юпитере, когда-то считалось озером раскаленной лавы на его твердой поверхности. Предполагалось, что идущие от него воздушные течения разгоняют над ним облака и делают его видимым. Теперь можно думать, что оно состоит из какого-то крайне легкого вещества, но твердого, а не жидкого, и поддерживаемого достаточно плотной атмосферой Юпитера на большой высоте над его поверхностью. Его размер 10×45 тыс.км. На его твердость указывает то, что оно как нечто целое перемещается на планете по долготе.

4. Если случайно в той области, где образовалась планета, метеориты с орбитами мало вытянутыми и мало наклоненными к средней плоскости солнечной системы, не были в достаточной мере преобладающими, могло возникнуть вра-

щение планеты в обратном направлении, что и объясняет единственный известный случай такого рода – вращение Урана.

5. Одиночество среди звезд не столь распространено, как думали после первых открытий двойных звезд. Далеко не все звезды живут бобылями, как наше Солнце (если, конечно, не иметь в виду планеты).

6. Самыми рядовыми жильцами в нашей кубатуре (окрестности Солнца) являются красные карлики, более холодные и маленькие, чем Солнце, с гораздо более низкой светимостью.

7. Вероятнее всего, подавляющее большинство комет родилось внутри Солнечной системы неизвестно когда и до сих пор продолжают оставаться ее членами, но большинство из них имеет периоды обращения тысячи лет и более.

8. В телескоп мы видим даже их диски [планет], и, например, Юпитер при увеличении всего около 50 раз виден таким, какой Луна кажется невооруженному глазу.

9. Юпитер и Сатурн также вращаются зонами подобно Солнцу и быстрее на экваторе.

10. Столкновение [Земли] с головой или хвостом кометы может происходить. Но не можем ли мы отравиться ядовитыми газами – цианом или окисью углерода? Зная ничтожно малую, почти неосуществимую искусственно в лаборатории плотность комет, мы убеждены, что примесь кометных газов к нашему воздуху будет неощутима.

11. Открытие кратеров метеоритного происхождения на Земле во многих умах возродило идею о том, что лунные кольцевые горы – эти оспины на лице Луны – образованы падением метеоритов. Наличие метеоритных кратеров на Земле и сходство их профиля с профилем лунных кратеров придают этой версии добавочную правдоподобность, но, хотя поклонников такого взгляда и сейчас немало, мы не можем к ним присоединиться.

12. Блеск кометы (исправленный с учетом влияния расстояния от Земли) в зависимости от ее расстояния до Солнца меняется по-разному, но обычно гораздо быстрее, чем обратно пропорционально квадрату расстояния.

! 1. Меркурий успевает совершить 3 оборота вокруг своей оси за два сидерических периода обращения вокруг Солнца. В то время период обращения Меркурия вокруг своей оси был неизвестен, но теория приливов указывала на то, что Меркурий должен быть синхронизован с Солнцем, как Луна с Землей. Тем не менее, утверждение все равно не вполне верное. Поскольку орбита Луны немного вытянута, мы наблюдаем ее либрацию (покачивание), благодаря чему можем видеть больше половины поверхности. Эксцентриситет орбиты Меркурия больше лунного, так что, даже если бы осевое вращение Меркурия было синхронизовано с Солнцем, он бы все равно несколько покачивался относительно среднего направления на Солнце.

2. Ломоносов действительно наблюдал прохождение Венеры по диску Солнца, в результате чего сделал вывод, что атмосфера на Венере есть. Однако она не «почти такая же плотная», а гораздо плотнее, чем земная атмосфера. О реальных

свойствах атмосферы Венеры ученые узнали только после первых полетов к Венере (хотя Ломоносов допускал, что атмосфера Венеры по плотности может превосходить земную). До этого предполагалось, что раз Венера лишь чуть-чуть уступает в размере Земле, то и атмосфера ее должна быть немного менее плотная.

3. На самом деле Большое Красное Пятно – это вихрь в атмосфере планеты (антициклон). Окончательно это удалось установить только после полета космических аппаратов «Вояджер-1,2». До этого разрешающей способности телескопов не хватало для детального анализа этого феномена. В то же время, трудно было предположить, что атмосферное образование может существовать несколько столетий.

4. Обратное направление вращения вокруг своей оси имеет также и Венера. Однако, обнаружить это удалось только в начале 60-х годов по данным радиолокации, поскольку в видимом диапазоне поверхность планеты скрыта под толстой непрозрачной атмосферой.

5. По различным оценкам от 50% до 70% звезд входят в двойные и кратные системы.

6. Утверждение верное, если не принимать во внимание гипотезу, что бурых карликов может быть еще больше, чем красных. Современное развитие наблюдательной техники пока не позволяет проверить эту гипотезу.

7. Согласно современным представлениям о формировании Солнечной системы, кометы – это «строительный мусор», оставшийся после формирования «больших» тел. Основной резервуар комет, как принято считать, находится на дальних окраинах Солнечной системы и называется облаком Оорта.

8. Радиус Юпитера, как указано в справочных таблицах, равен примерно $7 \cdot 10^4$ км. Расстояние до Юпитера в противостоянии $4.2 \text{ а.е.} \approx 6 \cdot 10^8$ км. Поделив радиус на расстояние, получаем угловой размер радиуса Юпитера в радианах. Домножив на 50 (увеличение), получаем $5.6 \cdot 10^3 \text{ рад} \approx 0.32^\circ$. Эта величина несколько больше углового радиуса Луны (0.25°). Если мы сделаем такие же расчеты для соединения, то получим значение видимого радиуса Юпитера 0.23° . Так что, данная цитата из книги абсолютно верна.

9. Совершенно верно.

10. Совершенно верно. Около 100 лет назад Земля прошла через хвост кометы Галлея, что никак не отразилось на нашей атмосфере. Космический аппарат Stardust, специально сконструированный для ловли частиц кометных хвостов, смог поймать всего несколько десятков таких частиц во время сближения с кометой.

11. Во-первых, в то время было известно не очень много ударных кратеров на Земле. В настоящее время геологическими методами удается выделить много мест падения крупных метеоритов даже тогда, когда сами кратеры уничтожены эрозией. Кроме того, со времени написания книги кратеры были найдены на всех планетах, имеющих достаточно старую твердую поверхность, спутниках планет и астероидах. Общепринято, что кратеры в большинстве своем имеют ударное происхождение. По плотности кратеров на поверхности небесных тел определяют возраст этой поверхности.

12. Совершенно верно. По мере подлета кометы к Солнцу у нее появляется кома (голова кометы) и хвост, которые хорошо рассеивают свет Солнца, увеличивая видимую яркость кометы.