

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

9 класс

- 9.5. Различные действительные числа a и b таковы, что уравнение

$$(x^2 + 20ax + 10b)(x^2 + 20bx + 10a) = 0$$

не имеет корней. Докажите, что число $20(b - a)$ не является целым. (П. Козлов)

- 9.6. У каждого из 1000 гномов есть колпак, синий снаружи и красный внутри (или наоборот). Если на гноме надет красный колпак, то он может только лгать, а если синий — только говорить правду. На протяжении одного дня каждый гном сказал каждому «На тебе красный колпак!» (при этом некоторые гномы в течение дня выворачивали свой колпак наизнанку). Найдите наименьшее возможное количество выворачиваний. (И. Богданов)

- 9.7. Назовём натуральное число n *неудачным*, если его нельзя представить в виде $n = \frac{x^2 - 1}{y^2 - 1}$ при натуральных $x, y > 1$. Конечно — или бесконечно количество неудачных чисел? (В. Сендеров)

- 9.8. В остроугольном треугольнике ABC медиана AM длиннее стороны AB . Докажите, что треугольник ABC можно разрезать на три части, из которых складывается ромб. (С. Волченков)