

9 класс

- 9.1. Даны квадратные трёхчлены $f_1(x) = x^2 + 2a_1x + b_1$, $f_2(x) = x^2 + 2a_2x + b_2$, $f_3(x) = x^2 + 2a_3x + b_3$. Известно, что $a_1a_2a_3 = b_1b_2b_3 > 1$. Докажите, что хотя бы один из этих трёхчленов имеет два корня.
(Н. Агаханов)
- 9.2. Семь лыжников с номерами $1, 2, \dots, 7$ ушли со старта по очереди и прошли дистанцию — каждый со своей постоянной скоростью. Оказалось, что каждый лыжник ровно дважды участвовал в обгонах. (В каждом обгоне участвуют ровно два лыжника — тот, кто обгоняет, и тот, кого обгоняют.) По окончании забега должен быть составлен протокол, состоящий из номеров лыжников в порядке финиширования. Докажите, что в забеге с описанными свойствами может получиться не более двух различных протоколов.
(С. Волчёнков)
- 9.3. Можно ли при каком-то натуральном k разбить все натуральные числа от 1 до k на две группы и выписать числа в каждой группе подряд в некотором порядке так, чтобы получились два одинаковых числа?
(Н. Агаханов)
- 9.4. В треугольнике ABC угол A равен 60° . Пусть BB_1 и CC_1 — биссектрисы этого треугольника. Докажите, что точка, симметричная вершине A относительно прямой B_1C_1 , лежит на стороне BC .
(Д. Прокопенко)