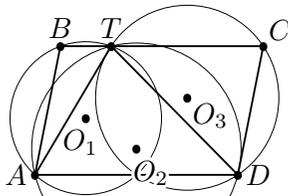


## 11 класс

11.1. Натуральные числа  $d$  и  $d'$ ,  $d' > d$  — делители натурального числа  $n$ . Докажите, что  $d' > d + \frac{d^2}{n}$ . (А. Голованов)

11.2. На стороне  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  ( $\angle A < 90^\circ$ ) отмечена точка  $T$  так, что треугольник  $ATD$  — остроугольный. Пусть  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$  — центры описанных окружностей треугольников  $ABT$ ,  $DAT$  и  $CDT$  соответственно (см. рисунок). Докажите, что точка пересечения высот треугольника  $O_1O_2O_3$  лежит на прямой  $AD$ . (Т. Емельянова)



11.3. В Академии Наук 999 академиков. Каждая научная тема интересует ровно троих академиков, и у каждого двух академиков есть ровно одна тема, интересная им обоим. Докажите, что можно выбрать 250 тем из их общей области научных интересов так, чтобы каждый академик интересовался не более, чем одной из них. (А. Магазинов)

11.4. По шоссе в одном направлении едут 10 автомобилей. Шоссе проходит через несколько населённых пунктов. Каждый из автомобилей едет с некоторой постоянной скоростью в населённых пунктах и с некоторой другой постоянной скоростью вне населённых пунктов. Для разных автомобилей эти скорости могут отличаться. Вдоль шоссе расположено 2011 флажков. Известно, что каждый автомобиль проехал мимо каждого флажка, причём около флажков обгонов не происходило. Докажите, что мимо каких-то двух флажков автомобили проехали в одном и том же порядке. (С. Берлов)